سوال ۱)

الف)

V = {c1, c2, c3, c4, c5}

دامنه نظیر هر متغیر (کلاس) حاوی تمام اساتیدی است که می توانند آن کلاس را تدریس کنند.

Dc1 = {C}

Dc2 = {B, C}

Dc3 = {A, B, C}

Dc4 = {A, B, C}

Dc5 = {B, C}

قید ها را به گونه ای تنظیم می کنیم که کلاس های با تداخل زمانی نمی توانند توسط یک استاد تدریس شوند لذا متغیر نظیر کلاس هایی که تداخل زمانی دارند نمی توتنند مقادیر مشابه از دامنه اخذ نمایند.

< (c1, c2) , c1 ≠ c2 >

< (c2, c3) , c2 ≠ c3 >

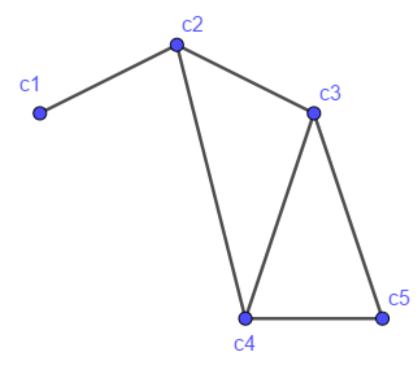
< (c3, c4) , c3 ≠ c4 >

< (c2, c4) , c2 ≠ c4 >

< (c3, c5) , c3 ≠ c5 >

< (c4, c5) , c4 ≠ c5 >

ب)



پ)

If c2 = C then there is no value for c1 → Dc2 = {B}

If c3 = B then there is no value for c2 → Dc3 = {A, C}

If c4 = B then there is no value for c2 → Dc4 = {A, C}

New domains → Dc1 = {C} , Dc2 = {B} , Dc3 = {A, C} , Dc4 = {A, C} , Dc5 = {B, C}

ت) راه حل برای csp :

می توانیم در ابتدا متغیر هایی که دامنه آن ها تنها یک عضو دارد را با تنها عضو دامنه مقدار دهی کنیم به این ترتیب c1 = C و c2 = B خواهد شد حال از میان متغیر هایی که تعداد عضو دامنه آن ها کمتر است متغیری را انتخاب می کنیم که در قیود بیشتری حضور داشته باشد از آن جایی که هر ۳ متغیر باقی مانده c3 و c4 و c5 هرکدام ۲ عضو در دامنه خود دارند و متغیر c3 در ۳ قید ، متغیر c4 نیز در ۳ قید و متغیر c5 در۲ قید حضو دارد پس ابتدا متغیر c3 یا c4 را برای مقدار دهی کردن انتخاب می کنیم.(در این مرحله به تصادف من c3 را انتخاب می کنم) می توان به متغیر c3 دو مقدار A و C را از دامنه نظیر کرد با توجه به اینکه هر دو مقدار دهی سازگار است و موجب نقض قیدی نمی شود برای مثال c3 = A قرار می دهیم در گام بعد از میان متغیر c4 و c5 با توجه به اینکه هر دو ۲ عضو در دامنه دارند متغیری را انتخاب می کنیم که در تعداد قید بیشتری حضور دارد. متغیر c4 در ۳ قید و متغیر c5 در ۲ قید حاضر است پس c4 را انتخاب کرده و از میان مقایدر موجود در دامنه تنها می توان مقدار C را به آن تخصیص داد زیرا اختصاص مقدار A به متغیر c4 موجب نقض قید < (c3, c4) , c3 ≠ c4 > می گردد.

در گام بعد تنها متغیر باقی مانده یعنی c5 را انتخاب کرده و مقدار B را به آن تخصیص می دهیم. زیرا اختصاص مقدار C به متغیر c5 موجب نقض قید < (c4, c5) , c4 ≠ c5 > می گردد.

به این ترتیب مقدار دهی های زیر برای مسئله csp بدست خواهد آمد :

c1 = C, c2 = B, c3 = A, c4 = C, c5 = B

ث) اگر گراف محدودیت نظیر مسئله csp درخت باشد می توانیم پس از برقراری topological sort از راست به چپ آغاز کرده و هر والد را نسبت به فرزندانش arc-consistent کنیم به این ترتیب می توان به صورت backtrack free مسئله را حل نمود و order زمانی حل از $O(nd^2)$ خواهد بود که نسبت به روش backtrack که از $O(d^n)$ است بسیار کارآمد تر می باشد.

ج) می توان یک cycle cut set از گراف که اندازه آن حتی الامکان کوچک باشد را انتخاب کرده و با حذف آن گراف مربوطه را به درخت تبدیل کرد سپس به صورت ذکر شده در بالا به شکل backtrack free آن را حل نمود.

پیش از حذف نیاز است به هر یک از متغیر های درون cycle cut set یک مقدار از دامنه تخصیص دهیم به صورتی که هیچ قیدی نقض نگردد سپس با توجه به قیود ، دامنه متغیر های باقی مانده را اپدیت کنیم. برای مثال در گراف محدودیت سوال فوق با حذف راس c4 و یال های متصل به آن می توان به ساختاری درختی دست یافت حال با توجه به اینکه دامنه متغیر c4 پس از برقراری arc-consistency شامل ۲ مقدار A, C است لذا یکبار با اختصاص مقدار A و یکبار با اختصاص مقدار C به متغیر c4 ، ۲ درخت ایجاد نموده و با دامنه های اپدیت شده نظیر هر متغیر و با توجه به اینکه در قسمت های قبل csp مذکور arc-consistent شده بود به سادگی و با تنها یکبار پیمایش درخت می توان csp را در O(n) حل نمود.

چ) فایل مینی زینک تحت عنوان Question1 ضمیمه شده است.

سوال ۲)

الف) در این مسئله csp تنها یک مقدار ارضا کننده خواهد داشت و آن این است که به هر متغیر xi مقدار i نسبت داده شود.

ب)

If x1 = 10 then there is no value for x2 → Dx1 = {1, 2, 3, … , 9}

پ) اگر x2 نسبت به x3 ، Arc-consistent باشد یعنی {9 … ,3 ,2 ,1} = Dx2 و اگر x3 نسبت به x4 ، Arc-consistent باشد یعنی {9 … ,3 ,2 ,1} = Dx3 آن گاه برای Arc-consistent کردن x1 نسبت به x2 لازم است دامنه x1 را به شکل {8 , … ,3 ,2 ,1} = Dx1 محدود کنیم.

ت)

x2 نسبت به x3 ، arc-consistent است پس : Dx2 = {1, 2, 3, …, 9}

X3 نسبت به x4 ، arc-consistent است پس : Dx3 = {1, 2, 3, …, 9}

X4 نسبت به x5 ، arc-consistent است پس : Dx4 = {1, 2, 3, …, 9}

X5 نسبت به x6 ، arc-consistent است پس : Dx5 = {1, 2, 3, …, 9}

X6 نسبت به x7 ، arc-consistent است پس : Dx6 = {1, 2, 3, …, 9}

X7 نسبت به x8 ، arc-consistent است پس : Dx7 = {1, 2, 3, …, 9}

X8 نسبت به x9 ، arc-consistent است پس : Dx8 = {1, 2, 3, …, 9}

X9 نسبت به x10 ، arc-consistent است پس : Dx9 = {1, 2, 3, …, 9}

برای اینکه x_1 نسبت به x_2 ، arc-consistent شود لازم است مقدار ۹و ۱۰ را از دامنه x_1 حذف کنیم زیرا در صورتی که $x_1 = 9$ یا $x_1 = 10$ شود هیچ مقداری از دامنه برای x_2 باقی نخواهد ماند:

$D_{x1} = \{1, 2, 3, \ldots 8\}$

ث) حداقل ۹ یال مورد بررسی قرار می گیرد.

ج)

$V = \{X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n\}$

$D_{xi} =\{1, 2, \ldots, M\}$

Constraint:

به ازای هر i در بازه ی ۱ تا $n-2$ یک قید با فرم زیر را خواهیم داشت و در حالت کلی تعداد $n-2$ قید خواهیم داشت.

$< (x_i, x_{i+1}, x_{i+2}) , (X_i - x_{i+1})(x_{i+1} - x_{i+2}) > 0 >$: for all $1 < i <= n-2$

$\rightarrow (x_i > x_{i+1}$ and $x_{i+1} > x_{i+2})$ or $(x_i < x_{i+1}$ and $x_{i+1} < x_{i+2})$

به علاوه یک قید alldifferent نیز خواهیم داشت که حاوی تمام متغیر ها می باشد.

$<(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n) , \text{Alldiff}(x_1, x_2, \ldots, x_n) >$

سوال ۳)

$D + E = Y + C_1$

$N + R + C_1 = E + C_2$

$E + O + C_2 = N + C_3$

$S + M + C_3 = O + M$

DGREE(S) = 1 , DGREE(M) = 2 , DGREE(D) = 1 , DGREE(N) = 2 , DGREE(E) = 3 ,

DGREE(O) = 2 , DGREE(R) = 1 , DGREE(C1) = 2 , DGREE(C2) = 2 , DGREE(C3) = 2

DGREE(Y) = 1

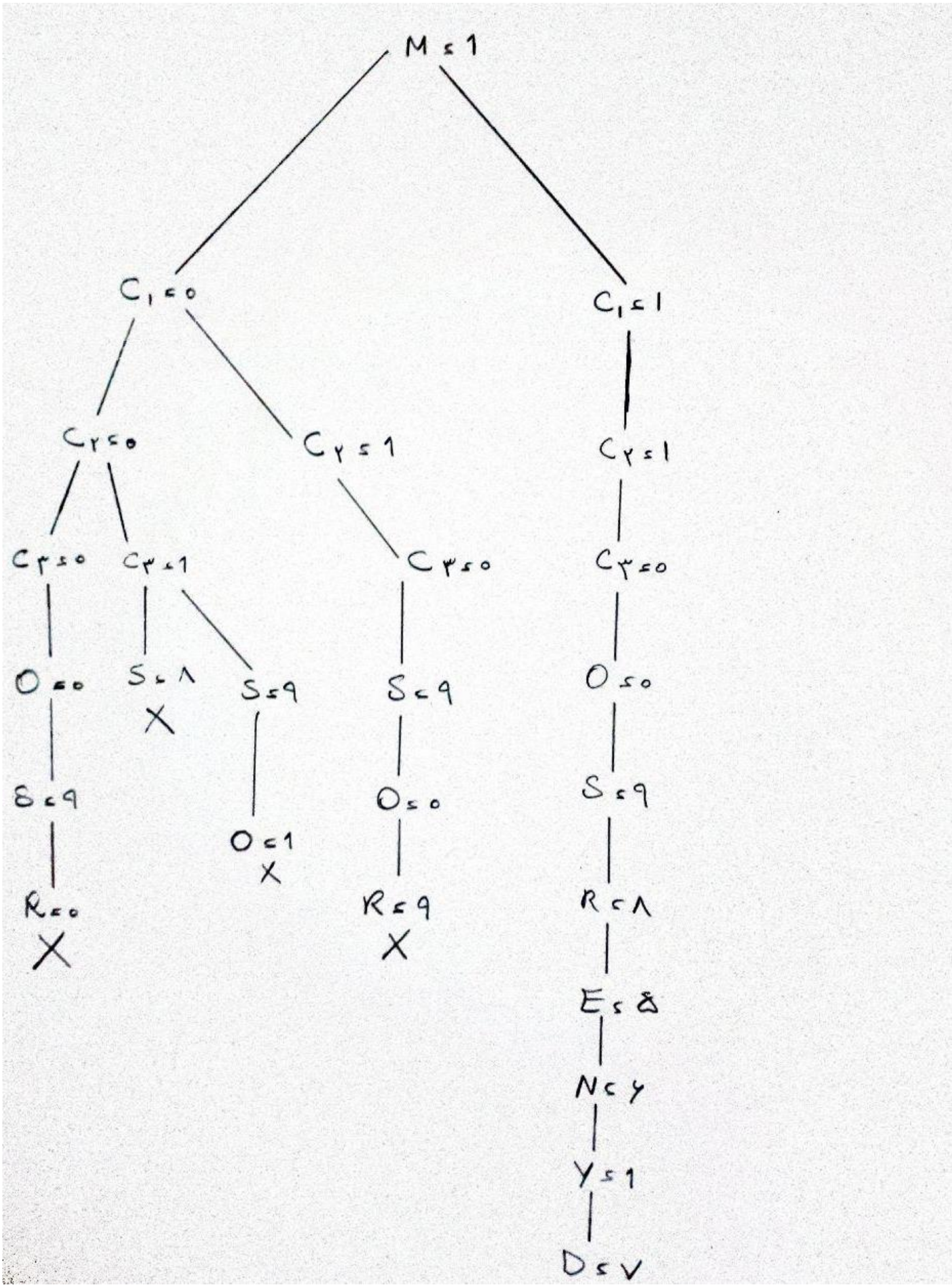
$D_{c1, c2, c3} = \{0, 1\}$

$D_M = \{1\}$

$D_S = \{1, 2, \ldots, 9\}$

D(E, D, Y, N, R, O) = {0, 1, … 9}

هیوریستیک mvr در هر مرحله متغیری را انتخاب می کند که تعداد عضو دامنه ان کمتر است و lcv هر بار مقداری را به متغیر انتخاب شده تخصیص می دهد که تعداد قید کمتری را محدود نماید.



سوال ۴)

الف)

DA = {1, 4}

DB= {4}

DC = {3}

DD = {2, 3, 4}

DE = {2}

DF = {3, 4}

DG = {2}

<(A, B) , A ≠ B>

<(B, F) , B ≠ F>

<(D, E, F) , alldiff(D, E, F)> → <(D, E) , D ≠ E> , <(D, F) , D ≠ F> , <(E, F) , E ≠ F>

<(A, C, D, G) , alldiff(A, C, D, G)> → <(A, C) , A ≠ C> , <(A, D) , A ≠ D> , <(A, G) , A ≠ G> , <(C, D) , C ≠ D> , <(C, G) , C ≠ G> , <(D, G) , D ≠ G>

ب)

متغیر	A	B	C	D	E	F	G
مقادیر باقیمانده	۱و۴	۴	۳	۲و۳و۴	۲	۳و۴	۲
دارای محدودیت با # متغیر دیگر	۴	۲	۳	۵	۲	۳	۳

پ) با توجه به اینکه MRV huristic در هر گام متغیری را انتخاب می کند که در دامنه آن تعداد عضو کمتری وجود دارد لذا در گام بعد یکی از متغیرهای B, C, E, G که هر کدام تنها یک عضو در دامنه دارند انتخاب می شوند.

ت) اگر از Degree huristic استفاده کنیم آن گاه متغیری انتخاب می شود که در تعداد قید بیشتری ظاهر شده است و یا به عبارتی با تعداد بیشتری از متغیر ها در داخل قید است در این حالت متغیر D انتخاب می شود زیرا با تعداد ۵ متغیر دیگر در قید ظاهر می شود.

ث)

انتشار محدودیت	A	B	C	D	E	F	G
مقادیر ممکن	۱و۴	۴	۳	۲و۳و۴	۲	۳و۴	۲
محدودیت بین A, B	۱	۴	۳	۲و۳و۴	۲	۳و۴	۲
محدودیت بین B, F	۱	۴	۳	۲و۳و۴	۲	۳	۲
محدودیت بین D, C	۱	۴	۳	۲و۴	۲	۳	۲
محدودیت بین D, G	۱	۴	۳	۴	۲	۳	۲

سوال ۵)

الف)

$$\frac{n^2 * (n^2 + 1)}{2 * \mathrm{n}} = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}$$

ب)

مدلسازی در قالب csp :

ابتدا به هر درایه از ماتریس یک متغیر نظیر می کنیم

V = {X11 , X12, … X1n , X21 , X22 , … X2n , …. Xnn}

Dxij = {1, 2, … , n^2}

۱- مقدار همه ی درایه ها می بایست متفاوت باشند:

<(X11 , X12, … X1n , X21 , X22 , … X2n , …. Xnn) , alldiff(X11 , X12, … X1n , X21 , X22 , … X2n , …. Xnn)>

۲- جمع مقدار درایه های هر سطر می بایست برابرقسمت الف باشد:

<(X11, X12, … , X1n) , $\sum_{i=1}^{n} X1i = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}$ >

$<(X21, X22, \dots, X2n), \sum_{i=1}^{n} X2i = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

...

$<(Xn1, Xn2, \dots, Xnn), \sum_{i=1}^{n} Xni = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

۳- جمع مقدار درایه های هر ستون می بایست برابرقسمت الف باشد:

$<(X11, X21, \dots, Xn1), \sum_{i=1}^{n} Xi1 = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

$<(X12, X22, \dots, Xn2), \sum_{i=1}^{n} Xi2 = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

...

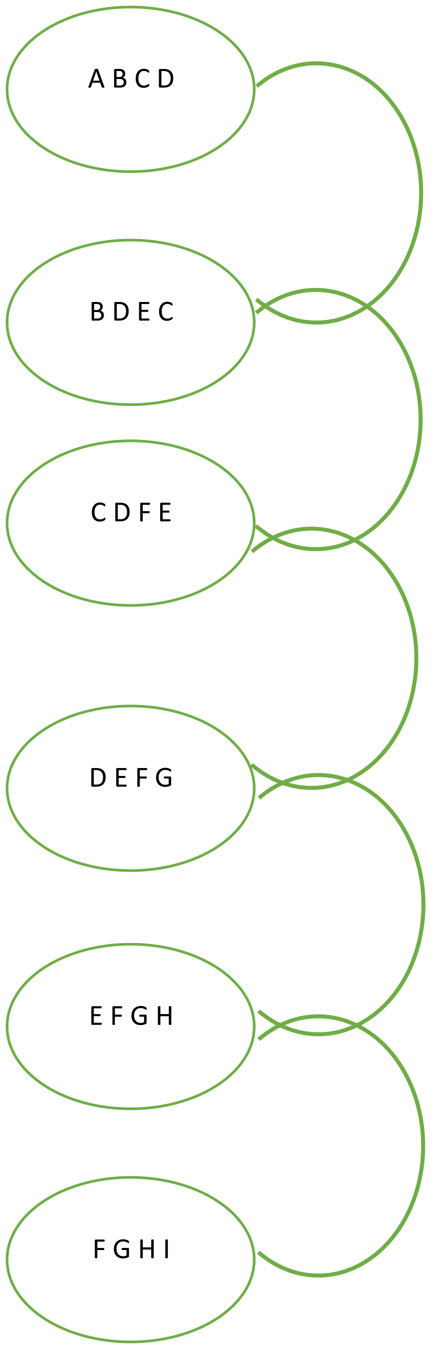
$<(X1n, X2n, \dots, Xnn), \sum_{i=1}^{n} Xin = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

۴- جمع درایه های قطر اصلی و فرعی نیز می بایست برابرقسمت الف باشد:

$<(X11, X22, \dots, Xnn), \sum_{i=1}^{n} Xii = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

$<(X1n, X2n\text{-}1, \dots, Xn1), \sum_{i=1}^{n} Xin - i + 1 = \frac{\mathrm{n} * (n^2 + 1)}{2}>$

سوال ۶)

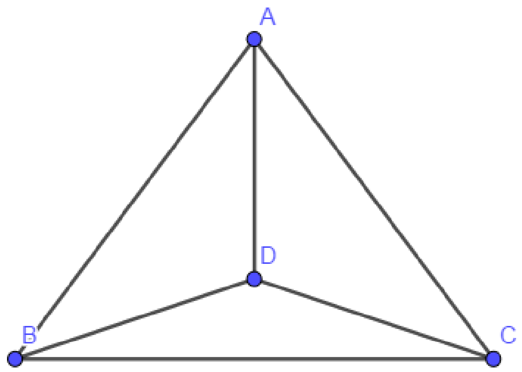


تجزیه درختی مقابل با عرض ۳ است .

عرض درختی یک گرید M * N برابر MIN(M, N)

سوال ۷)

الف)



$D_{A, B, C, D} = \{r, g, b\}$

مسئله فوق arc-consistent می باشد زیرا هیچ مقدار دهی به یک متغیر منجر نمی شود هیچ مقداری از دامنه برای متغیر دیگر باقی نماند. و با اختصاص هر رنگ به یک راس همچنان ۲ رنگ دیگر قابل اختصاص به هر متغیر دیگر می باشد.

مسئله فوق path-consistent نیز می باشد زیرا با اختصاص دو مقدار از دامنه ها به دو متغیر همچنان یک مقدار از دامنه برای هر متغیر سوم باقی خواهد ماند.

اما مسئله 4-consistent نمی باشد زیرا اگر فرض کنیم رئوس A, B, D مقادیر مقابل را اتخاذ کنند :

A = r , B = b , D = g آن گاه برای مقداردهی متغیر ۴ ام ینی C هیچ مقداری از دامنه باقی نخواهد ماند پس مسئله نمی تواند 4-consistent باشد.

خیر این مسئله با افزودن هیچ قیدی نمی تواند به یک مسئله 4-consistent تبدیل شود زیرا شرایط مسئله ایجاب می کند هیچ دو راسی رنگ یکسان دریافت نکنند و از آنجایی که دامنه رنگ ها شامل تنها ۳ عضو است پس این مسئله unsatisfiable بوده و هیچ جوابی برای آن موجود نمی باشد و اگر تلاش کنیم آن را 4-consistent نیز کنیم آن گاه در relation قید های نظیر ۳ تایی های رئوس هیچ مقدار معتبری باقی نخواهد ماند به عبارت دیگر خواهیم داشت :

$< (A, B, C) , \{\} >$

$< (D, B, C) , \{\} >$

$< (A, B, D) , \{\} >$

$< (A, D, C) , \{\} >$

ب)

درحالت کلی می توان گفت هر مسئله ۳ رنگ آمیزی 2-consistent می باشد زیرا مقدار دهی یک متغیر (راس) تنها موجب می گردد یک رنگ از دامنه رئوس مجاورش حذف شود لذا در صورت مقدار دهی یک راس حداقل ۲ رنگ دیگر برای هر یک از رئوس دیگر قابل اخذ است.

در حالت کلی برای برقراری 4-consistancy می توان گفت اگر هیچ راسی از گراف دارای درجه بزرگتر و مساوی ۳ نباشد آنگاه خود به خود گراف 4-consistent است. و در غیر اینصورت 4-consistent نیست و با هیچ قیدی نیز 4-consistency برقرار نمی گردد.