

باسمه تعالی



دانشگاه صنعتی اصفهان
مبانی الگوریتم - تمرین چهارم
موعد تحویل: ۲۹ آبان ۹۸

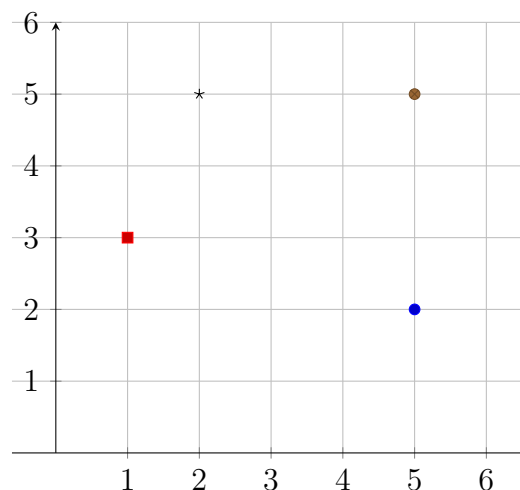
تاکسی

سوال ۱: n نقطه p_1, p_2, \dots, p_n در صفحه اقلیدسی در اختیار داریم که هر کدام نماینده یک درخواست هستند و دو تاکسی هم در مبدا مختصات داریم، (منظور از صفحه اقلیدسی این است که فاصله هر دو نقطه توسط متر اقلیدسی محاسبه می‌شود، می‌توانید فضای R^2 را فرض کنید) شما باید کوتاه‌ترین گذری را بیابید که دو تاکسی می‌توانند به کمک آن به این درخواست‌ها به ترتیب جواب دهند. (منظور از کوتاه‌ترین گذر، کمینه مجموع مسافت‌های طی شده توسط دو تاکسی است.)

یعنی می‌خواهیم اگر تاکسی‌ای به درخواست نقطه p_i زودتر از p_j جواب داد حتماً $i < j$ باشد و در آخر مجموع مسافت‌هایی که دو تاکسی طی کرده‌اند مینیمم شود. همه n درخواست باید حداقل یکبار جواب داده شوند. الگوریتمی از $O(n^2)$ برای یافتن این گذر طراحی کنید.

مثال:

مثلاً فرض کنید سه نقطه p_1, p_2, p_3 داریم و دو تاکسی در مبدا مختصات، گذرها می‌توانند به این صورت باشند که تاکسی اول به p_1, p_3 و تاکسی دوم به p_2 جواب دهد، یا تاکسی اول به p_1, p_2 و تاکسی دوم به p_3 و یا... اما چون ترتیب مهم است اگر قرار است تاکسی اول به تعدادی از درخواست‌ها پاسخ دهد باید به ترتیب اندیس هایشان باشد (همانطور که قبلاً اشاره شد مثلاً اگر به درخواست یک و سه پاسخ می‌دهد حتماً به درخواست یک باید قبل از درخواست سه رسیدگی کند) و در نتیجه برای محاسبه مسافت طی شده باید دقت کنید.



زیزبولو!

سوال ۲: زیزبولو (با زیزگولو فرق دارد!) یک مهندس صنایع است! او پروژه از یک شرکت باربری قطار قبول کرده است. قطاری در ایستگاه آماده جابجایی ماشین است. اما در این قطار باید ماشین‌ها بصورت مرتب (از نظر وزن) باشند.

متأسفانه به علت کمبود جا، ماشین‌هایی که به ایستگاه آورده می‌شوند، باید یا به ابتدای قطار یا به انتهای قطار اضافه شوند، یا اصلاً وارد قطار نشوند. زیزبولو لیستی از وزن n ماشین، به ترتیب وارد شدن به ایستگاه دارد. الگوریتمی ارائه دهید که حداکثر تعداد ماشینی که زیزبولو می‌تواند وارد قطار کند را خروجی دهد. مثال: به ازای لیستی از ماشین‌ها به وزن ۳ ۲ ۱ ۴ ۱، می‌توان ماشین‌های به وزن ۱، ۲ و ۳ را داخل قطار قرار داد. پس جواب برابر با ۳ است.

palindrome

سوال ۳: بر روی یک رشته به طول n ، الگوریتمی ارائه دهید که طول بزرگترین زیر رشته‌ی متقارن آن را محاسبه کند.

مثال: برای رشته‌ی $BBABCBCAB$ خروجی الگوریتم شما باید ۷ باشد زیرا $BABCBAB$ بزرگترین زیررشته‌ی متقارن آن است. زیر رشته‌های متقارن دیگری مانند $BBBBB$ و $BBCBB$ نیز وجود دارد که بزرگترین نیستند.

تمرین‌های کدنویسی

سوال‌های زیر ماتریس بیشینه و جمع بازی بر روی سایت کوئرا قرار داده شده است.