

# 1 Teoria formale del linguaggio

## 1.1 Alfabeto e linguaggio

Un **alfabeto** è un insieme finito di elementi chiamati **simboli terminali** o **caratteri**.  $\Sigma = \{a_1, a_2, \dots, a_k\}$  è un alfabeto composto da  $k$  elementi (la sua cardinalità è  $k$ ). Una **stringa** (o **parola**) è una sequenza, ovvero un insieme ordinato eventualmente con ripetizioni, di caratteri.

Un **linguaggio** è un insieme di stringhe di un alfabeto specifico. Dato un linguaggio, una stringa che gli appartiene è detta **frase**.

La **cardinalità** di un linguaggio è definita dal numero di frasi che contiene. Se la cardinalità è finita, il linguaggio si dice **finito**.

Un linguaggio finito è una collezione di parole, solitamente chiamate **vocabolario**. Il linguaggio che non contiene frasi è chiamato **insieme vuoto** o **linguaggio**  $\emptyset$ .

La **lunghezza**  $|x|$  di una stringa  $x$  è il numero di caratteri che contiene.

### 1.1.1 Operazioni sulle stringhe

Date le stringhe

$$x = a_1 a_2 \dots a_h \qquad y = b_1 b_2 \dots b_k$$

la **concatenazione**, indicata con  $\cdot$ , è definita come:

$$x \cdot y = a_1 a_2 \dots a_h b_1 b_2 \dots b_k$$

La concatenazione non è commutativa, ma è associativa.

### 1.1.2 Stringa vuota

La **stringa vuota** (o **nulla**), denotata con  $\epsilon$ , soddisfa l'identità:

$$x \cdot \epsilon = \epsilon \cdot x = x$$

La stringa vuota non deve essere confusa con l'insieme vuoto; infatti, l'insieme vuoto è un linguaggio che non contiene stringhe, mentre il set  $\{\epsilon\}$  ne contiene una, la stringa vuota.

### 1.1.3 Sottostringa

Sia la stringa  $x = uvv$  il prodotto della concatenazione delle stringhe  $u$ ,  $y$  e  $v$ : le stringhe  $u$ ,  $y$  e  $v$  sono **sottostringhe** di  $x$ . In questo caso, la stringa  $u$  è un **prefisso** di  $x$  e la stringa  $v$  è un **suffisso** di  $x$ . Una sottostringa non vuota è detta **propria** se non coincide con  $x$ .

### 1.1.4 Inversione di stringa

L'**inverso** di una stringa  $x = a_1 a_2 \dots a_h$  è la stringa  $x^R = a_h a_{h-1} \dots a_1$ .

### 1.1.5 Ripetizione

La potenza  $m$ -esima  $x^m$  di una stringa  $x$  è la concatenazione di  $x$  con se stessa per  $m - 1$  volte. Esempi:

$$x = ab \qquad x^0 = \epsilon \qquad x^2 = (ab)^2 = abab$$

## 1.2 Operazioni sul linguaggio

L'inverso  $L^R$  di un linguaggio  $L$  è l'insieme delle stringhe che sono l'inverso di una frase di  $L$ .