专业：信息工程
姓名：徐晓刚
学号：3140102480
日期：2017 /4 /9
地点：

浙江大学实验报告

课程名称：数字图像处理实验　指导老师：项志宇　成绩：
实验名称：2D 图像 FFT 算法实现　实验类型：探究型　同组学生姓名：无

一、实验目的和要求（必填）　二、实验内容和原理（必填）
三、主要仪器设备（必填）　四、操作方法和实验步骤
五、实验数据记录和处理　六、实验结果与分析（必填）
七、讨论、心得

一. 实验目的和要求

实现一个 2D 图像的 FFT 算法，并且将频谱移到图像中心。将最后的幅度谱和相位谱显示出来，观察和比较结果。

二. 实验内容和原理

（1） 实验原理

1. FFT 原理：

在这里主要的是讨论基 2 时域 FFT 算法的实现。首先考虑一维 DFT 函数的表达式：

$$F(u)=\sum_{x=0}^{M-1} f(x)W_M^{ux},\text{其中u=0, 1, . . . , M−1}$$

$$W_M=e^{-j2\pi/M}$$

在这里假设 M 具有以下的形式：$M=2^n=2K$

如果不能满足这个要求，那么就进行补零的操作

此时可以将频率的表达式写为：

$$F(u)=\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_{2K}^{u(2x)}+\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_{2K}^{u(2x+1)}$$

而我们又有如下的性质：$W_{2K}^{2ux}=W_K^{ux}$

故而上式又可以写成：

$$F(u)=\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_K^{ux}+\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_K^{ux}W_{2K}^{u}$$

我们定义如下的表示：

$$F_{even}(u)=\sum_{x=0}^{K-1} f(2x)W_K^{ux},F_{odd}(u)=\sum_{x=0}^{K-1} f(2x+1)W_K^{ux}$$

从而频率的表达式可以写成：

$$F(u)=F_{even}(u)+F_{odd}(u)W_{2K}^{u}$$
$$F(u+K)=F_{even}(u)-F_{odd}(u)W_{2K}^{u}$$

可以称为是蝶形运算，对于正整数，完成 FFT 算法所需要的乘法和加法次数的表达式为：

$$m(n)=\frac{1}{2}M\log_2 M,a(n)=M\log_2 M$$

2. 二维 DFT 可分性原理：

二维 DFT 可以分成一维的 DFT 变换：

$$F(u,v)=\sum_{x=0}^{M-1}e^{-j2\pi ux/M}\sum_{y=0}^{N-1}e^{-j2\pi vy/N}=\sum_{x=0}^{M-1}F(x,v)e^{-j2\pi ux/M}$$

$$\text{其中}:F(x,v)=\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)e^{-j2\pi vy/N}$$

从上述的原理中我们可以看出，二维 DFT 的计算可以通过计算每一行的一维变换，之后沿着计算结果的每一列计算一维变换来得到。由此我们就可以从一维的 FFT 直接实现 FFT2 来处理图像。

3. 频谱移动：

二维傅里叶变换是具有周期性的，如果在进行 FFT 变换之后不移动频谱，那么将会在图像的四个角上出现高值，因为变换的原点的周围区域包含了最高值。所以需要进行频谱的移动，以便于我们进行观察。可以直接移动频谱，也可以使用 $(-1)^{x+y}$ 去乘空间域上的图像。

（2） 实验内容

1. 实现二维图像的 FFT 算法
2. 画出其幅度谱和相位谱

三、主要仪器设备

计算机，Matlab

四、操作方法和实验步骤

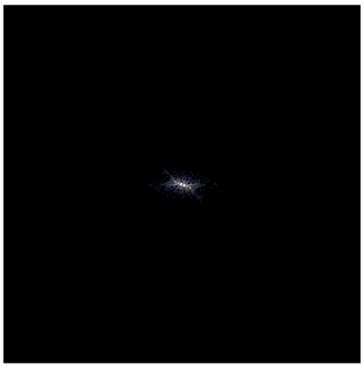
具体的代码实现采用 Matlab 编程环境

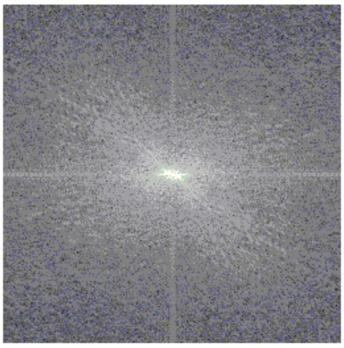
五、实验数据记录和处理

首先我们选取的测试图像如下图所示：

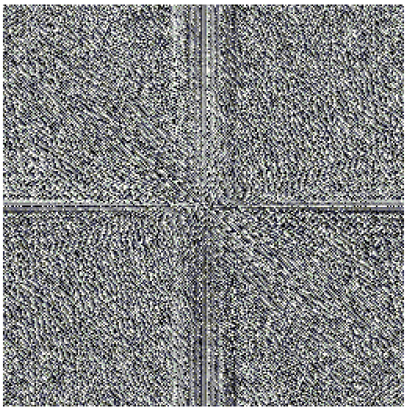
这是一张灰度图像，以便于我们进行分析。

首先进行 FFT 变换之后，进行频谱移动，画出幅度谱和幅度谱的对数表示：

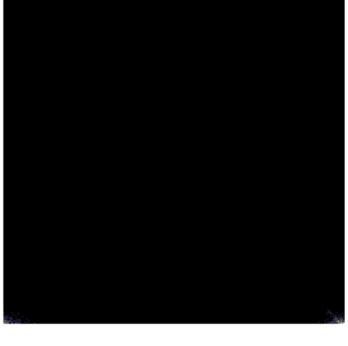


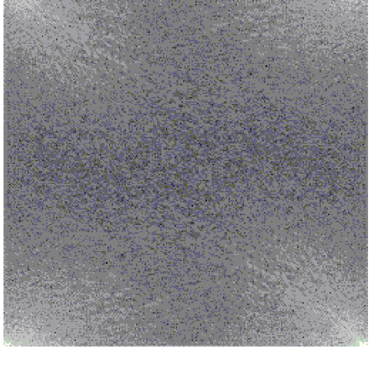


可以看出，频谱符合我们的理论要求，并且频谱已经移到图像中心。
此时的相位谱如下所示：

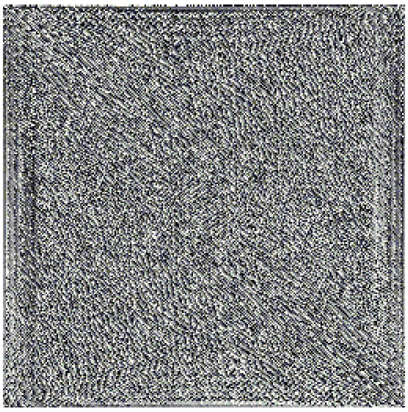


当我们不进行频谱移动的时候，得到的结果如下所示：





从频谱图中可以看出，现在的高值全部都在四个角上，明显需要进行频谱移动。
此时的相位谱也显示了这种信息：



六、实验结果与分析

实验中首先通过一维 FFT 的实现，结合二维 DFT 变换的可分性，实现了二维图像的 DFT 变换，并且用频谱移动的最后处理，实现了较好的观察效果。从效果的比对图中也可以看出我们理论中对于频谱平移的讨论的正确性。

七、讨论、心得

此次的实验中比较重要的一个部分就是再次巩固了 FFT 的原理,在这里只是实现了最为简单的基 2 时域 FFT 变换。这是一个比较简单的方法，但是从效果上来看，我们已经实现了最后的要求。本次的函数写的比较功能化，也是主要受到 DFT 可分性的影响。在进行频谱分析的时候，最后的频谱移动一定不能忽略。