

باسمه تعالی



دانشگاه صنعتی اصفهان
مبانی الگوریتم - تمرین پنجم
موعد تحویل: ۲۰ آذر ۹۸

مخابرات

سوال ۱: در یکی از خیابان‌های شهر می‌خواهیم چند ایستگاه مخابراتی احداث کنیم تا بتوانیم به همه مشترکینی که در این خیابان زندگی می‌کنند سرویس بدهیم. می‌خواهیم ایستگاه‌ها را در مکان‌هایی از خیابان احداث کنیم که حداکثر فاصله هر مشترک تا نزدیک‌ترین ایستگاه به او کمتر از m کیلومتر باشد تا بتوانیم کیفیت سرویس دهی به مشترک را تضمین کنیم ولی با توجه به هزینه احداث هر ایستگاه می‌خواهیم کمترین تعداد ایستگاه ممکن را در این خیابان احداث کنیم. پس به عنوان ورودی محل اسکان n مشترک در این خیابان و حداکثر فاصله آن‌ها تا ایستگاه‌ها یعنی m داده می‌شود و شما باید کمترین تعداد ممکن ایستگاه برای سرویس دهی به این مشترکین را محاسبه کنید. درستی الگوریتم خود را توضیح دهید.

پروسس‌ها

سوال ۲: مراحل اجرای یک پروسس در کامپیوتر به سه مرحله متفاوت خواندن از حافظه، اجرای دستورات و نوشتن در حافظه تقسیم می‌شود در یک کامپیوتر ضعیف که فقط می‌تواند یک پروسس در هرکدام از مراحل بالا کنترل کند (یعنی حداکثر سه پروسس در هر مرحله می‌توانند کار کنند و تا زمانی که پروسس i ام در حال اجرای مرحله دوم است پروسس بعدی نمی‌تواند به اجرای این مرحله پردازد حتی اگر اجرای مرحله اول را تمام کرده باشد) می‌خواهیم تعدادی پروسس اجرا کنیم. وقتی یک پروسس شروع شد باید تا انتهای تمام شدن آن صبر کنیم. برای هرکدام از پروسس‌ها زمان لازم برای انجام هر مرحله را می‌دانیم و می‌خواهیم پروسس‌ها را به ترتیبی به کامپیوتر بدهیم که با کمترین زمان همه پروسس‌ها اجرا شوند. برای مرتب کردن این پروسس‌ها به صورت خواسته شده الگوریتم مناسبی ارائه دهید و درستی آن را نشان دهید.

$$n = 2$$

$$P1 -> 1, 3, 3$$

مثال:

$P2- > 1, 4, 5$

output :

run p1 then p2

processing time : 13

منتخبین!

سوال ۳: n نفر دور یک میز نشسته اند و هر فرد دارای یک عدد صحیح است. الگوریتمی برای انتخاب افراد مجاور ارائه دهید بطوریکه مجموع اعداد افراد منتخب، بیشینه شود.
فرض کنید اعداد افراد به ترتیب $2, 3, 3, 3, 10, 6$ باشد. بدین ترتیب بیشینه مجموع قابل انتخاب، ۱۴ می باشد بطوریکه افراد با اعداد ۳، ۳ و ۳ و ۶- و ۳ و ۲ و ۶ انتخاب شوند (دقت کنید که افراد دور میز هستند. پس فرد اول با آخر مجاور است).

اثبات کنید!

سوال ۴: اعداد r_1, r_2, \dots, r_m و c_1, c_2, \dots, c_n را به عنوان ورودی به ما داده اند. حال جدول $m \times n$ را در نظر بگیرید که می خواهیم با صفر و یک پر کنیم، r_i مشخص می کند در سطر i ام چند یک باید وجود داشته باشد و c_j مشخص می کند در ستون j ام چه تعداد یک باید وجود داشته باشد، دو الگوریتم زیر را در نظر بگیرید، درستی و یا نادرستی هر کدام را ثابت کنید:

الف) به ترتیب برای هر سطر به این صورت عمل می کنیم که به هر خانه از آن سطر (مثلا سطر i ام) نگاه می کنیم سپس تعداد یک هایی که در ستون آن خانه و در سطرها قبل آمده می شماریم (یعنی اگر به خانه a_{ij} نگاه می کنید تعداد یک هایی که در ستون j ام و در $i - 1$ سطر قبلی آمده اند را می شماریم) فرض کنید این عدد b_{ij} باشد، سپس در خانه ای که $c_j - b_{ij}$ ماکزیمم است، یک قرار می دهیم و سپس به خانه بعدی با $c_j - b_{ij}$ ماکزیمم می رویم و این کار را در این سطر آنقدر تکرار می کنیم تا r_i یک در آن سطر قرار داده باشیم و سپس به سراغ سطر بعدی می رویم.

ب) عدد a_i را تعداد یک های باقی مانده برای سطر i ام تعریف می کنیم (پس در لحظه اول $a_i = r_i$ است) و عدد b_j را تعداد یک های باقی مانده برای یک ستون تعریف می کنیم (پس در لحظه اول $b_j = c_j$) حال به خانه ij جدول عدد $a_i + b_j$ را نسبت می دهیم، سپس ماکزیمم این اعداد را انتخاب و در خانه مربوطه یک قرار می دهیم، دقت کنید اگر در خانه ij یک گذاشتید a_i و b_j یکی کم می شوند و جدول دوباره آپدیت می شود (از همه اعداد نسبت داده شده به خانه های هم سطر و هم ستونش یکی کم می شود) و دوباره این کار را برای عدد ماکزیمم بعدی تکرار می کنیم تا جایی که a_i ها و b_j ها صفر شوند (که یعنی جدول به درستی پر شده) و یا یکی وجود داشته باشد که صفر نشده ولی نتوان خانه ای پیدا کرد که بتوان در آن یک قرار داد.

ترابری کمینه

سوال ترابری کمینه در سایت quera قرار داده شده است.