



ITESO, Universidad
Jesuita de Guadalajara

Proyecto Final Análisis de Riesgo

Entrega 4

Sara Hernández Ochoa
Michelle Alejandra Gómez López

Entrega 4 — Modelos de varianza

- Modelar la varianza (y volatilidad) del portafolio con modelos ARCH/GARCH.
- Selección del mejor modelo por criterios.
- Calcular el VaR del portafolio basado en la varianza modelada.
- Entregables: reporte

Resumen Ejecutivo

El propósito de este análisis es crear un modelo que permita evaluar la volatilidad, varianza y el riesgo del portafolio compuesto por las acciones de COST, DLR, JPM, JCI y PFE, tomando como punto de comparación se emplea el S&P 500 como *benchmark* de referencia del mercado, y la tasa libre de riesgo utilizada corresponde al rendimiento de los bonos del Tesoro de EE.UU. a 10 años (4.11%), de acuerdo con los datos publicados por *YCharts* (2025).

En el marco temporal de nuestro portafolio comprendido entre enero de 2018 y septiembre de 2025. Durante este lapso, se observan patrones de alta volatilidad y cambios estructurales en el riesgo de mercado, factores que justifican el uso de modelos de volatilidad condicional (ARCH/GARCH) para modelar la varianza del portafolio.

Se intenta estimar el Valor en Riesgo (VaR) y el Expected Shortfall (ES) a partir de la volatilidad modelada, utilizando modelos estadísticos de heterocedasticidad condicional (ARCH y GARCH).

Los hallazgos hacen posible la evaluación de la estabilidad del portafolio, la detección de períodos de volatilidad elevada y el cálculo del riesgo esperado en contextos desfavorables.

Objetivo

En esta entrega emplearemos modelos econométricos ARCH y GARCH, para modelar la volatilidad y la varianza del portafolio de inversión, con el fin de captar la manera en que el riesgo financiero se comporta dinámicamente.

Para después, escoger el modelo óptimo siguiendo los criterios de información estadística (BIC y AIC) y emplear la volatilidad calculada para determinar el Valor en Riesgo (VaR) del portafolio, lo que posibilita cuantificar y valorar el grado de exposición al riesgo en diversas situaciones del mercado.

Preguntas de investigación

- ¿La volatilidad del portafolio presenta evidencia de heterocedasticidad, justificando el uso de modelos ARCH o GARCH?
- ¿Cuál de los modelos (ARCH o GARCH) ofrece el mejor ajuste estadístico según los criterios de información (AIC y BIC)?
- ¿El modelo seleccionado reproduce adecuadamente la persistencia de la volatilidad observada en los datos financieros?
- ¿Cómo varía el riesgo del portafolio frente al Benchmark (S&P 500) bajo condiciones de volatilidad elevada?

Metodología

Para esta entrega quisimos añadir para empezar la implementación y análisis de diferentes estrategias de optimización para nuestro portafolio y comparamos su desempeño contra en benchmark previamente seleccionado (^GSPC).

Estrategias:

- Mínima Varianza
- Máximo Sharpe
- Mínima Semivarianza
- Máximo Omega

Después continuamos con el ajuste de modelos ARCH y GARCH sobre los retornos del nuestro portafolio, hicimos pruebas de estacionariedad (ADF, KPSS). Se comprobó heterocedasticidad (test ARCH). Y seleccionamos el mejor modelo. Para finalizar, A partir de la volatilidad condicional estimada, se calcularon:

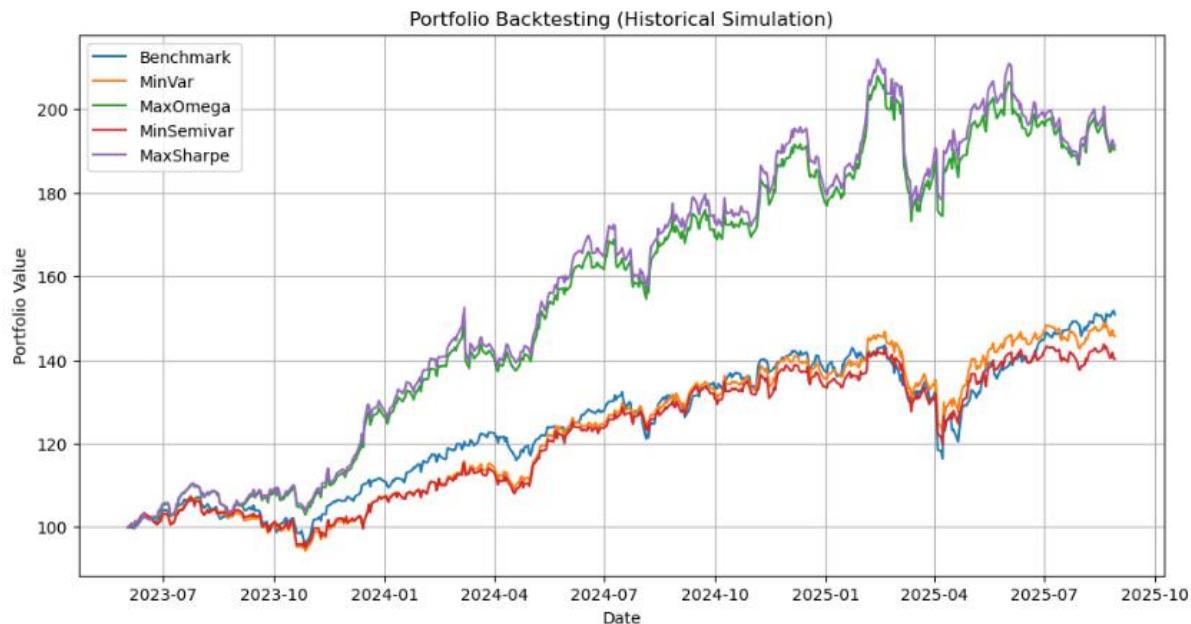
- Value at Risk (VaR):

$$VaR = -(\mu + z_\alpha \cdot \sigma)$$

- Expected Shortfall (ES):

$$ES = -(\mu + \frac{\phi(z_\alpha)}{\alpha} \cdot \sigma)$$

Resultados (tablas, gráficas, análisis)



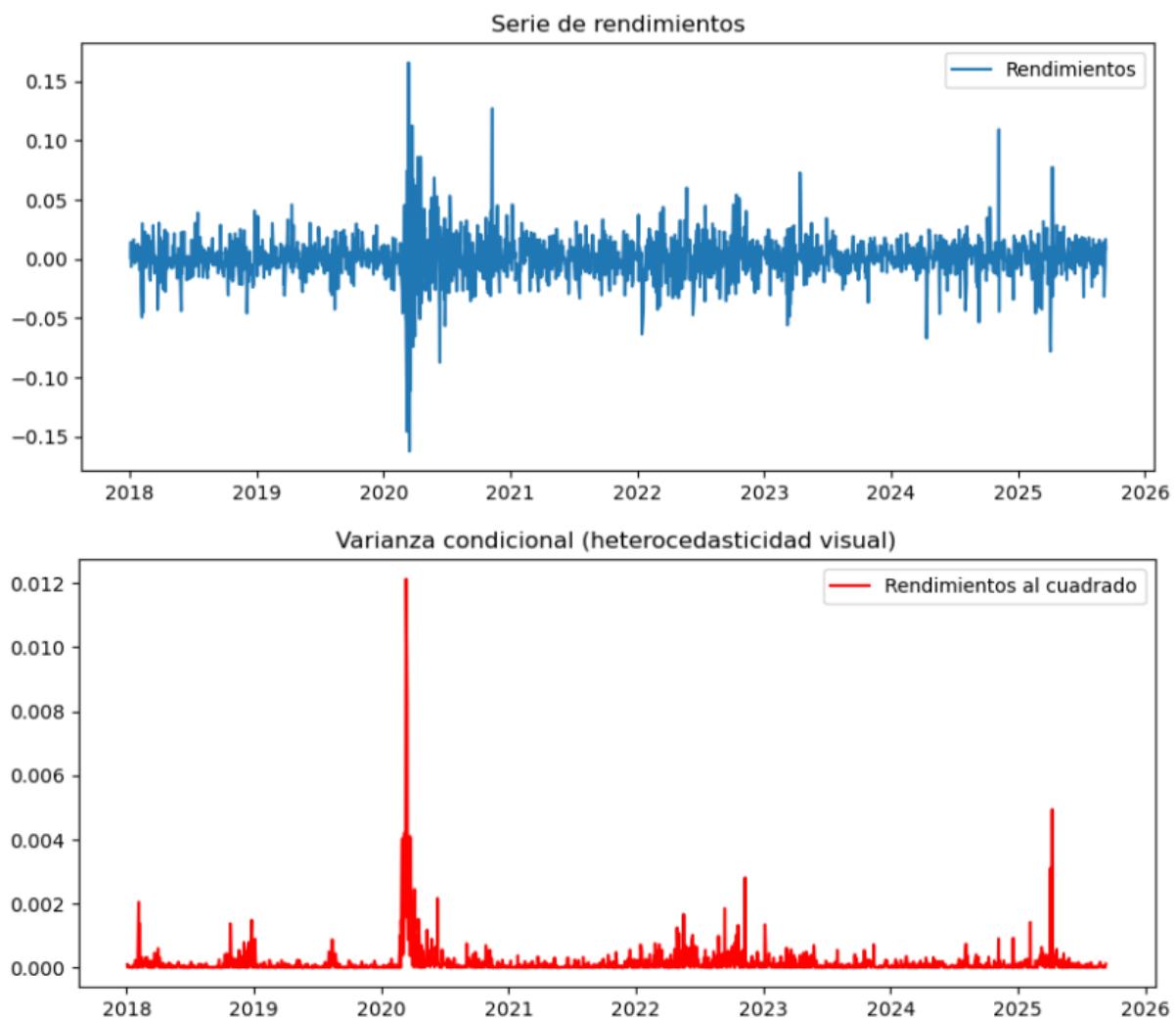
Decidimos agregar un pequeño análisis de estrategias a la composición de nuestro portafolio, con optimización y backtesting estático bajo diferentes estrategias (Mínima Varianza, Máximo Sharpe, Mínima Semivarianza y Máximo Omega).

Con la finalidad de encontrar los pesos óptimos para un portafolio de activos y a la vez comparar su desempeño histórico frente a un benchmark (S&P500). Utilizando el método `scipy.optimize.minimize` para resolver un problema de optimización con restricciones y límites realistas.

- Pesos entre 0 y 1 (no posiciones cortas).
- Suma total de pesos = 1 (100% invertido).

La gráfica obtenida muestra la evolución comparativa de las estrategias. En la cual observamos que MaxSharpe (maximiza el ratio de Sharpe) y MaxOmega (maximiza la proporción de rendimientos positivos sobre los negativos) superan al benchmark en rendimiento acumulado con un gran crecimiento. Sin embargo, ambos demuestran mayor volatilidad que las demás estrategias, es decir para posiciones más agresivas y con mayor tolerancia al riesgo.

Después de analizar las estrategias evaluadas, nuestra elección sería Max Omega ya que mide la relación entre el upside risk (potencial de ganancias) y el downside risk (potencial de pérdidas). Ofreciendo un equilibrio entre rentabilidad y control de riesgo. Irnos por Max Sharpe si genera mayor rendimiento, pero significa adoptar una mayor volatilidad. Al fin al cabo ambos superan al S&P.



Las pruebas estadísticas confirman que la serie de rendimientos del portafolio es estacionaria y presenta heterocedasticidad significativa. Por lo tanto, es apropiado y estadísticamente válido modelar su varianza con modelos ARCH/GARCH.

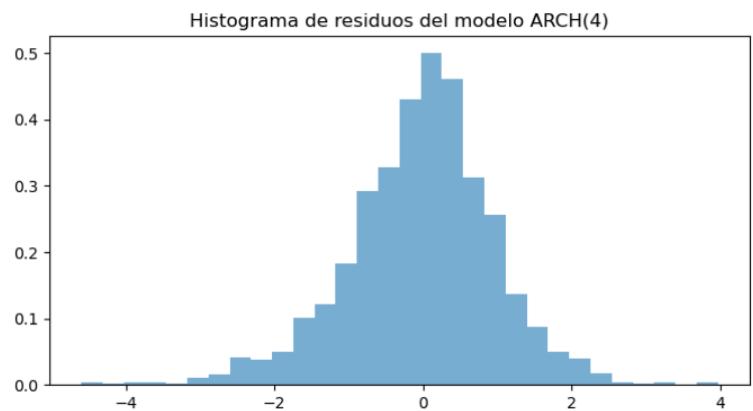
```

ARCH(1) → AIC: -12113.24 | BIC: -12096.54
ARCH(2) → AIC: -12204.81 | BIC: -12182.54
ARCH(3) → AIC: -12288.35 | BIC: -12260.52
ARCH(4) → AIC: -12333.12 | BIC: -12299.72

```

Mejor modelo según AIC y BIC: ARCH(4)
AIC: -12333.12, BIC: -12299.72

Constant Mean - ARCH Model Results					
Dep. Variable:	None	R-squared:	0.000		
Mean Model:	Constant Mean	Adj. R-squared:	0.000		
Vol Model:	ARCH	Log-Likelihood:	6172.56		
Distribution:	Normal	AIC:	-12333.1		
Method:	Maximum Likelihood	BIC:	-12299.7		
Date:	Sun, Nov 09 2025	No. Observations:	1932		
Time:	20:42:30	Df Residuals:	1931		
		Df Model:	1		
		Mean Model			
<hr/>					
	coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.
<hr/>					
mu	9.3127e-04	1.955e-04	4.763	1.905e-06	[5.481e-04, 1.314e-03]
Volatility Model					
<hr/>					
	coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.
<hr/>					
omega	4.3039e-05	3.109e-06	13.844	1.386e-43	[3.695e-05, 4.913e-05]
alpha[1]	0.1750	3.850e-02	4.546	5.469e-06	[9.955e-02, 0.250]
alpha[2]	0.1750	4.245e-02	4.123	3.741e-05	[9.181e-02, 0.258]
alpha[3]	0.1750	4.457e-02	3.926	8.630e-05	[8.764e-02, 0.262]
alpha[4]	0.1750	5.182e-02	3.377	7.318e-04	[7.344e-02, 0.277]
<hr/>					



ARCH (4)

De acuerdo a los resultados y fijándonos solo en BIC, ya que estamos buscando identificar el mejor modelo real y el más simple. Podemos observar que el modelo ARCH(4) es el más adecuado para representar la volatilidad condicional del portafolio, al ofrecer un rendimiento casi idéntico con menor complejidad y mayor estabilidad.

De igual manera cuanto menor (más negativo) sea el AIC, mejor ajuste tiene el modelo, y el valor más bajo corresponde al ARCH(4), lo que indica que este modelo ofrece el mejor ajuste a los datos entre las opciones evaluadas.

El salto de mejora entre ARCH(3) y ARCH(4) aún es significativo, lo que justifica el uso del modelo de orden 4 y cumple con el principio de parsimonia.

```

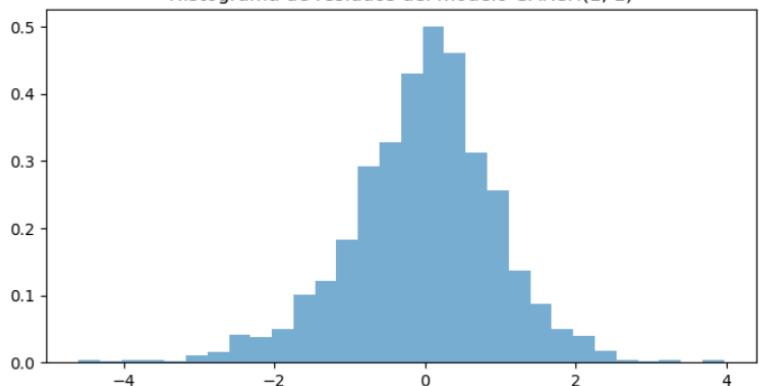
GARCH(1,1) → AIC: -12399.82 | BIC: -12377.56
GARCH(1,2) → AIC: -12388.15 | BIC: -12360.32
GARCH(2,1) → AIC: -12380.98 | BIC: -12353.14
GARCH(2,2) → AIC: -12386.88 | BIC: -12353.48

```

Mejor modelo según AIC y BIC: GARCH(1, 1)
AIC: -12399.82, BIC: -12377.56

Constant Mean - GARCH Model Results					
Dep. Variable:	None	R-squared:	0.000		
Mean Model:	Constant Mean	Adj. R-squared:	0.000		
Vol Model:	GARCH	Log-Likelihood:	6203.91		
Distribution:	Normal	AIC:	-12399.8		
Method:	Maximum Likelihood	BIC:	-12377.6		
No. Observations:			1932		
Date:	Sun, Nov 09 2025	Df Residuals:	1931		
Time:	22:06:23	Df Model:	1		
Mean Model					
coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.	
mu	9.2715e-04	1.865e-04	4.971	6.666e-07	[5.616e-04, 1.293e-03]
Volatility Model					
coef	std err	t	P> t	95.0% Conf. Int.	
omega	2.8694e-06	1.420e-13	2.020e+07	0.000	[2.869e-06, 2.869e-06]
alpha[1]	0.1000	5.166e-04	193.584	0.000	[9.899e-02, 0.101]
beta[1]	0.8800	4.535e-03	194.043	0.000	[0.871, 0.889]

Histograma de residuos del modelo GARCH(1, 1)



El modelo GARCH(1,1) resultó ser el más eficiente, mostrando el menor AIC y una buena capacidad para representar la volatilidad condicional. Según el principio de parsimonia se prefiere el modelo más simple que capture adecuadamente la dinámica de la volatilidad. Aunque otros modelos (como GARCH(2,2)) tienen un ajuste similar, agregan complejidad sin mejora significativa.

El AIC más bajo indica mejor capacidad explicativa con penalización por complejidad. En este caso, el GARCH(1,1) presenta el menor AIC (-12399.82). El BIC penaliza aún más los modelos complejos (más parámetros). De igual manera, el menor BIC (-12377.56) también corresponde al GARCH(1,1), indicando que es el más eficiente en términos de parsimonia como ya mencionábamos antes.

Podemos concluir que el mejor modelo para nuestro portafolio es GARCH (1,1), ya que Ambos valores (AIC y BIC) son significativamente menores lo cual indica que tiene mejor ajuste a los datos y menor pérdida de información, incluso penalizando su mayor número de parámetros.

Y a diferencia de ARCH, el GARCH incluye además un término autorregresivo de la varianza pasada, lo que permite modelar la persistencia de la volatilidad. Incluso al ser algo más complejo, mantiene la parsimonia y logra un balance óptimo entre ajuste y simplicidad.

	sigma_t	mu_t	VaR_ret	VaR_money	
Date					
2023-06-05	0.008272	0.001076	0.012530	1253.022122	
2023-06-06	0.008854	0.001076	0.013487	1348.747691	
2023-06-07	0.008720	0.001076	0.013268	1326.752745	
2023-06-08	0.009093	0.001076	0.013880	1388.028738	
2023-06-09	0.010704	0.001076	0.016530	1653.008578	
...
2025-09-04	0.010453	0.001076	0.016117	1611.693765	
2025-09-05	0.010453	0.001076	0.016117	1611.693765	
2025-09-08	0.010453	0.001076	0.016117	1611.693765	
2025-09-09	0.010453	0.001076	0.016117	1611.693765	
2025-09-10	0.010453	0.001076	0.016117	1611.693765	

VaR paramétrico (diario)

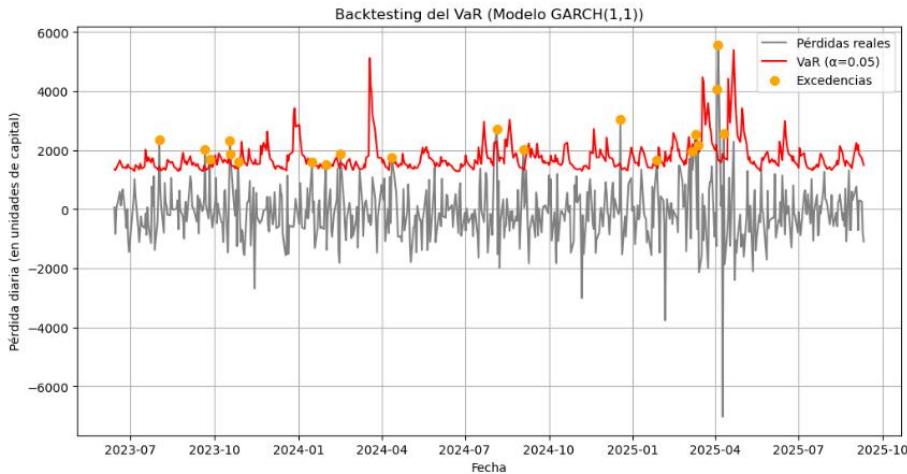
$$VaR = -(\mu + z_\alpha \cdot \sigma)$$

A través del VaR condicional diario dinámico, que refleja los cambios en la volatilidad esperada del portafolio. Observamos que durante el periodo analizado (2023-2025), la volatilidad condicional osciló entre 0.8% y 1.1%, generando valores de VaR entre 1.25% y 1.65% del capital.

Y sobre un capital de \$100,000 con 95% de confianza notamos pérdidas máximas esperadas equivalentes a \$1,250 a \$1,650.

VaR para n días (horizon)

La interpretación del VaR a 5 días (95%) con la volatilidad de nuestro modelo GARCH(1,1). se puede deducir una expectativa de rendimiento acumulada $\mu_h \approx 0.54\%$ y una volatilidad acumulada para cinco días de $\sigma_h \approx 2.34\%$, lo que da como resultado un VaR(95%, 5 días) $\approx 3.32\% \approx (3,318$ sobre un capital de \$100k) en el 5% peor de los escenarios.



El gráfico ilustra la evolución diaria de los rendimientos del portafolio frente al Valor en Riesgo (VaR) estimado al 95% mediante el modelo condicional GARCH.

La línea roja del VaR representa la pérdida máxima esperada bajo condiciones normales de mercado, mientras que los puntos naranjas corresponden a los días en los que las pérdidas reales superaron dicho límite.

Las pérdidas diarias fluctúan alrededor de cero, reflejando un comportamiento general de estabilidad, aunque se identifican algunos picos negativos que representan episodios de pérdidas significativas o shocks de volatilidad. En este caso, se observan entre 15 y 20 excedencias dispersas a lo largo del periodo analizado. Esta frecuencia se encuentra dentro del rango esperado para un nivel de confianza del 95%, lo que indica que el modelo presenta una buena capacidad predictiva y consistencia estadística. Además, la dispersión de las excedencias sugiere que no existe un patrón sistemático de subestimación del riesgo.

Discusión y conclusiones

El presente análisis tuvo como objetivo modelar la varianza y volatilidad del portafolio utilizando modelos ARCH y GARCH, seleccionar el modelo óptimo bajo criterios de información, y finalmente calcular el Valor en Riesgo (VaR) basado en la varianza condicional estimada.

Al comprobar la presencia de heterocedasticidad en los rendimientos del portafolio justificamos el uso de modelos de la familia ARCH/GARCH para capturar la volatilidad variable a lo largo del tiempo. Después del análisis de estos modelos seleccionamos para nuestro portafolio GARCH(1,1) al ofrecer un excelente ajuste con el menor número de parámetros y cumplir con el principio de parsimonia.

Este mismo posteriormente nos permitió obtener una estimación robusta de la volatilidad condicional diaria (σ_t), la cual fue utilizada para calcular el VaR paramétrico. Este indicador refleja la pérdida máxima esperada en un horizonte determinado, bajo un nivel de confianza del 95%. Los resultados indicaron que para una inversión de \$100,000, el VaR diario promedio se situó alrededor de \$1,611, mientras que el VaR a 5 días ascendió a aproximadamente \$3,318, valores que se mantienen dentro de rangos coherentes con el nivel de riesgo y volatilidad observados en el portafolio.

En resumen, se puede concluir que el modelo GARCH(1,1) proporciona una representación exacta y de poca complejidad del comportamiento de la varianza de la cartera, ya que logra describir con eficacia los episodios de fuerte volatilidad y posibilita calcular el riesgo de mercado con fiabilidad. Sin embargo, para que su precisión se mantenga frente a potenciales cambios estructurales o shocks externos que modifiquen las condiciones del mercado, se aconseja la recalibración periódica del modelo.

Bibliografía

- Yahoo Finance. (2024). *Historical Market Data for DLR, JCI, COST, PFE, JPM, and S&P500*. Recuperado de <https://finance.yahoo.com>
- Digital Realty Trust Inc. (DLR). (2023). *Annual Report 2023*. Recuperado de <https://investor.digitalrealty.com>
- Johnson Controls International plc (JCI). (2023). *Investor Relations – Annual Report 2023*. Recuperado de <https://investors.johnsoncontrols.com>
- JPMorgan Chase & Co. (JPM). (2023). *Annual Report and Financial Statements*. Recuperado de <https://www.jpmorganchase.com>
- Costco Wholesale Corporation (COST). (2023). *Annual Report and Financial Review*. Recuperado de <https://investor.costco.com>
- Pfizer Inc. (PFE). (2023). *Annual Report and Corporate Filings*. Recuperado de <https://investors.pfizer.com>
- Basuony, M. A. K., Bouaddi, M., Ali, H., EmadEldeen, R., Basuony, M. A. K., Bouaddi, M., Ali, H., & EmadEldeen, R. (2021). The effect of COVID-19 pandemic on global stock markets: Return, volatility, and bad state probability dynamics. *Journal Of Public Affairs*, 22(S1), e2761. <https://doi.org/10.1002/pa.2761>

Repositorio:

[Sara-8a/PROYECTO-ANALISIS-DEL-RIESGO](#)

