ITESO UNIVERSIDAD JESUITA DE GUADALAJARA

INGENIERÍA FINANCIERA

SIMULACIÓN DE PROCESOS FINANCIEROS

REPORTE INTEGRADOR 1: SIMULACION DE MONTECARLO

Presentan:

Sara Hernández Ochoa

Edgardo Noel González Tejeda

Profesor: Mtro. Alan Omar Topete Salazar

02/2026

Tabla de contenido

Introducción

La simulación de Monte Carlo es una herramienta fundamental en el análisis numérico y en la modelación de procesos financieros. Este método permite aproximar soluciones a problemas matemáticos complejos mediante el uso de números aleatorios y técnicas estadísticas.

El objetivo de este reporte es presentar una introducción práctica a la simulación de Monte Carlo a través de la construcción de herramientas para aproximar integrales definidas y estimar el valor de π, utilizando tanto Python como Excel. A lo largo del documento se describen los fundamentos teóricos del método, los pasos implementados en cada actividad y los principales resultados obtenidos.

Este trabajo busca comprender no solo el funcionamiento técnico del método, sino también su utilidad en aplicaciones financieras y matemáticas donde las soluciones analíticas no siempre son sencillas de obtener.

Marco teórico

La simulación de Monte Carlo es un método numérico que utiliza la generación de números aleatorios para aproximar soluciones a problemas determinísticos. Su fundamento teórico se basa en la probabilidad y en la Ley de los Grandes Números, la cual establece que, al aumentar el número de experimentos aleatorios, el promedio de los resultados converge al valor esperado.

En el contexto matemático, este método puede emplearse para aproximar integrales definidas de la forma:

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

La idea consiste en generar valores aleatorios uniformemente distribuidos en el intervalo $[a, b]$, evaluar la función en esos puntos y utilizar el promedio de los resultados para estimar el área bajo la curva. La aproximación se expresa como:

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx (b-a)\cdot\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} f(x_i)$$

donde N es el número de simulaciones.

En finanzas, la simulación de Monte Carlo es ampliamente utilizada para:

- Valuación de opciones y derivados financieros.
- Medición de riesgo (Value at Risk).
- Proyección de precios de activos.
- Evaluación de portafolios bajo incertidumbre.

Su relevancia radica en que muchos modelos financieros involucran incertidumbre y distribuciones probabilísticas complejas, donde las soluciones analíticas no siempre existen o son difíciles de calcular.

Actividades realizadas

1. Calculadora de integrales en Python (método Monte Carlo)

Explicación teórica:

Para integrar una función $f(x)$en el intervalo $[a, b]$, se generan puntos aleatorios uniformes dentro de ese intervalo. Se evalúa la función en esos puntos y se aproxima el área bajo la curva como el promedio de las evaluaciones multiplicado por $(b-a)$.

Pasos:

1. Construimos una función que genera Nmuestras uniformes en $[a, b]$.
2. Evaluamos $f(x)$en cada muestra y calculamos el promedio.
3. Multiplicamos el promedio por $(b-a)$para estimar la integral.

Resultados y aprendizajes:

Se probó la función x^2en el intervalo $[0, 1]$. La estimación obtenida fue cercana al valor exacto $1/3$, con un error pequeño. Se aprendió que el método de Monte Carlo es flexible y fácil de implementar, pero su precisión depende del número de simulaciones N; cuando Nes pequeño, el error puede ser mayor.

2. Estimación de pi con un círculo en Python

Explicación teórica:

Se lanzan puntos aleatorios en un cuadrado de lado 1. La proporción de puntos dentro del cuarto de circulo de radio 1 aproxima pi/4. Multiplicando por 4 se estima pi.

Pasos:

1. Generamos N puntos aleatorios entre 0 y 1.
2. Contamos cuantos caen dentro del círculo (x^2 + y^2 <= 1).
3. Calculamos pi = 4 * (dentro / total).

Resultados y aprendizajes:

Con N grande (ejemplo 200000) se obtuvo pi ≈ 3.13. Se aprende que el método converge a pi, aunque requiere muchas simulaciones para buena precisión.

3. Calculadora de integrales en Excel

Explicación teórica:

Se construyó una calculadora de integrales en Excel utilizando el método Monte Carlo para aproximar integrales definidas. La idea es estimar el valor de

$$\int_a^b f(x)\, dx$$

generando valores aleatorios dentro del intervalo $[a, b]$, evaluando la función en esos puntos y calculando el promedio.

La integral se aproxima con la fórmula:

$$\int_a^b f(x)\, dx \approx (b - a) \cdot \text{PROMEDIO}(f(x))$$

Mientras mayor sea el número de puntos generados, mejor será la aproximación.

Pasos:

1. Se definieron los límites de integración ay $b$en celdas específicas.
2. Se generó una columna de valores aleatorios dentro del intervalo usando la fórmula: =a + (b-a)*RAND()

3. En la siguiente columna se evaluó la función $f(x)$(por ejemplo, =A2^2 si la función era x^2).
4. Se utilizó la función PROMEDIO() para obtener el valor promedio de $f(x)$.
5. Finalmente, se multiplicó ese promedio por $(b-a)$para obtener la estimación de la integral.

Qué integrales se probaron:

- $\int_0^1 x^2\,dx$
- $\int_0^{\pi} \sin(x)dx$

En ambos casos, el resultado obtenido en Excel fue cercano al valor exacto.

Resultados y aprendizajes:

Se observó que al aumentar el número de simulaciones (más filas con valores aleatorios), la aproximación mejora.

Se aprendió que Excel puede funcionar como una herramienta de cálculo numérico, permitiendo simular procesos matemáticos mediante funciones aleatorias, fórmulas y promedios, sin necesidad de usar programación avanzada.

4. Estimación de pi con un círculo en Excel

Explicación teórica:

Misma lógica que en Python, pero implementada con hojas de cálculo. Se generan columnas X e Y aleatorias y se calcula si cada punto cae dentro del círculo.

Pasos:

1. Generamos dos columnas de números aleatorios (X, Y).
2. Creamos una columna que verifica si X^2 + Y^2 <= 1.
3. Calculamos la proporción dentro y multiplicamos por 4.

Resultados y aprendizajes:

Con varios miles de puntos, Excel dio pi ≈ 3.14. Se aprendió a usar Excel para simulaciones sencillas, visualizando datos con tablas y graficas.

Conclusiones

A través del desarrollo de estas actividades se comprendió el funcionamiento práctico de la simulación de Monte Carlo y su aplicación en la aproximación de integrales y estimación de constantes matemáticas como π.

Se observó que el método es sencillo de implementar tanto en Python como en Excel, lo que demuestra su versatilidad. Además, se comprobó que al aumentar el número de simulaciones, los resultados se acercan más al valor exacto, confirmando el principio de convergencia estadística.

Entre las principales limitaciones del método se encuentra su dependencia del número de simulaciones: cuando N es pequeño, el error puede ser considerable. Asimismo, puede requerir un gran número de iteraciones para alcanzar alta precisión, lo que implica mayor tiempo de cálculo.

Como mejora futura, se podrían implementar técnicas para reducir la varianza o comparar el método de Monte Carlo con otros métodos numéricos, como el método del trapecio o Simpson, con el fin de analizar diferencias en eficiencia y precisión.

En conclusión, la simulación de Monte Carlo es una herramienta poderosa para el análisis matemático y financiero, especialmente en contextos donde la incertidumbre es un elemento central.

Referencias

- Glasserman, P. (2004). *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer.
- Ross, S. (2014). *Introduction to Probability Models*. Academic Press.
- Hull, J. (2018). *Options, Futures, and Other Derivatives*. Pearson.
- Material de clase: Simulación de Procesos Financieros (2026).

Anexos

- REPOSITORIO: Sara-8a/REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA
- Estimación de pi con un circulo en Python: REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA/2. Estimación de pi con un círculo en Python.ipynb at main · Sara-8a/REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA
- Estimación de pi con un circulo en Excel: Sara-8a/REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA
- Calculadora de integrales en Python: Sara-8a/REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA
- Calculadora de integrales en Excel: Sara-8a/REPORTES-SIMULACION-MATEMATICA