به نام خدا

انتقال داده

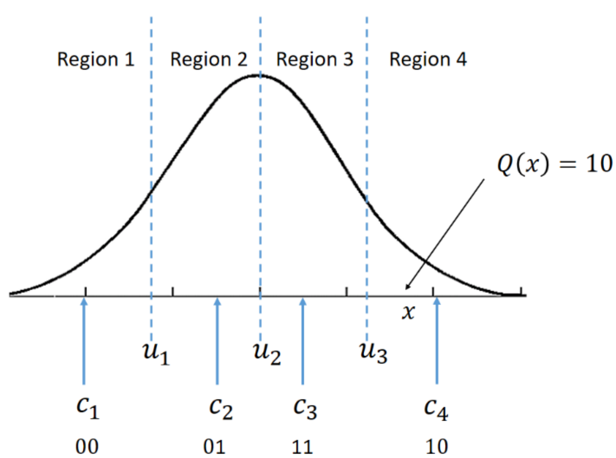
تمرین کامپیوتری ۱

استفاده از الگوریتم Lloyds برای کوانتیزاسیون منبع با توزیع گاوسی

یک منبع با توزیع زیر را در نظر می گیریم:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

می خواهیم یک کوانتایزر با b بیت برای این منبع طراحی کنیم. بنابراین کوانتایزر ما شامل 2^b ناحیه خواهد بود که با $2^b - 1$ مرز قابل بیان است $(u_1, \dots u_{2^b-1})$ و برای هر ناحیه یک نقطه نماینده وجود دارد $(c_1, \dots, c_{2^b})$ که در آن c_i نماینده ناحیه $[u_{i-1}, u_i]$ می باشد ($u_0 = -\infty$ و $u_{2^b} = +\infty$). کوانتایزر بدین صورت عمل می کند که به جای هر مقدار منبع، مقدار نماینده آن ناحیه را در نظر می گیرد و اندیس نماینده را با b بیت ارسال می کند. هدف از این تمرین طراحی بهینه کوانتایزر است. شکل زیرمثالی برای $b = 2$ است.



الگوریتم Lloyds به شکل زیر عمل می کند.

۱. از روی توزیع منبع مقدار زیادی sample تولید کنید: $x_1, \dots, x_N \sim f_X(x)$ برای N زیاد.

۲. ابتدا مرزهای دلخواهی برای نواحی در نظر بگیرید.

۳. سپس برای این مرزها نماینده های بهینه را پیدا کنید. نماینده بهینه نقطه ای در آن ناحیه است که خطای متوسط آن ناحیه را کمینه سازد:

$$c_i(new) = \arg \min_{u_{i-1} < x < u_i} \sum_{u_{i-1} < x_k < u_i} (x_k - x)^2$$

۴. سپس برای نماینده های جدید، مرزها را به روز رسانی کنید. برای به روز رسانی مرزها از این قاعده استفاده کنید که هر نقطه عضو ناحیه نزدیکترین نماینده به خود است. بنابراین داریم:

$$u_i(new) = \frac{c_i(new) + c_{i+1}(new)}{2}$$

۵. مراحل ۳ و ۴ را تا همگرایی ادامه دهید.

برای انجام این تمرین نیاز است که در زبان MATLAB یا Python تابعی طراحی کنید که با دریافت دو پارامتر σ (انحراف معیار توزیع) و b (تعداد بیت‌های کوانتایزر) نماینده‌های بهینه را به عنوان خروجی بازگرداند. کدهای خود را درنهایت در قالب یک فایل zip آپلود نمایید.