Отчёт по лабораторной работе №6. Задача об эпидемии.

Предмет: математическое моделирование

Александр Сергеевич Баклашов

Содержание

[1 Цель работы 1](#_Toc98601082)

[2 Задание 1](#_Toc98601083)

[3 Теоретическое введение 2](#_Toc98601084)

[4 Выполнение лабораторной работы 3](#_Toc98601085)

[4.1 Задача (Вариант 38) 3](#_Toc98601086)

[4.2 Решение 3](#_Toc98601087)

[4.2.1 Код 3](#_Toc98601088)

[4.2.2 Параметры симуляции для 1 случая 3](#_Toc98601089)

[4.2.3 График для 1 случая 4](#_Toc98601090)

[4.2.4 Параметры симуляции для 2 случая 5](#_Toc98601091)

[4.2.5 График для 2 случая 6](#_Toc98601092)

[5 Выводы 7](#_Toc98601093)

[6 Библиография 7](#_Toc98601094)

# 1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии. С помощью рассмотренного примера научиться решать задачи такого типа.

# 2 Задание

Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если [3]

# 3 Теоретическое введение

Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа, обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни. До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

= , если

= , если

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

= , если

= , если

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни)

=

Постоянные пропорциональности α, β - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно. Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия. Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и . [2]

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Задача (Вариант 38)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , а число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени .

Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если [3]

## 4.2 Решение

### 4.2.1 Код

Напишем код в OpenModelica [1] (рис. [1](#fig:001))

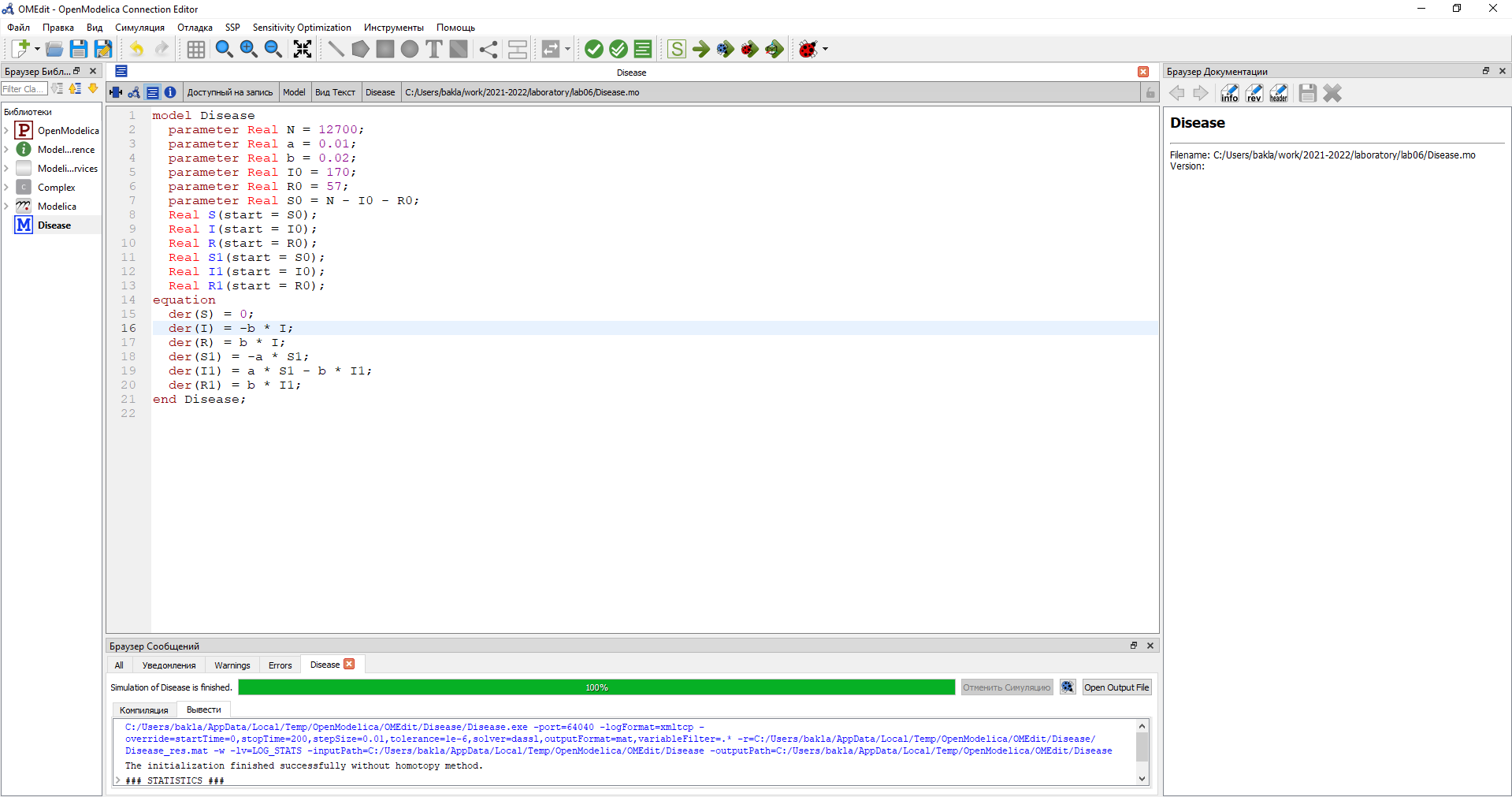


Figure 1: Код

### 4.2.2 Параметры симуляции для 1 случая

Зададим параметры симуляции для 1 случая (рис. [2](#fig:002))

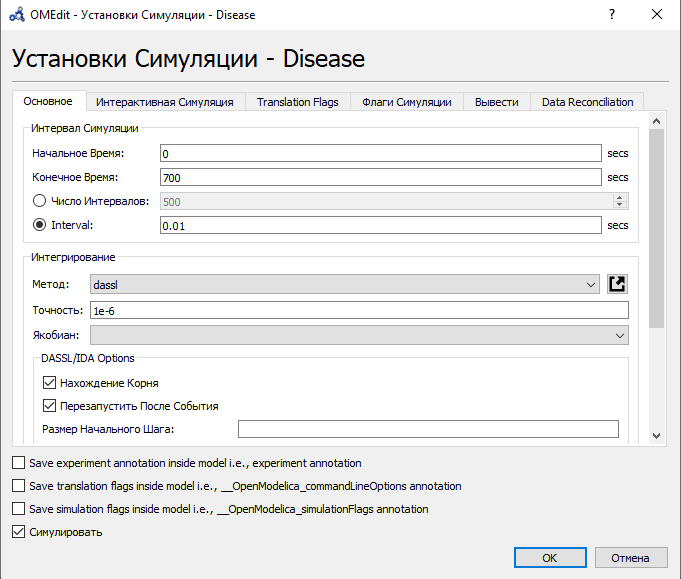


Figure 2: Параметры симуляции

### 4.2.3 График для 1 случая

Построим график изменения числа особей в каждой из трех групп для случая . (рис. [3](#fig:003))



Figure 3: График изменения числа особей в каждой из трех групп для 1 случая

Как мы видим на графике, в этом случае все больные изолированы и не заражают здоровых.

Рассмотрим изменение групп I и R поближе. Количество инфицированных распространителей (I) со временем уменьшается, а количество здоровых особей с иммунитетов к болезни (R) - увеличивается.

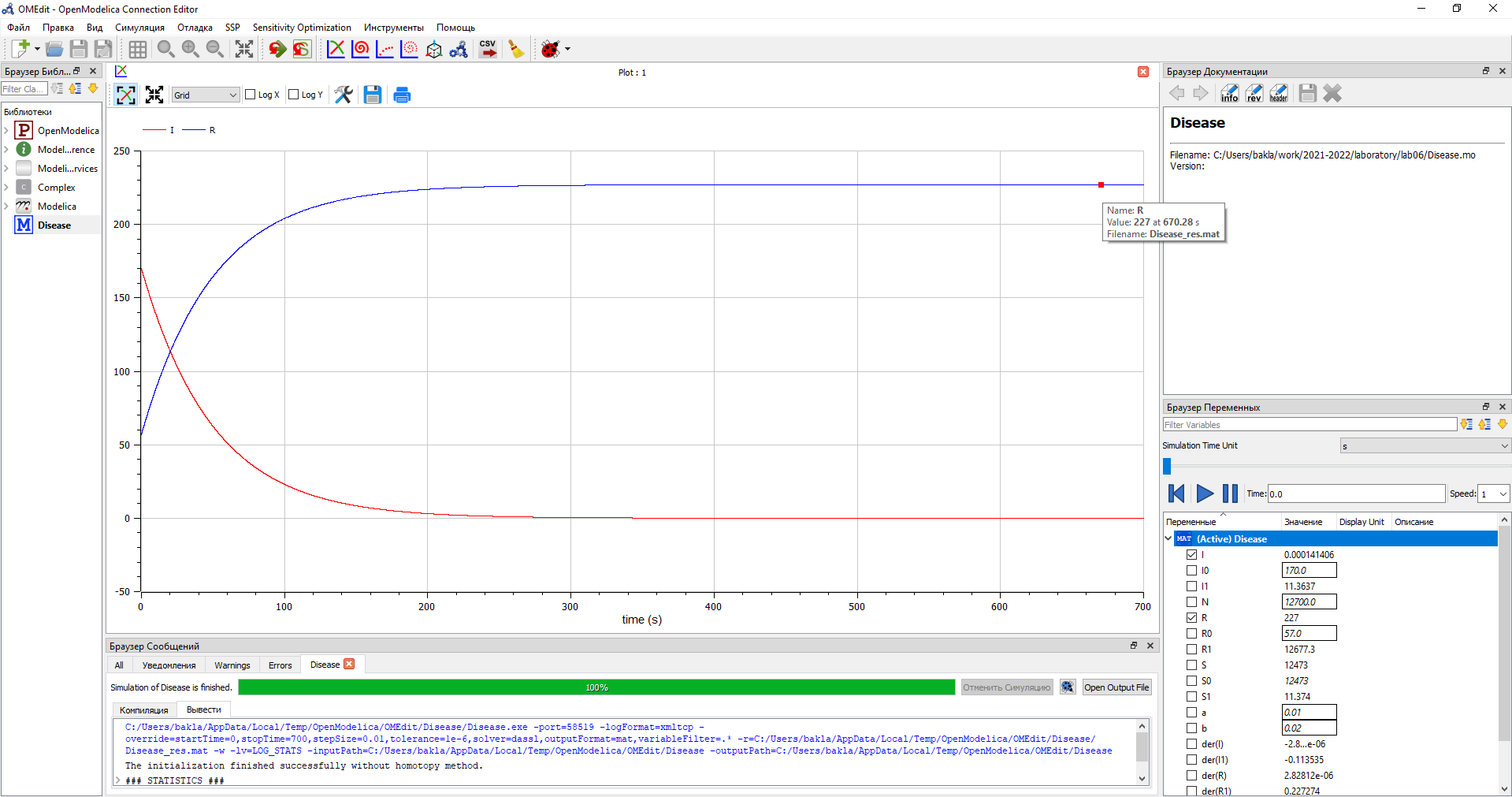


Figure 4: График изменения числа особей в каждой из трех групп для 1 случая (I,R)

### 4.2.4 Параметры симуляции для 2 случая

Зададим параметры симуляции для 2 случая (рис. [5](#fig:006))

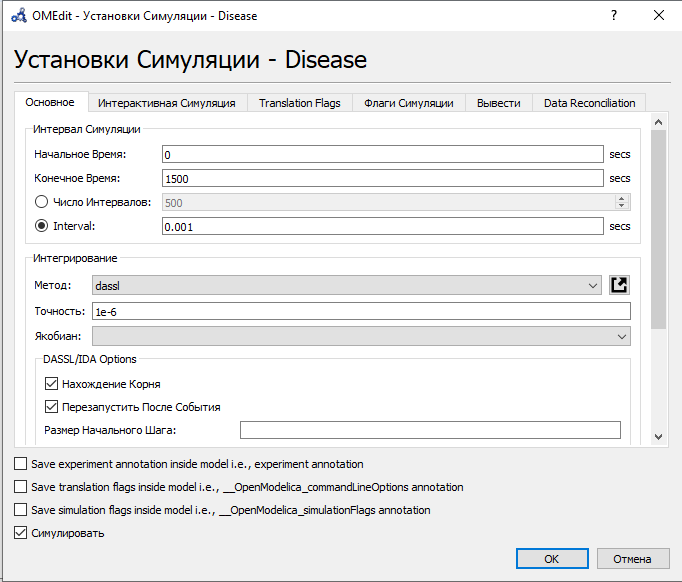


Figure 5: Параметры симуляции

### 4.2.5 График для 2 случая

Построим график изменения числа особей в каждой из трех групп для случая . (рис. [6](#fig:005))

Как мы видим на графике, в этом случае инфицирование особи способны заражать восприимчивых к болезни особей. Количество здоровых, но восприимчивых к болезни особей (S) со временем уменьшается и идет прирост здоровых особей с иммунитетом к болезни (R). Количество инфицированных распространителей (I) вначале увеличивается, затем уменьшается по мере роста здоровых особей с иммунитетом к болезни (R).

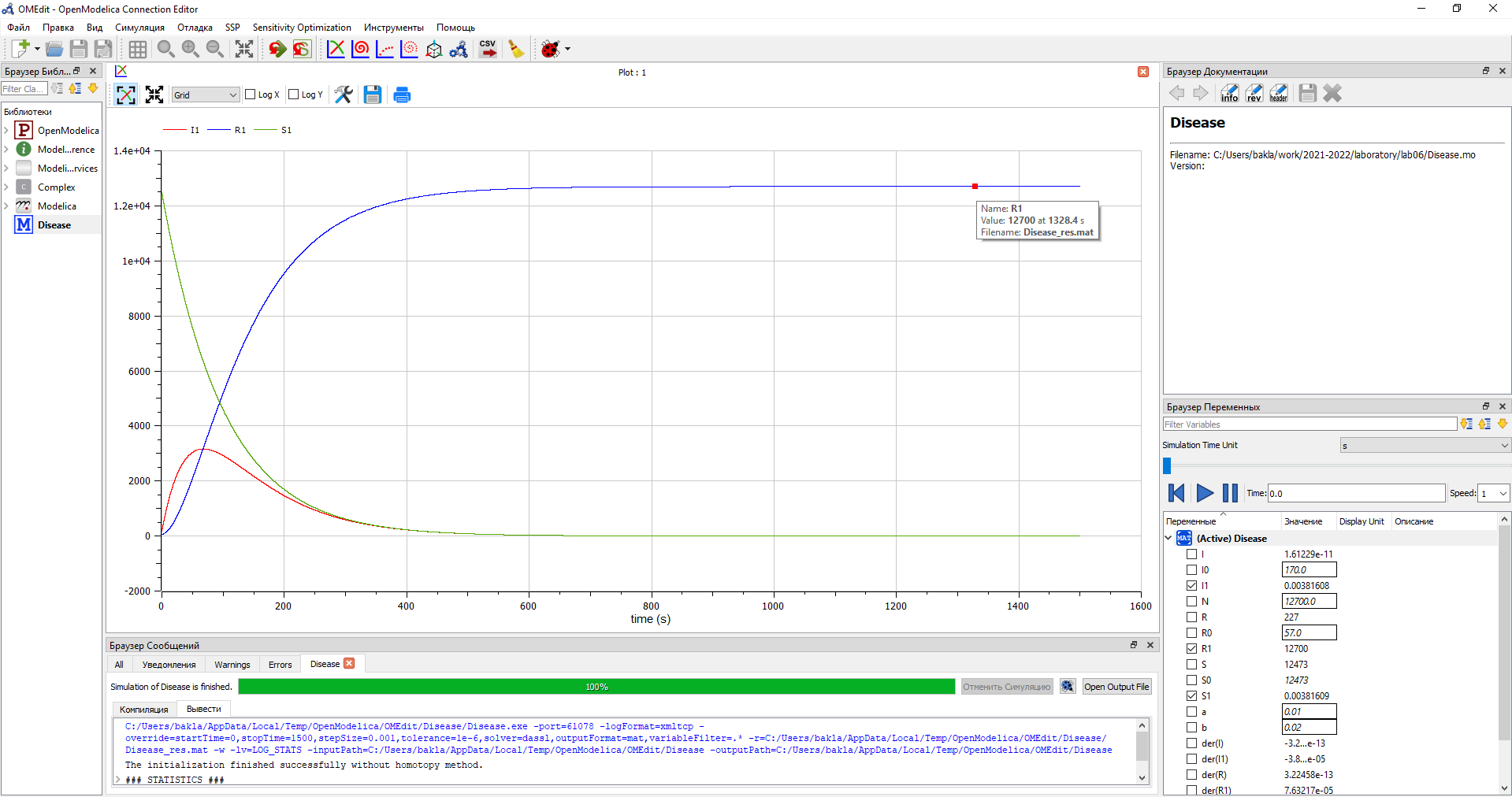


Figure 6: График изменения числа особей в каждой из трех групп для 2 случая

# 5 Выводы

В ходе данной лабораторной работы я рассмотрел простейшую модель эпидемии. С помощью рассмотренного примера научился решать задачи такого типа.

# 6 Библиография

1. Modelica: Language Specification. - 308 с. [Электронный ресурс]. М. URL: [Language Specification](https://modelica.org/documents/ModelicaSpec34.pdf) (Дата обращения: 18.03.2021).
2. Лабораторная работа №6. Задача об эпидемии. - 4 с. [Электронный ресурс]. М. URL: [Лабораторная работа №6. Задача об эпидемии.](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343897/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%205.pdf) (Дата обращения: 18.03.2021).
3. Лабораторная работа №6. Варианты. [Электронный ресурс]. М. URL: [Варианты](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343898/mod_resource/content/2/Задание%20к%20лабораторной%20работе%20№%207%20%283%29.pdf) (Дата обращения: 18.03.2021).