

Movimiento de un Asteroide en el Sistema de Próxima Centauri

1 Descripción del Problema

Próxima Centauri es parte del sistema Alfa Centauri, compuesto por dos estrellas principales (Alfa Centauri A y B) y Próxima Centauri, una estrella más pequeña y distante. Consideremos un sistema binario simplificado formado por Próxima Centauri ($M_1 = 2.446 \times 10^{29}$ kg) y Alfa Centauri B ($M_2 = 1.804 \times 10^{30}$ kg). Se analizará el movimiento de un asteroide de masa $m = 1.0 \times 10^{12}$ kg bajo la influencia gravitatoria de ambas estrellas.

El objetivo es determinar la trayectoria del asteroide en función del tiempo y encontrar puntos críticos como la distancia mínima del asteroide a cada estrella.

2 Justificación

El sistema de Próxima Centauri es relevante debido a su cercanía a nuestro sistema solar y puede servir como modelo para analizar dinámicas en sistemas binarios. El estudio de la interacción de un tercer cuerpo con estrellas binarias es fundamental para predecir trayectorias de cometas, asteroides y posibles exoplanetas. Debido a la complejidad de las ecuaciones del problema de tres cuerpos, es necesario el uso de métodos numéricos para resolverlas.

3 Ecuaciones Fundamentales

El movimiento del asteroide está regido por la Ley de Gravitación Universal y la Segunda Ley de Newton. Las ecuaciones diferenciales del sistema son:

- **Fuerzas gravitatorias sobre el asteroide:**

$$\mathbf{F}_1 = -\frac{GM_1m}{r_{a1}^2}\hat{r}_{a1}, \quad \mathbf{F}_2 = -\frac{GM_2m}{r_{a2}^2}\hat{r}_{a2} \quad (1)$$

donde r_{a1} y r_{a2} son las distancias del asteroide a Próxima Centauri y Alfa Centauri B, respectivamente.

- **Ecuaciones de movimiento:**

$$\ddot{x}_a = -\frac{GM_1(x_a - x_1)}{r_{a1}^3} - \frac{GM_2(x_a - x_2)}{r_{a2}^3}, \quad (2)$$

$$\ddot{y}_a = -\frac{GM_1(y_a - y_1)}{r_{a1}^3} - \frac{GM_2(y_a - y_2)}{r_{a2}^3}. \quad (3)$$

- **Condiciones iniciales:** El asteroide inicia en una posición (x_{a0}, y_{a0}) con velocidad (v_{x0}, v_{y0}) .

4 Métodos Numéricos

Para resolver el problema, se emplearán los siguientes métodos numéricos:

- **Integración Numérica:** Se utilizará el método de Runge-Kutta para resolver las ecuaciones diferenciales y obtener la trayectoria del asteroide.
- **Interpolación:** Para obtener valores intermedios en la trayectoria, se usará interpolación de splines cúbicos.
- **Derivación Numérica:** Se aplicarán diferencias finitas para estimar aceleraciones o velocidades adicionales.
- **Búsqueda de Raíces:** Para encontrar la distancia mínima del asteroide a cada estrella, se empleará el método de bisección o Newton-Raphson en la función $\frac{d}{dt}r_{ai} = 0$.

5 Resultados Esperados

Se espera obtener:

1. La trayectoria del asteroide en el plano (x, y) .
2. El tiempo y la distancia mínima del asteroide a cada estrella.
3. Un análisis de cómo las condiciones iniciales afectan la trayectoria.