



Axiomas de los reales

Axioma 1. Conmutatividad. (Conm)

a) $(\forall x, y \in \mathbb{R}) \quad x + y = y + x$

b) $(\forall x, y \in \mathbb{R}) \quad x \cdot y = y \cdot x$

Axioma 2. Asociatividad. (As.)

a) $(\forall x, y, z \in \mathbb{R}) \quad x + (y + z) = (x + y) + z$

b) $(\forall x, y, z \in \mathbb{R}) \quad x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$

Axioma 3. Distributividad. (Dist.)

a) $(\forall x, y, z \in \mathbb{R}) \quad x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$

b) $(\forall x, y, c \in \mathbb{R}) \quad (x + y) \cdot c = x \cdot c + y \cdot c$

Axioma 4. Existencia elementos neutros. (ENA y ENM)

a) $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x + e = x$

b) $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x \cdot e = x$

Axioma 5. Existencia de elementos inversos. (EIA y EIM)

a) $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x + \text{opuesto}(x) = 0$

a) $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad x \cdot \text{recíproco}(x) = 1$

Propiedades.

Propiedad 1.

$$(\forall a \in \mathbb{R}) \quad a \cdot 0 = 0$$

Propiedad 2.

En \mathbb{R} , las ecuaciones

a) $a + x = b$

b) $a \cdot x = b \quad (a \neq 0)$

tienen solución, y dicha solución es única.

Propiedad 3. (Reglas de los inversos)

a) $(\forall a \in \mathbb{R}) \quad -(-a) = a$

b) $(\forall a \in \mathbb{R}^*) \quad (a^{-1})^{-1} = a \mid \mathbb{R} \setminus \{0\}$

Propiedad 4. (Reglas de los signos)

a) $a \cdot (-b) = -(a \cdot b) = -ab$

b) $(-a) \cdot (-b) = a \cdot b$

c) $-(a + b) = (-a) + (-b) = -a - b$

d) *Si* $a, b \neq 0 \implies (a \cdot b)^{-1} = a^{-1} \cdot b^{-1}$

e) $a - (b + c) = a - b - c$

f) $a - (b - c) = a - b + c$

Propiedad 5.

$$(\forall x, y \in \mathbb{R}) \quad x \cdot y = 0 \implies (x = 0) \vee (y = 0)$$

Propiedades adicionales.

1. $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b} \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} \mid b, c \neq 0$

2. $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd} \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} \mid b, d \neq 0$

3. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} \mid b, d \neq 0$

4. $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc} \quad \forall a, b, c \in \mathbb{R} \mid b, d, c \neq 0$

5. $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab \pm b^2$

6. $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

7. $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

8. $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

9. $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$