



ITESO, Universidad
Jesuita de Guadalajara

Proyecto Final Análisis de Riesgo

Entrega 2

Sara Hernández Ochoa
Michelle Alejandra Gómez López

Entrega 2 — Rendimientos y volatilidad; pruebas de normalidad y estimación de probabilidades

- Estimación de rendimientos (porcentuales) y volatilidad (estimadores: sample std, estimador anualizado).
- Pruebas de normalidad sobre: rendimientos, precios, y $\log(\text{precios})$. Usar pruebas estadísticas (Jarque-Bera, Kolmogorov–Smirnov, Shapiro–Wilk cuando aplique) y QQ-plots.
- Modelado teórico usando las ecuaciones diferenciales básicas: la ecuación dSt (modelo de movimiento geométrico browniano) y la ecuación para $\ln St$. Explicar supuestos y limitaciones.
- Entregables: reporte

Resumen Ejecutivo

En esta entrega se analizaron los rendimientos logarítmicos de cinco activos (COST, DLR, JCI, JPM y PFE) para evaluar si siguen una distribución normal, como suponen muchos modelos financieros clásicos. Se aplicaron pruebas de normalidad (Jarque–Bera, Shapiro–Wilk y Kolmogorov–Smirnov) y se observó que en todos los casos los valores p fueron menores a 0.05, lo que indica que los rendimientos no son normales.

Este resultado es importante porque pone en duda la validez de modelos que asumen normalidad, como el Valor en Riesgo (VaR), Black–Scholes o el Movimiento Browniano Geométrico (GBM). Si los rendimientos reales tienen colas más gruesas o asimetrías, estos modelos podrían subestimar el riesgo o sobrevalorar la estabilidad del activo.

Finalmente, se incluyó el modelado teórico del GBM y una simulación ilustrativa de precios bajo este proceso, destacando que, aunque útil como aproximación, sus supuestos (volatilidad constante y normalidad) no siempre se cumplen en los datos reales del mercado.

Objetivo

El propósito de esta entrega es analizar, desde un enfoque teórico y estadístico, el comportamiento de los precios y rendimientos del portafolio compuesto por los activos DLR, JCI, PFE, COST y JPM. Para ello, se estimarán métricas esenciales de riesgo, se validarán hipótesis estadísticas y se empleará un modelo de referencia para describir la dinámica estocástica de los precios.

- Calcular la volatilidad y el rendimiento porcentual de cada activo, utilizando estimadores muestrales (desviación estándar) y su versión anualizada. El objetivo es determinar la dispersión del riesgo y analizar la consistencia de los cambios en los precios entre 2018 y 2024.
- Verificar si los supuestos de normalidad —frecuentemente asumidos en la teoría financiera— se cumplen en los datos reales. Para ello, se aplican pruebas de normalidad sobre las distribuciones de precios, logaritmos de precios y rendimientos, mediante contrastes estadísticos clásicos como Kolmogorov–Smirnov, Jarque–Bera y Shapiro–Wilk, complementados con visualizaciones gráficas.
- Simular el comportamiento teórico de los precios utilizando la ecuación diferencial estocástica del Movimiento Browniano Geométrico (GBM), con el fin de comprender cómo la volatilidad (σ) y el rendimiento esperado (μ) determinan la evolución aleatoria del precio.

Preguntas de investigación

- ¿De qué manera la desviación de la normalidad en los retornos impacta la confiabilidad de los modelos financieros?
- ¿Es posible identificar patrones de comportamiento no aleatorios (autocorrelación o clustering de volatilidad) que contradigan los supuestos del modelo clásico?
- ¿Qué tan cercanos a la normalidad son los rendimientos y logaritmos de precios de los activos del portafolio?
- ¿Cuál es la distribución del riesgo sectorial del portafolio?

- ¿Cómo se planea diversificar eficazmente el riesgo sistemático y no sistemático?

Metodología

Para esta entrega se realizó el análisis de los rendimientos y la volatilidad de los activos seleccionados en el portafolio, correspondientes al periodo 2018–2025 (septiembre).

El procedimiento se dividió en las siguientes etapas:

1. Cálculo de rendimientos logarítmicos:
Se obtuvieron los precios ajustados diarios de cada activo y se calcularon los rendimientos logarítmicos mediante:

$$r_t = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right)$$

Este enfoque permite modelar mejor los cambios porcentuales y es más consistente con los modelos de movimiento browniano.

2. Comparación entre rendimientos simples y logarítmicos:
Se graficaron ambas series para observar sus diferencias y comprobar que, aunque similares en tendencia, los rendimientos logarítmicos son más adecuados para el análisis estadístico y el modelado continuo.
3. Estimación de volatilidad y rendimiento anualizado:
Se calcularon métricas descriptivas: media diaria, desviación estándar, asimetría y curtosis. Posteriormente, se anualizaron tanto la media como la volatilidad usando 252 días hábiles por año:

$$\sigma_{anual} = \sigma_{diaria} \times \sqrt{252}, \mu_{anual} = \mu_{diaria} \times 252$$

4. Pruebas de normalidad:
Para verificar si los rendimientos siguen una distribución normal, se aplicaron tres pruebas estadísticas:
 - Jarque–Bera: evalúa asimetría y curtosis.
 - Shapiro–Wilk: prueba general de normalidad.

- Kolmogorov–Smirnov (KS): compara los datos con una distribución normal teórica.

Se utilizó un nivel de significancia de 5% ($\alpha = 0.05$).

5. Visualización de normalidad (QQ-Plots):

Se generaron gráficos Q–Q para contrastar visualmente la distribución empírica de los rendimientos con la normal teórica.

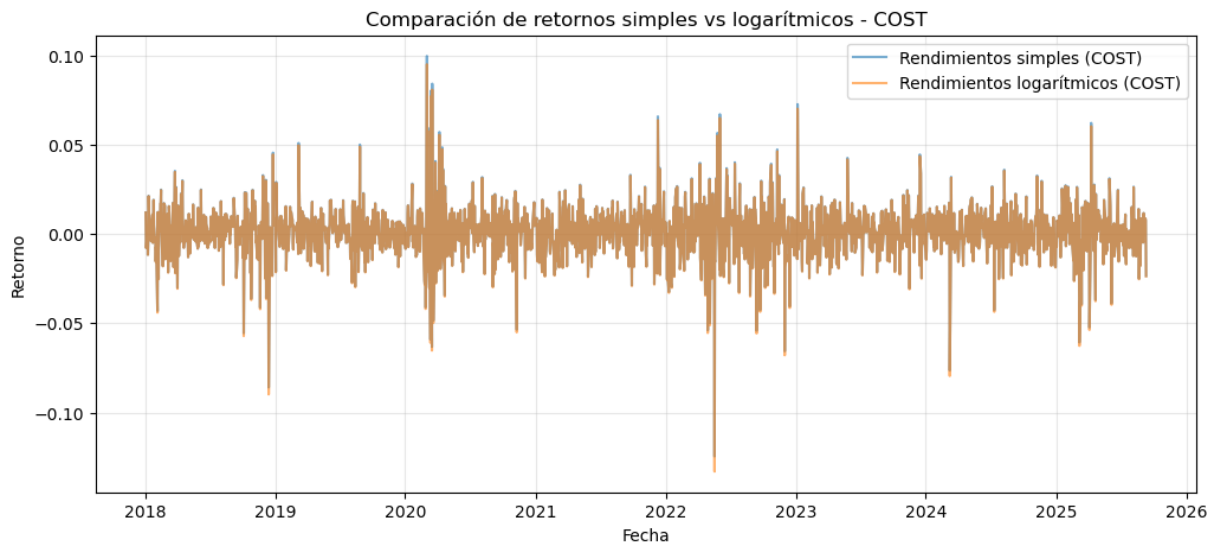
6. Modelado teórico (Movimiento Browniano Geométrico):

Se explicó el modelo de movimiento browniano geométrico (GBM) como base de los modelos de precios financieros, presentando sus ecuaciones y supuestos.

Finalmente, se simuló una trayectoria bajo parámetros teóricos ($\mu = 0.10$, $\sigma = 0.20$) para ilustrar su comportamiento ideal.

Resultados (tablas, gráficas, análisis)

Comparación de rendimientos simples vs. logarítmicos (COST)

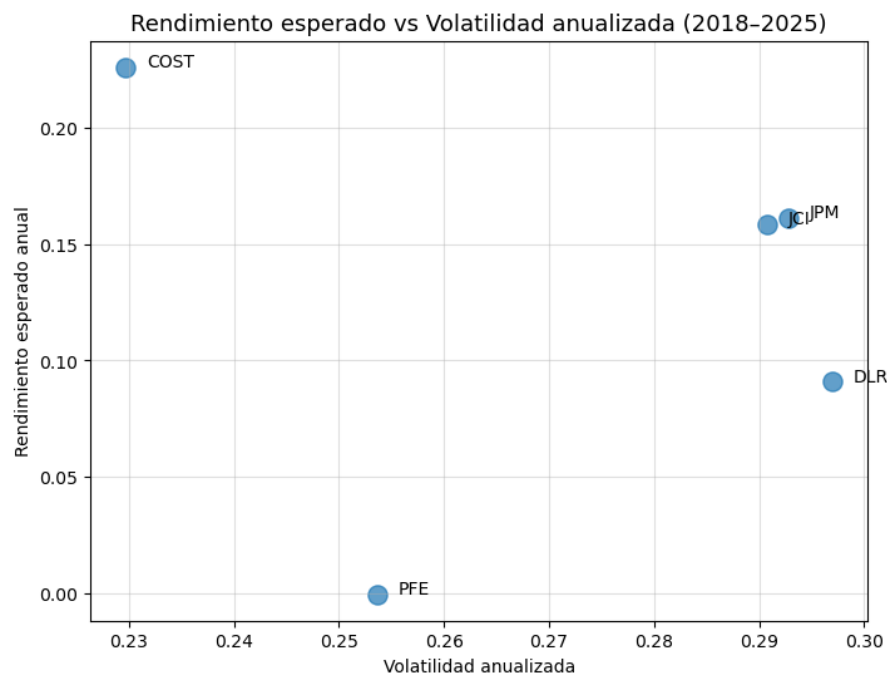


La gráfica muestra la comparación entre los rendimientos simples y logarítmicos de la acción de COST (Costco) desde 2018 hasta 2025. Ambos reflejan la misma dinámica general de variación diaria, lo que confirma que para cambios pequeños sus valores son prácticamente equivalentes. Sin embargo, en periodos de alta volatilidad —como en 2020 y 2022— se observan ligeras diferencias, donde los rendimientos simples tienden a mostrar valores más extremos que los logarítmicos. En general, ambos oscilan alrededor de cero, sin una tendencia marcada, lo que indica que las fluctuaciones diarias del precio se comportan de manera aleatoria, con picos aislados de volatilidad típicos de los mercados financieros.

Métricas descriptivas y volatilidad

	Media diaria	Desviación estándar diaria	Asimetría	Curtosis	Volatilidad anualizada	Retorno esperado anual
Ticker						
COST	0.0009	0.0145	-0.4920	8.8493	0.2297	0.2261
DLR	0.0004	0.0187	-0.1096	5.6420	0.2970	0.0909
JCI	0.0006	0.0183	-0.5706	5.9866	0.2907	0.1586
JPM	0.0006	0.0184	-0.0753	13.0901	0.2928	0.1615
PFE	-0.0000	0.0160	0.0630	3.8555	0.2536	-0.0005

Dispersión de rendimiento esperado vs. volatilidad anualizada



Esta gráfica muestra la relación entre el rendimiento esperado anual y la volatilidad anualizada de los cinco activos del portafolio (COST, PFE, DLR, JCI y JPM) durante el periodo 2018–2025. Cada punto representa un activo, donde el eje x mide el riesgo (volatilidad) y el eje y el retorno promedio anual.

Podemos observar que COST destaca con el mayor rendimiento esperado de 22% y una volatilidad relativamente baja de 23%, lo cual lo convierte en el activo más eficiente en términos de riesgo–retorno. En contraste, PFE tiene rendimiento casi nulo a pesar de una volatilidad cercana al 25%, lo que indica bajo desempeño. Por otro lado, DLR, JCI y JPM presentan niveles de riesgo más altos (cercanos al 29–30%) con rendimientos moderados (entre 9% y 16%).

En conjunto, el gráfico permite identificar la relación directa entre riesgo y rendimiento esperado, así como la conveniencia de diversificar el portafolio hacia activos con mejor compensación entre ambos, como COST.

Pruebas de normalidad

	Jarque-Bera p	Shapiro p	KS p
DLR	0.0	0.0	0.0
JCI	0.0	0.0	0.0
PFE	0.0	0.0	0.0
COST	0.0	0.0	0.0
JPM	0.0	0.0	0.0

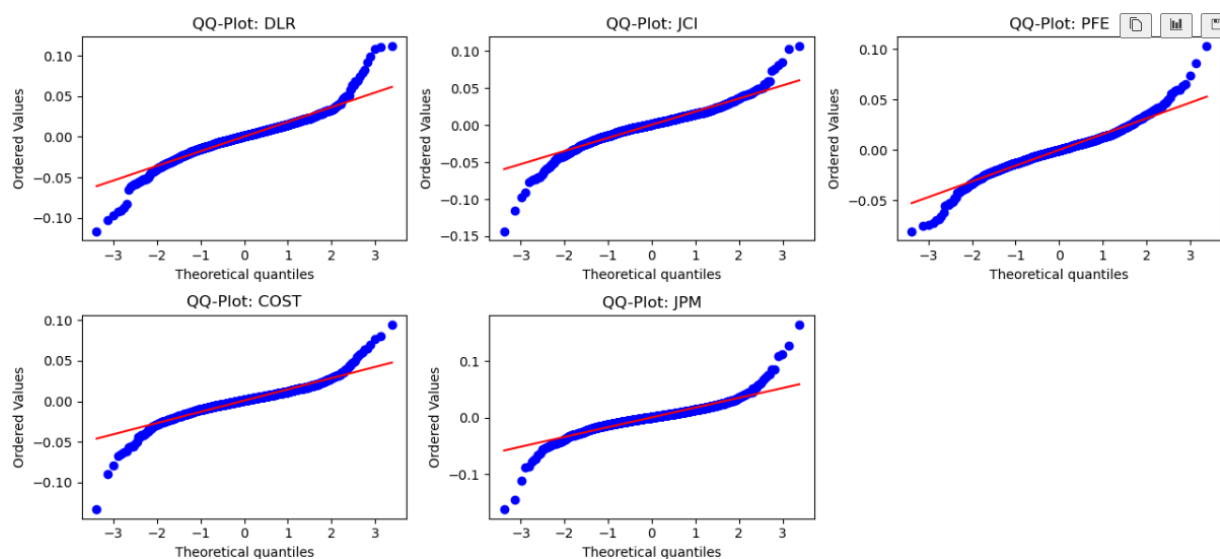
Interpretación general:

Si $p < 0.05 \rightarrow$ se rechaza la normalidad.

Si $p \geq 0.05 \rightarrow$ no se rechaza la normalidad (se aproxima a normal).

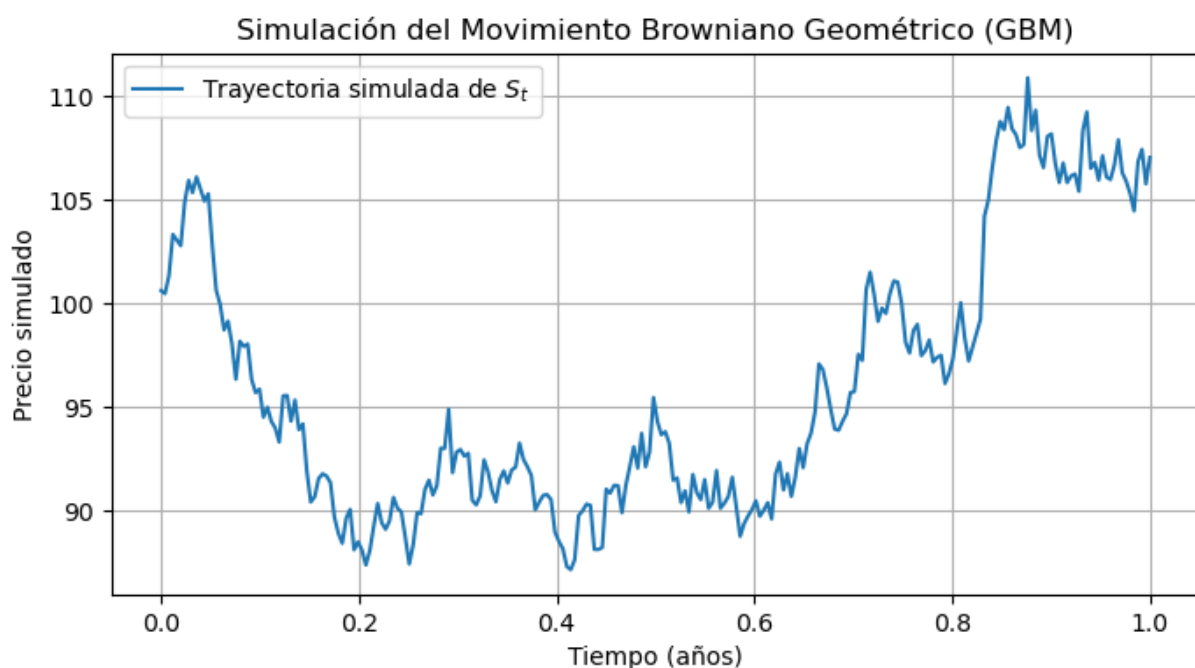
Los resultados de las pruebas de normalidad muestran que todos los activos tienen p-valores iguales a 0.0000 en los tres contrastes aplicados (Jarque–Bera, Shapiro–Wilk y Kolmogorov–Smirnov). Esto implica que, en todos los casos, se rechaza la hipótesis nula de normalidad con un nivel de significancia del 5%. En otras palabras, los rendimientos de los activos no siguen una distribución normal, lo que confirma la presencia de asimetrías o colas más pesadas de lo esperado.

QQ-Plots por activo (subplots 2x3)



En los QQ-plots obtenidos para los rendimientos logarítmicos, los puntos azules representan los cuantiles observados de los datos reales de cada activo, mientras que la línea roja muestra los cuantiles teóricos que tendría una distribución normal perfecta. En los gráficos, los puntos siguen la línea roja en la parte central, lo que indica que la mayoría de los rendimientos se distribuyen de forma cercana a la normal. Sin embargo, en las colas se observa una desviación clara: al inicio los puntos se ubican por debajo de la línea y al final por encima, lo que revela la presencia de colas más pesadas que las de una distribución normal. Esto significa que, aunque la mayor parte de los rendimientos se comporta de manera “normal”, existen más eventos extremos (tanto positivos como negativos) de lo que la teoría clásica supone, afectando la validez de modelos financieros que dependen de esta suposición.

Modelado Teórico



La simulación del Movimiento Browniano Geométrico (GBM) muestra la trayectoria hipotética del precio de un activo durante un año, partiendo de un valor inicial de 100. A lo largo del tiempo, el precio fluctúa de manera aleatoria, reflejando la naturaleza incierta de los mercados financieros. En la gráfica, se observa que el activo experimenta caídas pronunciadas, donde baja cerca de 30 y posteriores recuperaciones al final del periodo. Esto ilustra cómo el GBM combina una tendencia

promedio de crecimiento ($\mu = 10\%$) con una volatilidad ($\sigma = 20\%$) que introduce variaciones impredecibles, simulando un comportamiento realista del movimiento de precios en el mercado.

Discusión y conclusiones

La gráfica de dispersión de rendimiento esperado vs volatilidad anualizada el activo COST obtuvo un rendimiento esperado anual de 22 % con una volatilidad anualizada de 23 %. Esto lo coloca como el más eficiente del portafolio en términos riesgo-retorno. Esto significa que, dentro de la selección que hicimos de los activos, COST ha logrado combinar alto retorno con un riesgo relativamente moderado, esto refuerza la justificación de haberlo incluido en la primera entrega.

En cambio, el activo PFE presenta casi rendimiento nulo aunque con una volatilidad cercana al 25 %. Significa que ese activo ha costado riesgo sin generar un retorno relevante. Podríamos considerar que en futuras revisiones este activo tenga un peso menor o remplazarlo por uno con mejor compensación riesgo-retorno.

Que los demás activos (DLR, JCI, JPM) tengan volatilidades más altas (29-30 %) y rendimientos moderados (9-16 %) implica que, para ese rango de tiempo, están menos eficientes comparados con COST. Esto sugiere que al aumentar riesgo no siempre obtuvimos proporcionalmente mayor retorno.

Las pruebas de normalidad muestran que ningún activo sigue una distribución normal ($p\text{-valores} < 0.05$), y los QQ-plots revelan colas más pesadas de lo esperado, indicando eventos extremos frecuentes. Esto se relaciona con momentos de tensión del mercado durante 2018-2025, como la pandemia de COVID-19 en 2020 y el desplome de 2022 por inflación, alzas de tasas y la guerra en Ucrania. En conjunto, los activos presentan un comportamiento más riesgoso y menos “ordenado” que los supuestos de modelos clásicos, lo que debe considerarse al evaluar riesgos o aplicar modelos financieros.

Bibliografía

- Yahoo Finance. (2024). *Historical Market Data for DLR, JCI, COST, PFE, JPM, and S&P500*. Recuperado de <https://finance.yahoo.com>
- Digital Realty Trust Inc. (DLR). (2023). *Annual Report 2023*. Recuperado de <https://investor.digitalrealty.com>
- Johnson Controls International plc (JCI). (2023). *Investor Relations – Annual Report 2023*. Recuperado de <https://investors.johnsoncontrols.com>
- JPMorgan Chase & Co. (JPM). (2023). *Annual Report and Financial Statements*. Recuperado de <https://www.jpmorganchase.com>
- Costco Wholesale Corporation (COST). (2023). *Annual Report and Financial Review*. Recuperado de <https://investor.costco.com>
- Pfizer Inc. (PFE). (2023). *Annual Report and Corporate Filings*. Recuperado de <https://investors.pfizer.com>
- Basuony, M. A. K., Bouaddi, M., Ali, H., EmadEldeen, R., Basuony, M. A. K., Bouaddi, M., Ali, H., & EmadEldeen, R. (2021). The effect of COVID-19 pandemic on global stock markets: Return, volatility, and bad state probability dynamics. *Journal Of Public Affairs*, 22(S1), e2761. <https://doi.org/10.1002/pa.2761>

Repositorio:

[Sara-8a/PROYECTO-ANALISIS-DEL-RIESGO](#)

