

## باسمه تعالی



دانشگاه صنعتی اصفهان  
مبانی الگوریتم - تمرین ششم  
موعد تحویل: ۴ دی ۹۸

### پوشش مجموعه

سوال ۱: باتوجه به کامل-NP بودن مسئله پوشش رأسی کمینه ثابت کنید که مسئله پوشش مجموعه نیز کامل-NP است.

مسئله پوشش رأسی کمینه:

ورودی:  $G = (V, E)$  یک گراف ساده بدون جهت با مجموعه رئوس  $V$  و مجموعه یالهای  $E$  است.

خروجی: پوشش رأسی کمینه؛ یعنی کمترین تعداد رئوسی که همه یالهای گراف را می پوشاند.

مسئله پوشش مجموعه:

ورودی: مجموعه ای از نقاط  $U = u_1, u_2, \dots, u_n$  و مجموعه های  $S_1, S_2, \dots, S_m$  که هرکدام زیرمجموعه ای

از مجموعه نقاط  $U$  هستند و می دانیم که اجتماع همه ی این مجموعه ها، مجموعه نقاط  $U$  را پوشش می دهد یعنی

$$\bigcup_{i=1}^m S_i = U$$

خروجی: کمترین تعداد  $S_i$  ها که  $U$  را پوشش می دهد. (یعنی اجتماع مجموعه های انتخاب شده برابر  $U$

است.)

### بسته بندی مجموعه

سوال ۲: باتوجه به کامل-NP بودن مسئله مجموعه مستقل ثابت کنید که بسته بندی مجموعه نیز کامل-NP است.

مسئله مجموعه مستقل:

ورودی:  $G = (V, E)$  یک گراف ساده بدون جهت با مجموعه رئوس  $V$  و مجموعه یالهای  $E$  است.

خروجی: بزرگترین مجموعه مستقل؛ یعنی بیشترین تعداد رئوسی که بین هیچ دو رأسی از آنها یال وجود

نداشته باشد.

مسئله پوشش مجموعه:

ورودی: مجموعه ای از نقاط  $U = u_1, u_2, \dots, u_n$  و مجموعه های  $S_1, S_2, \dots, S_m$  که هرکدام زیرمجموعه ای

از مجموعه نقاط  $U$  هستند.

خروجی: بیشترین تعداد از  $S_i$  ها که می‌توان آن‌ها را انتخاب کرد به نحوی که هیچ دوتایی از آن‌ها اشتراک نداشته باشند.

خوشه بیشینه

سوال ۳: باتوجه به کامل-NP بودن مسئله مجموعه مستقل ثابت کنید که خوشه بیشینه نیز کامل-NP است.

مسئله مجموعه مستقل:

ورودی:  $G = (V, E)$  یک گراف ساده بدون جهت با مجموعه رئوس  $V$  و مجموعه یال‌های  $E$  است. خروجی: بزرگترین مجموعه مستقل؛ یعنی بیشترین تعداد رئوسی که بین هیچ دو رأسی از آن‌ها یال وجود نداشته باشد.

مسئله خوشه بیشینه:

ورودی:  $G = (V, E)$  یک گراف ساده بدون جهت با مجموعه رئوس  $V$  و مجموعه یال‌های  $E$  است. خروجی: خوشه بیشینه؛ یعنی بیشترین تعداد رئوسی از گراف که دوه‌دو مجاور هستند.