Teorema del límite central

Gabriela Sánchez Y.
5064

1. Teorema del límite central

El teorema del límite central es otro de los teoremas fundamentales de la probabilidad. El enunciado formal de acuerdo a Grinstead y Snell [1] es el siguiente.

Teorema 1 (Teorema del límite central) *Sea $X_1, X_2, \ldots, X_n$ una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas y sea $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$. Para cada n la media y varianza de X_n se denotan por μ_n y σ_n^2, respectivamente. Defina la media y varianza de S_n como m_n y s_n^2, respectivamente y asuma que $s_n \to \infty$. Si existe una constante A tal que $|X_n| \leq A$ para todo n, entonces para $a < b$,*

$$\lim_{n\to\infty} P\left(a < \frac{S_n - m_n}{s_n} < b\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_a^b e^{x^2/2}\, dx.$$

En esencia lo que el teorema dice es que el promedio de las medias de muestras será la media de la población. Es decir, si se suman las medias de todas las muestras y se determina el promedio, ese promedio será la media de la población real.

2. Aplicaciones

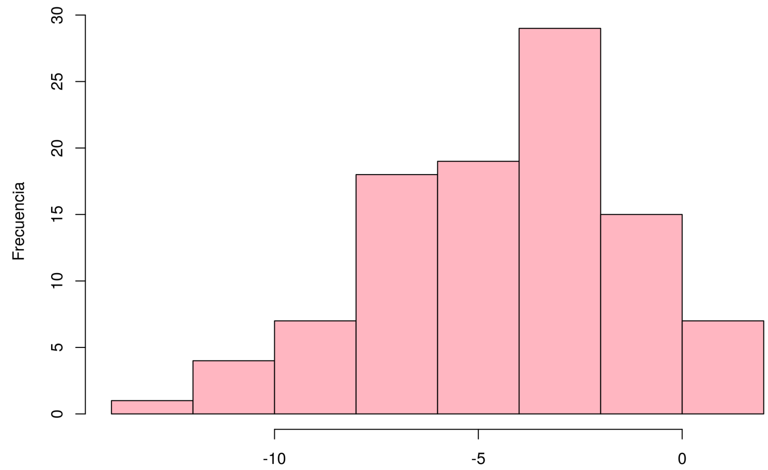
2.1. Experimentación con datos de la tesis

Se tienen soluciones de un modelo con dos métodos distintos. Uno de ellos, un optimizador y el otro una metaheurística. Para cada resultado se hace una comparación para saber qué tan alejados están uno del otro, tomando como base el valor obtenido por el optimizador. En otras palabras, se calcula un gap de la siguiente manera

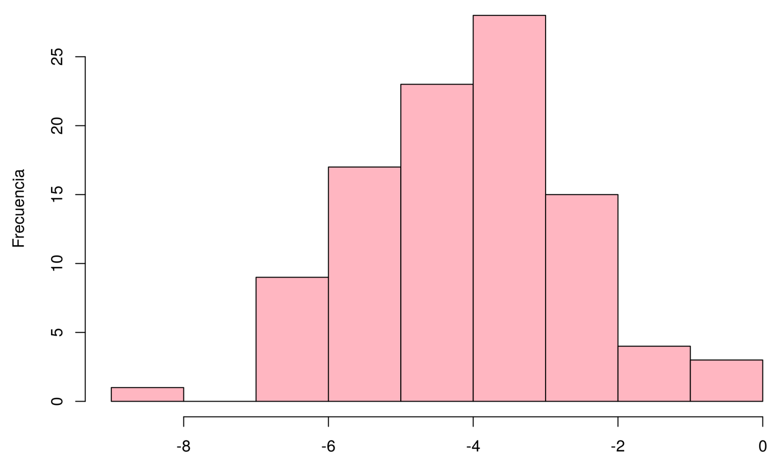
$$gap = \frac{z_{opt} - z_{met}}{z_{opt}} \times 100\,\%,$$

en total se tienen 3510 resultados y se desea saber si habría un comportamiento tal y como lo dice el teorema.

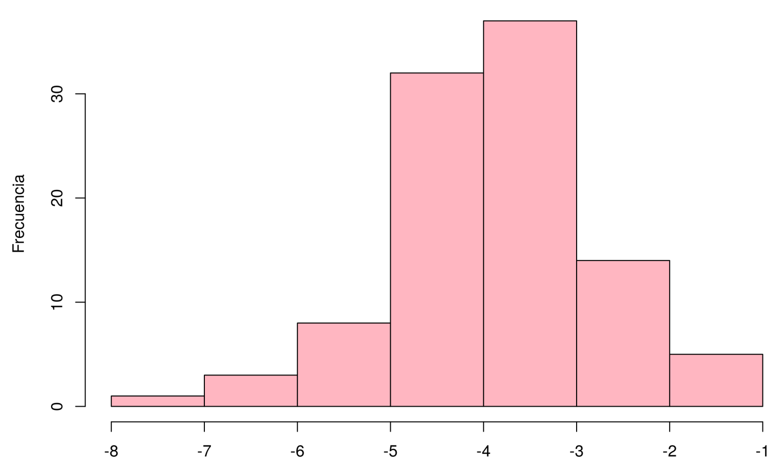
Se toman cien muestras de tamaño n variable, con $n = 30$, 50 y 80. La distribución que tienen las medias de las muestras se puede observar en los histogramas de la figura 1.



(a) $n = 10$



(b) $n = 50$



(c) $n = 80$

Figura 1: Distribución de las medias de cien muestras de tamaño variable.

Referencias

[1] Charles M. Grinstead and J. Laurie Snell. *Introduction to Probability.* AMS, 2003.