### Pronóstico

Módulo 5 — Pronóstico

#### Pronóstico

Un aspecto esencial en la administración de una organización es la planeación para el futuro. El éxito de una organización está estrechamente relacionado con la capacidad de anticipar el futuro y elaborar estrategias adecuadas

Un pronóstico es una predicción de lo que ocurrirá en el futuro

#### Pronóstico



Trabajamos en una empresa que fabrica bicicletas y nos piden dar un pronóstico trimestral del volumen de ventas durante el año



Programa de producción



Compra de materias prima



Políticas de inventario



Monto de las ventas

#### Pronóstico



¿Qué necesito para dar un pronóstico?

INFORMACIÓN HISTÓRICA DEL VOLUMEN DE VENTAS

#### Pronóstico

#### INFORMACIÓN HISTÓRICA DEL VOLUMEN DE VENTAS



Entendimiento del patrón de ventas en periodos pasados para predecir las ventas del futuro

#### Series de tiempo

Los datos históricos forman una **serie de tiempo.** Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones de una variable medida en puntos sucesivos en el tiempo o en periodos de tiempo sucesivos. Las mediciones pueden hacerse cada hora, a diario, semanalmente, mensualmente, anualmente o en cualquier otro intervalo regular de tiempo

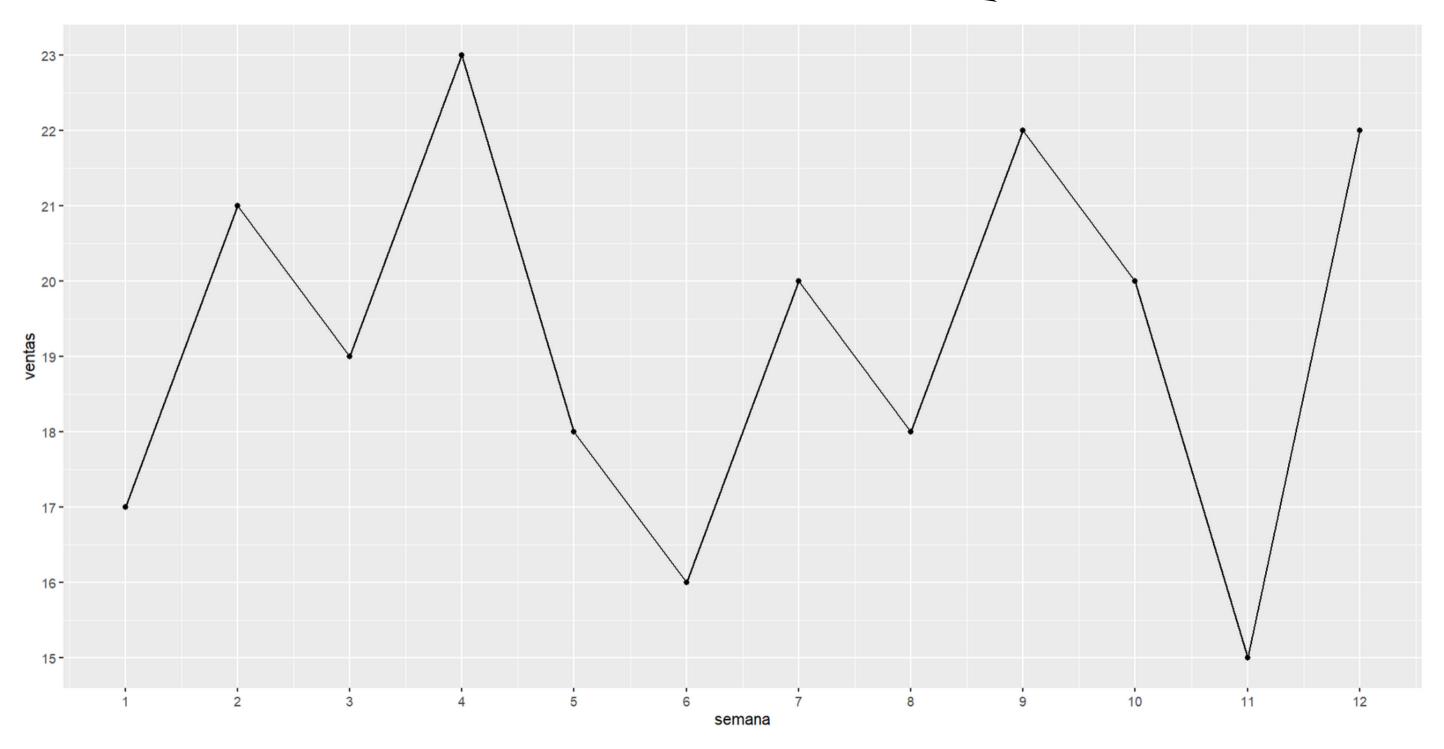
Existen múltiples métodos que nos permiten analizar series de tiempo con el objetivo de obtener un buen pronóstico o predicción de los valores futuros de una serie de tiempo

### Series de tiempo

Serie de tiempo de las ventas de gasolina

Semana	Ventas (miles de galones)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22

### Series de tiempo



#### Métodos de series de tiempo

Para la implementación de un método que nos permita predecir valores futuros es necesario:

- 1. Contar con información del pasado acerca de la variable que se desea pronosticar
- 2. Determinar si la información de esta variable se pueda cuantificar
- 3.Determinar si es razonable pensar que el patrón identificado en el pasado continuará en el futuro

#### Métodos de series de tiempo

El objetivo principal de los métodos de series de tiempo es descubrir un patrón en los datos históricos para posteriormente extrapolar ese patrón al futuro. El pronóstico se basa únicamente en los valores de la variable en el pasado.



Métodos de suavizamiento



Proyección de tendencia

# Componentes de una serie de tiempo

El comportamiento o patrón que siguen los datos de una serie de tiempo se debe a múltiples componentes



Componente de tendencia



Componente cíclico



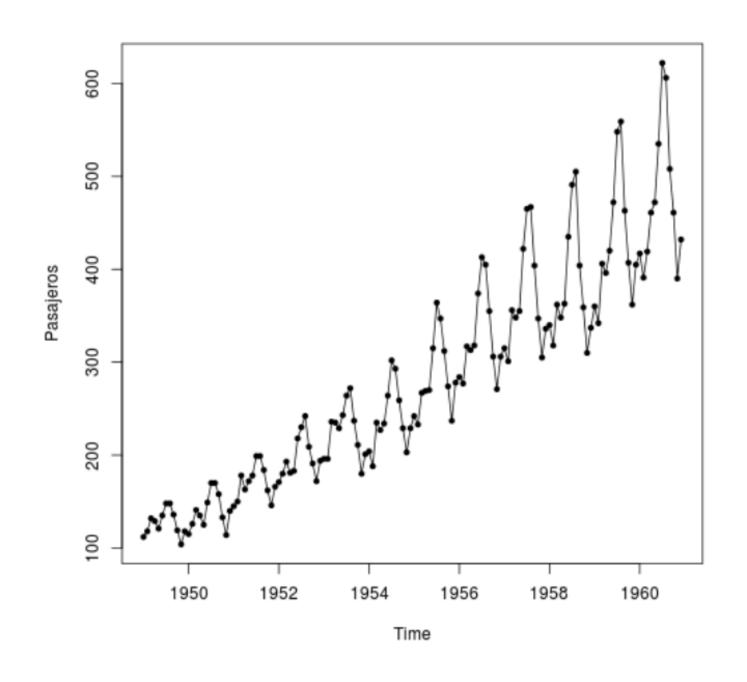
Componente estacional



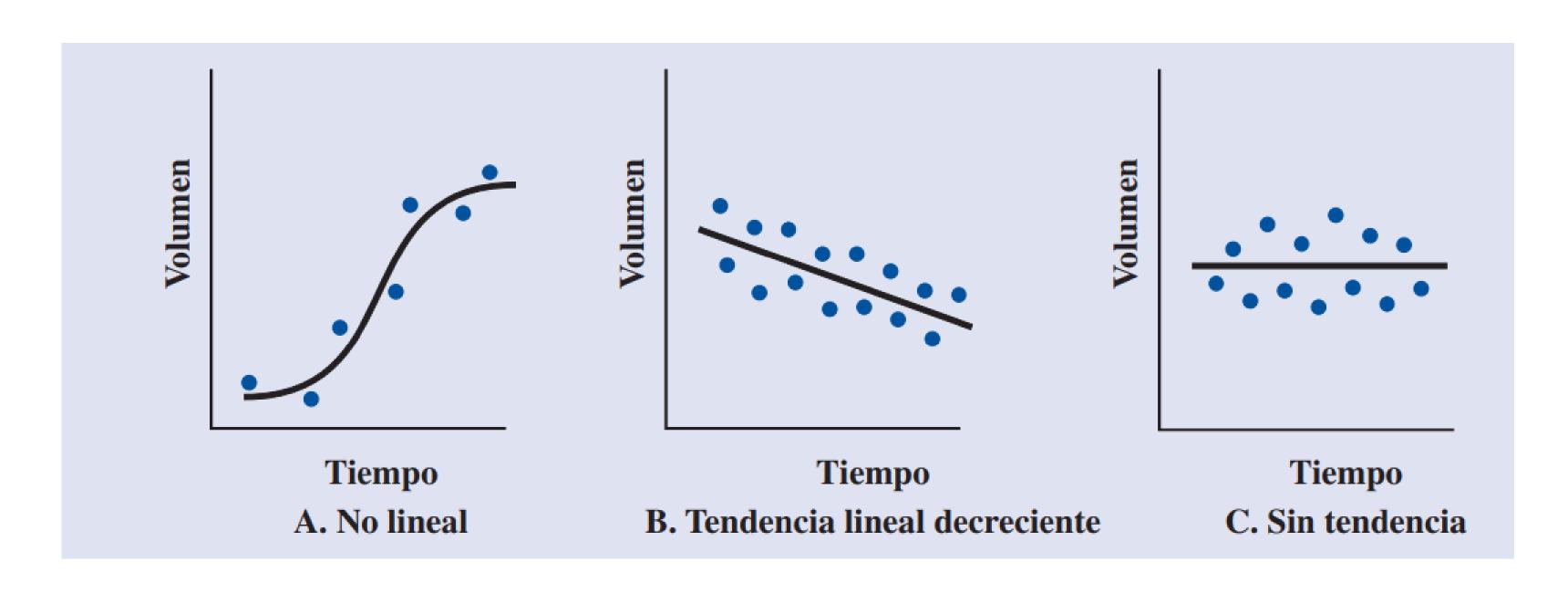
Componente irregular

#### Componente de tendencia

La tendencia de una serie de tiempo viene dada por el movimiento general a largo plazo de la serie



### Componente de tendencia

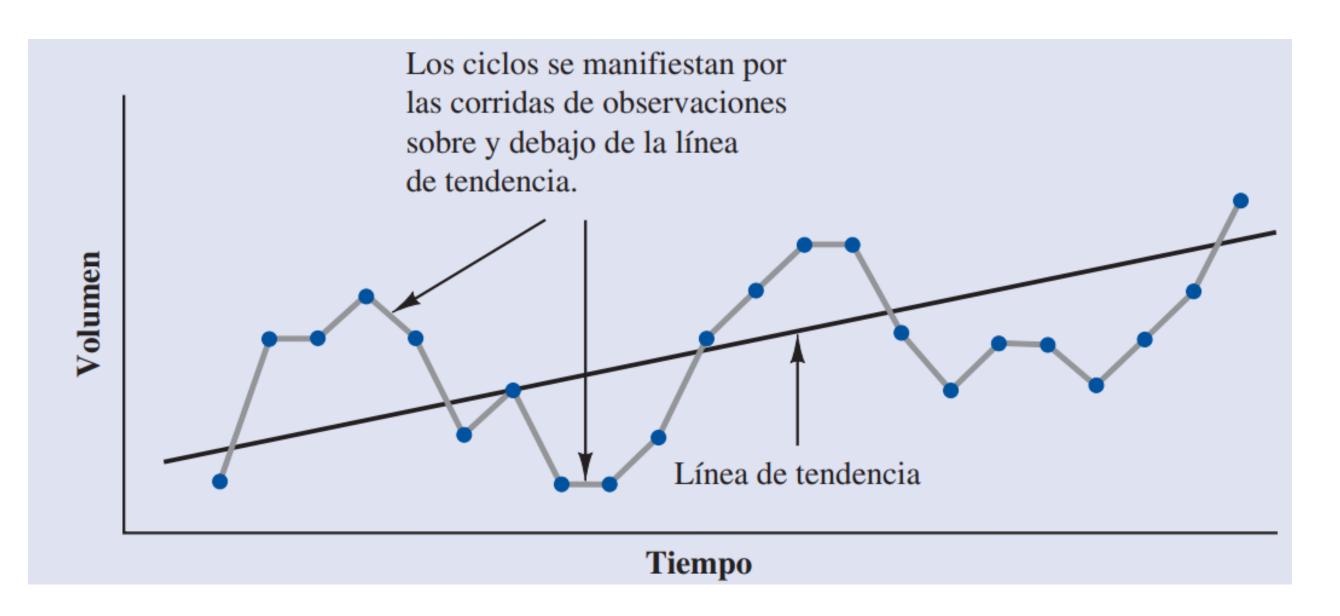


#### Componente cíclico

Aunque una serie de tiempo puede tener una tendencia a largo plazo, no todos los valores de la serie caen exactamente sobre la línea de tendencia. Generalmente, en las series de tiempo se pueden observar secuencias de puntos que caen arriba y abajo de la línea de tendencia

Cambios o movimientos hacia arriba y hacia abajo que ocurren sobre una duración de dos o más años debido a la influencia de fluctuaciones económicas

### Componente cíclico



Por lo general, este componente se debe a movimientos cíclicos de la economía (cambios en la inflación)

#### Componente estacional

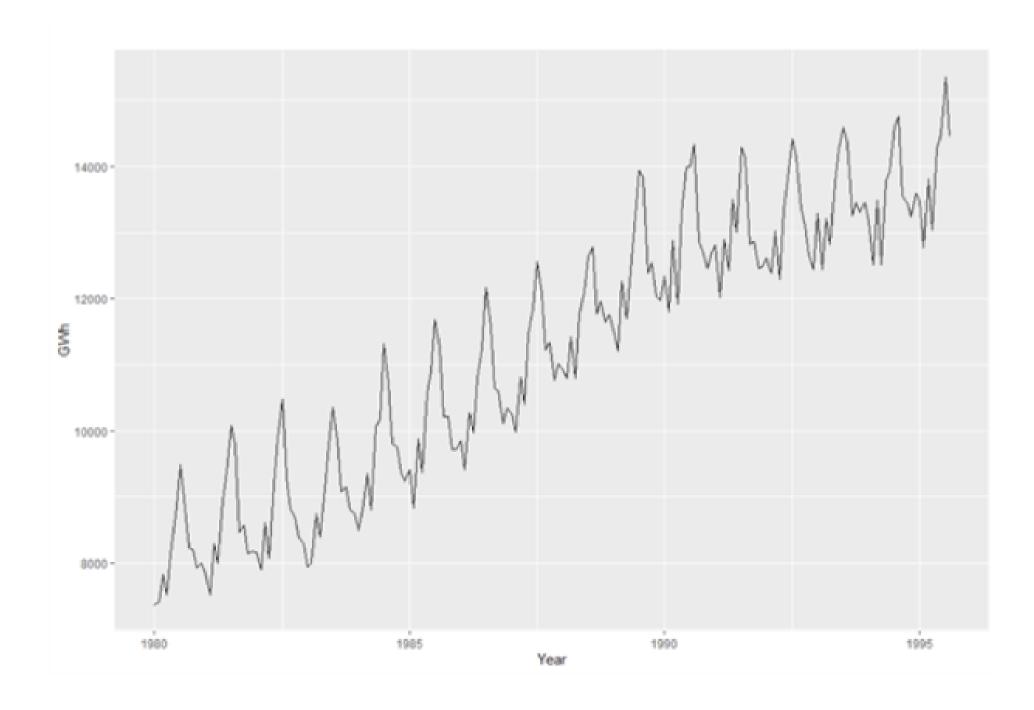
Esta componente representa la variabilidad en los datos debida a la influencia de factores que ocurren con una periodicidad semanal, mensual, trimestral o semestral (patrones de consumo, estaciones climáticas). Este es un patrón regular que se observa permanentemente en lapsos de un año. Las ventas de productos como bebidas, helados, prendas de vestir y juguetería están sujetos a este tipo de patrones

#### Componente estacional

Este patrón también se puede observar en lapsos menores a un año en el caso de una serie de tiempo del volumen de tráfico diario en Medellín, en donde los valores máximos se presentan en las horas pico y durante el resto del día se observa un flujo moderado y un flujo ligero en la madrugada

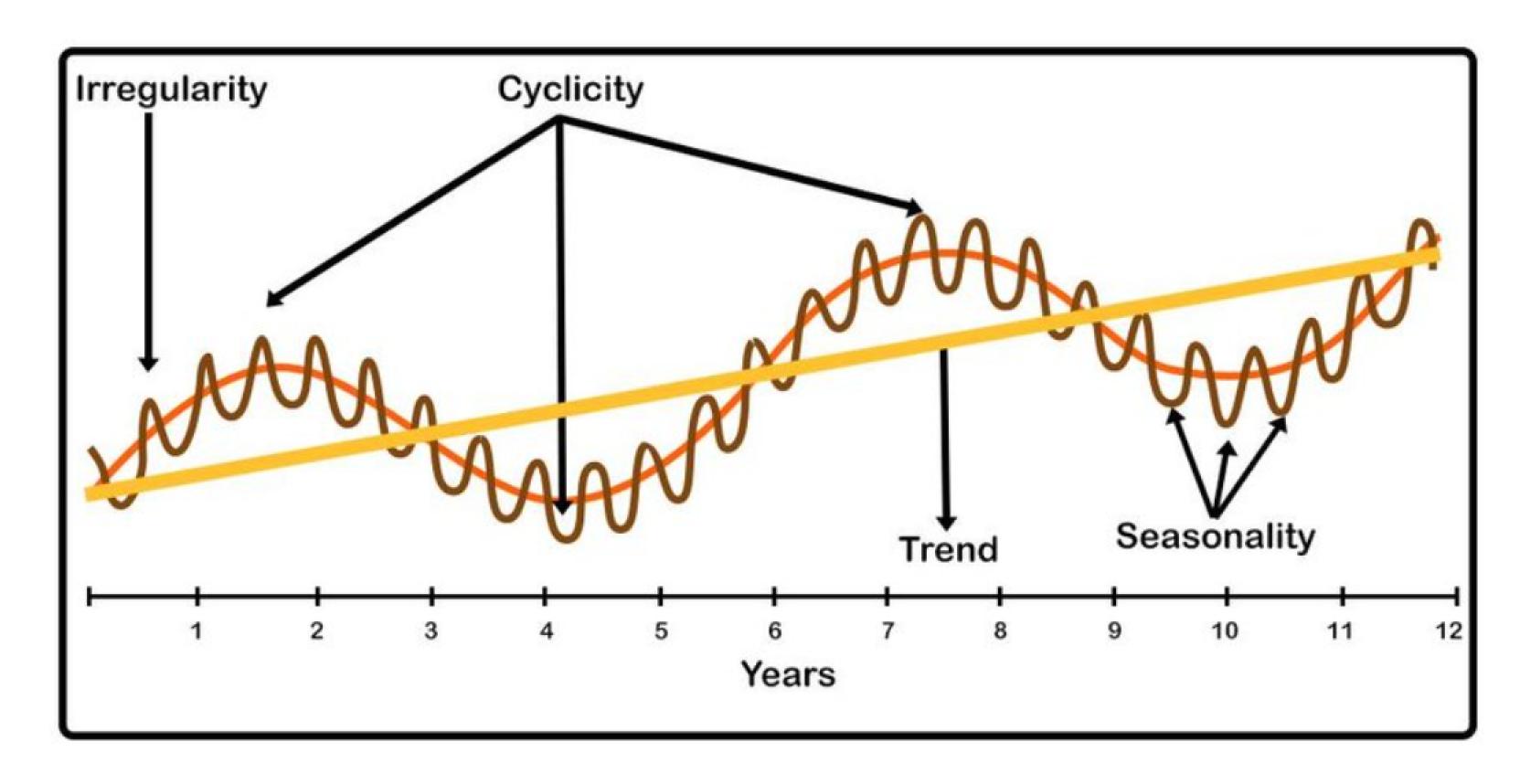


### Componente estacional



### Componente irregular

Este componente también llamado ruido blanco es ocasionado por factores a corto plazo, imprevistos y no recurrentes que afectan a la serie de tiempo. Dado que este componente representa la variabilidad aleatoria en una serie de tiempo, es un componente impredecible



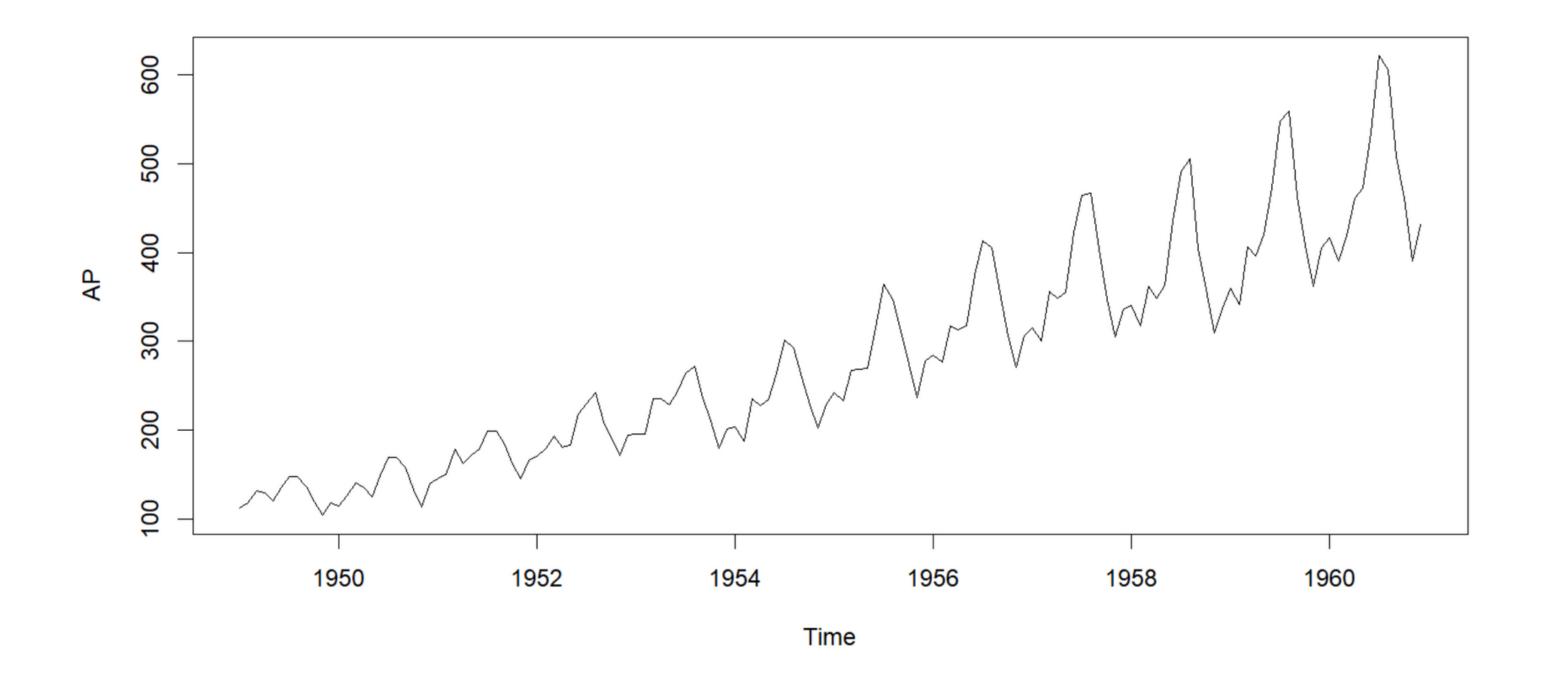
#### Análisis gráfico de las series de tiempo

El análisis gráfico de una serie de tiempo es útil para identificar las componentes. Para este análisis, utilicemos una base de datos que contiene el número de personas (en miles) que viajaron por mes en una aerolínea en el periodo 1949–1960

#### Análisis gráfico de las series de tiempo

```
Jan Feb Mar Apr May Jun Jul Aug Sep Oct Nov Dec
1949 112 118 132 129 121 135 148 148 136 119 104 118
1950 115 126 141 135 125 149 170 170 158 133 114 140
1951 145 150 178 163 172 178 199 199 184 162 146 166
1952 171 180 193 181 183 218 230 242 209 191 172 194
1953 196 196 236 235 229 243 264 272 237 211 180 201
1954 204 188 235 227 234 264 302 293 259 229 203 229
1955 242 233 267 269 270 315 364 347 312 274 237 278
1956 284 277 317 313 318 374 413 405 355 306 271 306
1957 315 301 356 348 355 422 465 467 404 347 305 336
1958 340 318 362 348 363 435 491 505 404 359 310 337
1959 360 342 406 396 420 472 548 559 463 407 362 405
1960 417 391 419 461 472 535 622 606 508 461 390 432
```

#### Análisis gráfico de las series de tiempo



#### Análisis gráfico de las series de tiempo

#### Interpretación de la gráfica de la serie de tiempo:

- El número de pasajeros viajando en la aerolínea aumenta con el tiempo, por lo tanto, parece haber una **tendencia creciente.**
- Se puede observar un ciclo en los datos que tiene un período de un año, es decir, hay una variación estacional en los datos.

Es importante tratar de comprender las causas de las características en el gráfico ya que será útil para formular el modelo para la serie de tiempo estudiada

# Descomposición de las series de tiempo

Un objetivo central en un análisis de series de tiempo es modelar las principales características en los datos



Una serie de tiempo puede ajustarse a uno de estos cuatro patrones o ser una combinación de todos, ya sea de forma aditiva o de forma multiplicativa

# Descomposición de las series de tiempo

### Serie de componentes aditivas

$$Y_t = T_t + S_t + E_t$$

### Serie de componentes multiplicativas

$$Y_t = T_t \times S_t \times E_t$$

Los ciclos y la componente de error quedan mezcladas en  $\boldsymbol{E}_t$ 

Estos modelos generalmente se conocen como Modelos de descomposición clásicos

# Descomposición de las series de tiempo

 $Y_t = valor observador de la serie$ 

 $T_t = componente de tendencia$ 

 $S_t = componente estacional$ 

 $E_t = residuo de la serie$ 

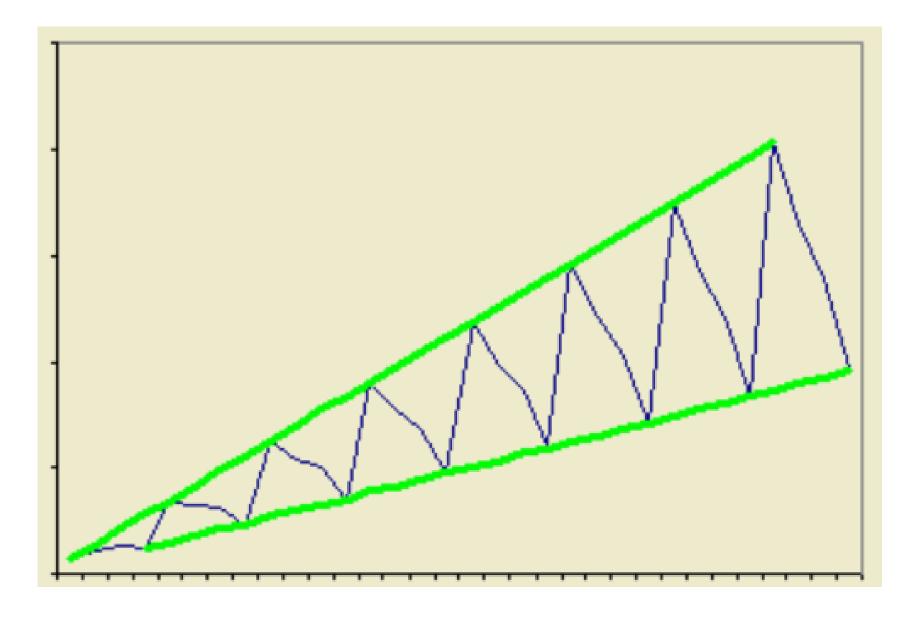
# Descomposición de las series de tiempo

En general, el modelo multiplicativo es más apropiado que el aditivo cuando la varianza de la serie de tiempo incrementa o disminuye con el tiempo

#### Descomposición de las series de tiempo

#### Varianza constante

#### Varianza no constante

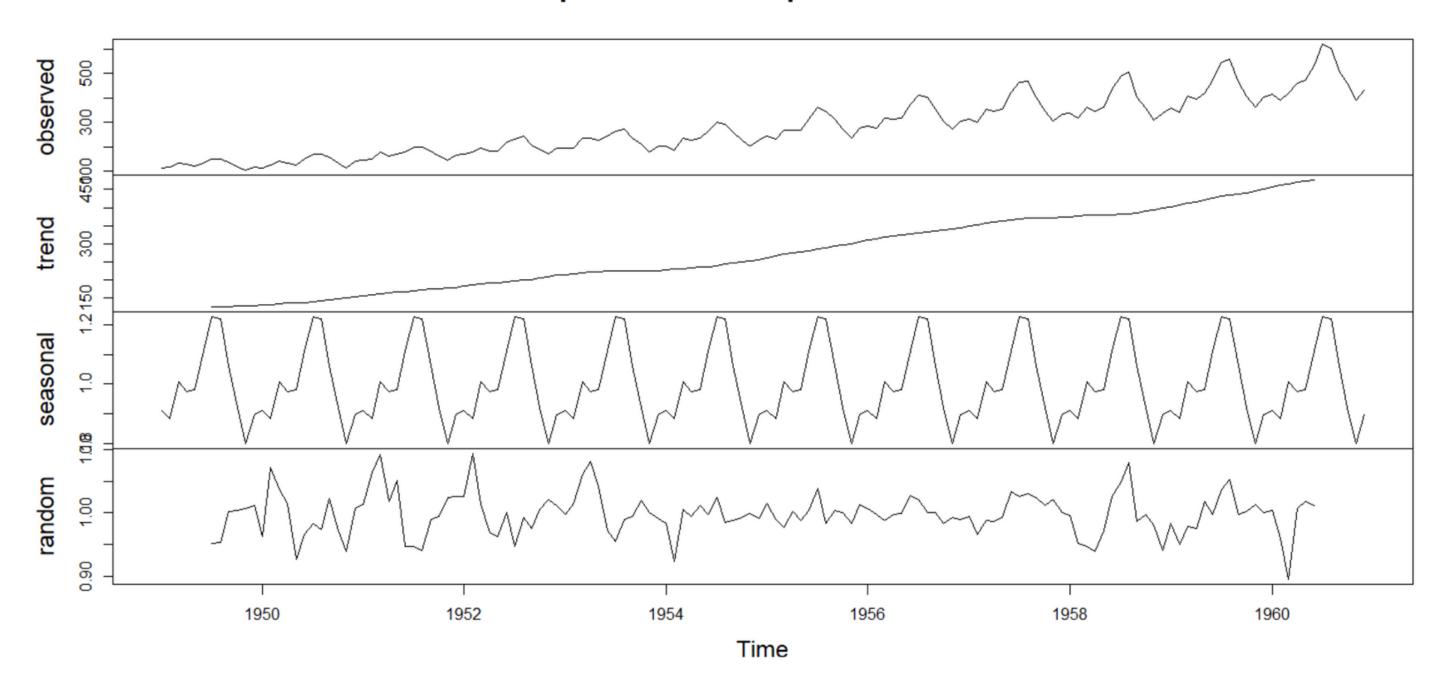


# Descomposición de las series de tiempo

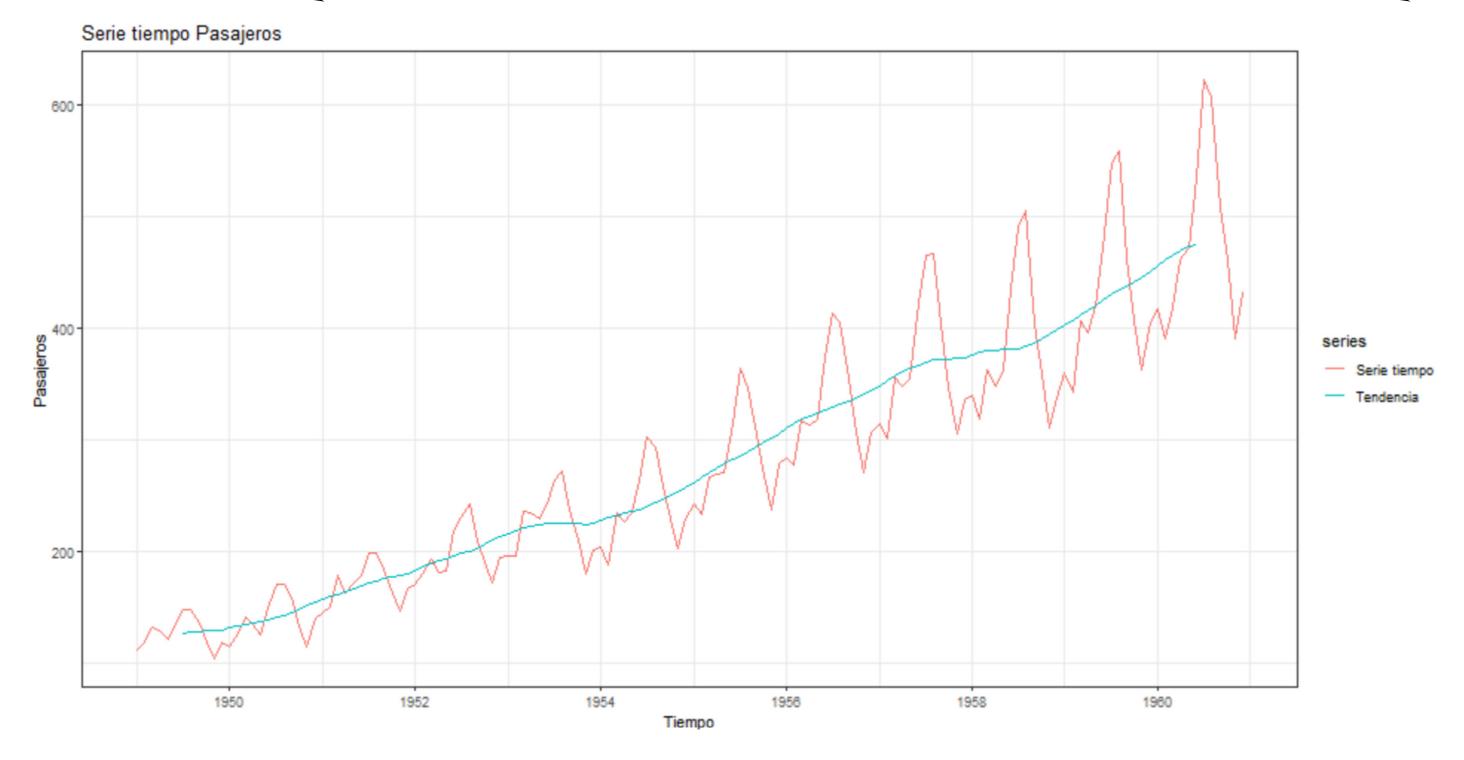
El principal objetivo de la descomposición de una serie de tiempo es servir como herramienta descriptiva para ver los componentes principales de una serie antes de un análisis estadístico más sustancial

#### Descomposición de la serie de tiempo

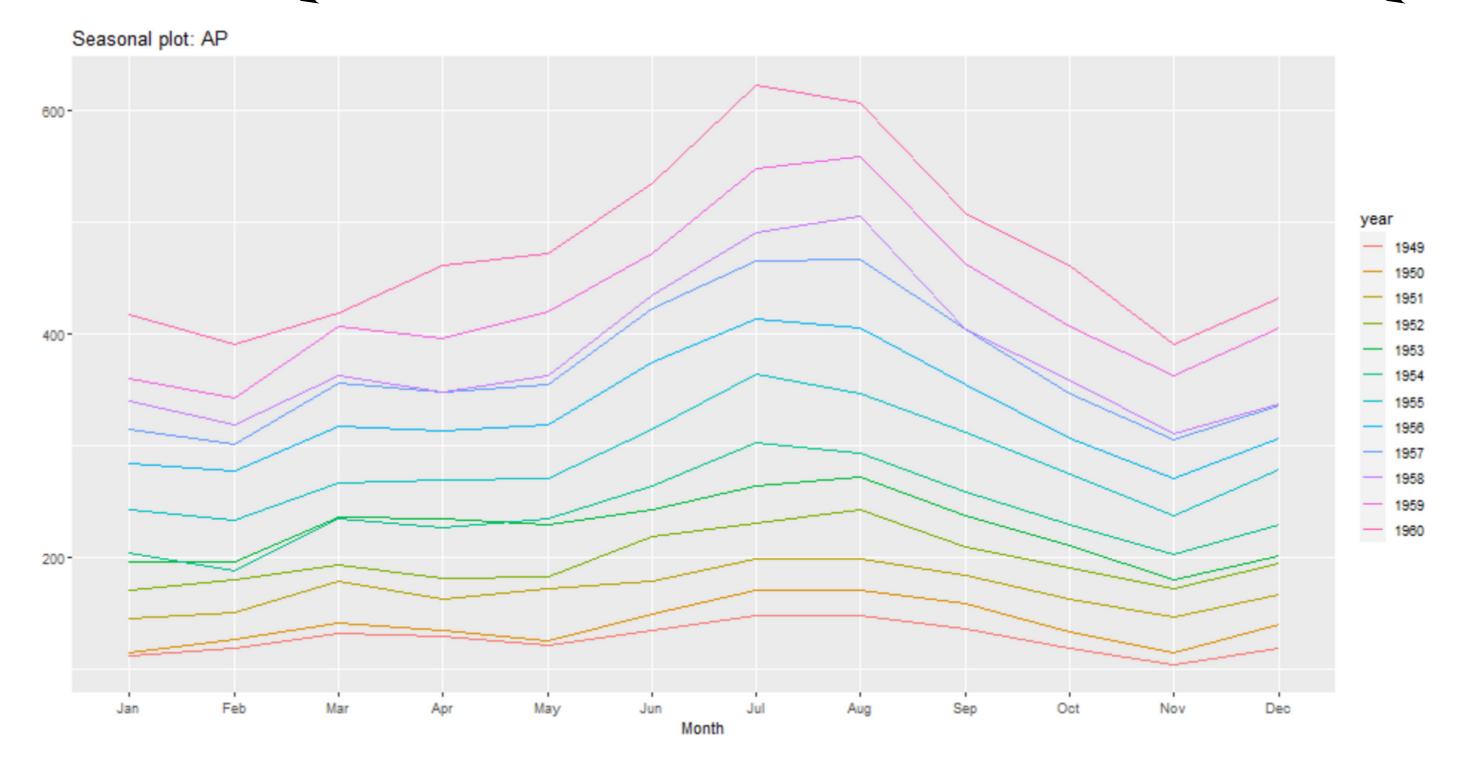
#### **Decomposition of multiplicative time series**



### Descomposición de la serie de tiempo



#### Descomposición de la serie de tiempo



#### Pronóstico

El objetivo principal de un pronóstico es predecir un valor futuro  $x_{n+k}$  dado un historial de observaciones hasta el tiempo **n.** Primero usemos métodos simples de pronóstico:

- Método de la media
- Método Naïve
- Método Naïve estacional
- Método de los promedios móviles

#### Método de la media

Suponiendo que todos los datos de una serie de tiempo son igualmente útiles para predecir todos los valores futuros, usamos el promedio de la serie de tiempo para pronosticar los valores futuros. Este método funciona mejor cuando una serie de tiempo no contiene componentes significativos de tendencia y estacionalidad.

$$\widehat{Y}_{n+h} = \frac{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}{n}$$

#### Método Naïve

Este método es uno de los métodos de pronóstico más simples ya que no considera los efectos de los componentes de tendencia y estacionalidad. Al utilizar este método, el pronóstico para un período determinado es el valor del período anterior.

$$\hat{Y}_{n+h} = Y_n$$

#### Método Naïve estacional

Este método trata de contrarrestar una de las desventajas del método Naïve, en el cual no se tiene en cuenta el componente de estacionalidad de la serie de tiempo. Cuando los datos son altamente estacionales, el pronóstico para la temporada actual usando este método es el valor real de la última temporada.

$$\hat{Y}_{n+h} = Y_{n+h-m}$$

#### Método de los promedios móviles

El método de los promedios móviles consiste en calcular un promedio sumando un conjunto de datos y dividiendo la suma por el número de elementos en el conjunto. Posteriormente, "movemos" el promedio eliminando el primer elemento del conjunto, agregando un nuevo elemento y calculando un nuevo promedio.

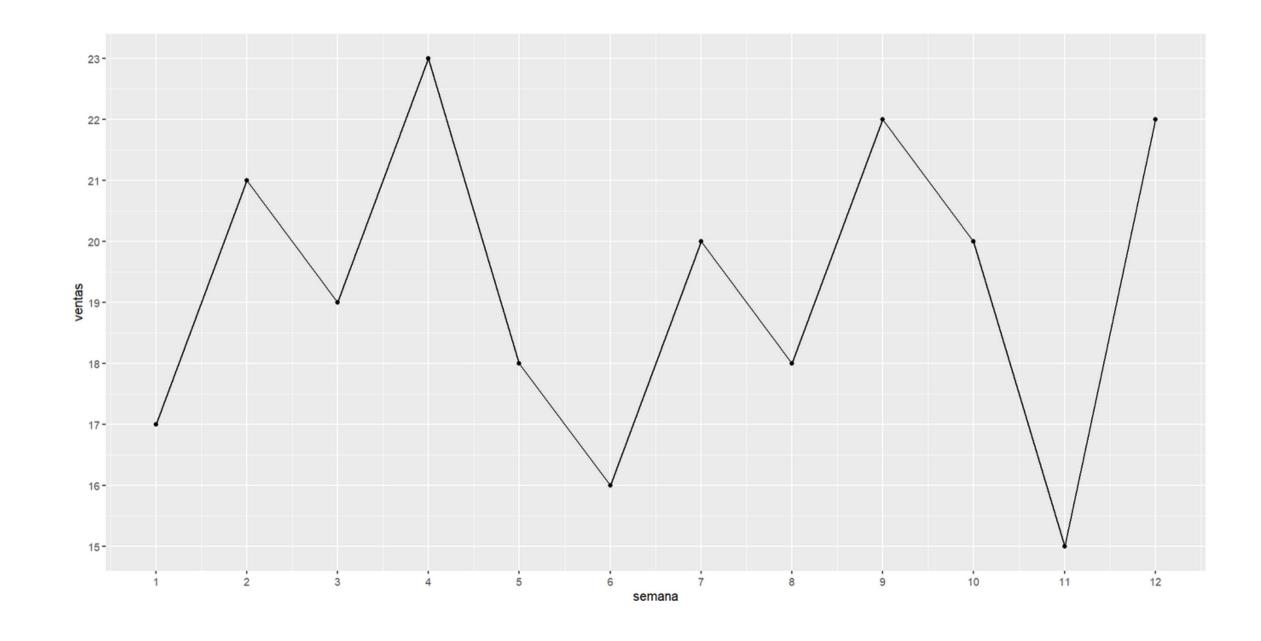
$$\hat{Y}_t = \frac{\sum_{i=t-N}^{t-1} Y_i}{N}$$

Para aplicar este método, primero se debe decidir cuántos valores se usarán para calcular los promedio móviles (longitud del conjunto)

#### Método de los promedios móviles

Cuando calculamos los promedios móviles para una serie de tiempo, **estos**promedios forman una nueva serie de tiempo. Esta nueva serie de tiempo
suaviza las fluctuaciones aleatorias ocasionadas por el componente irregular de la
serie de tiempo original

Semana	Ventas (miles de galones)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22

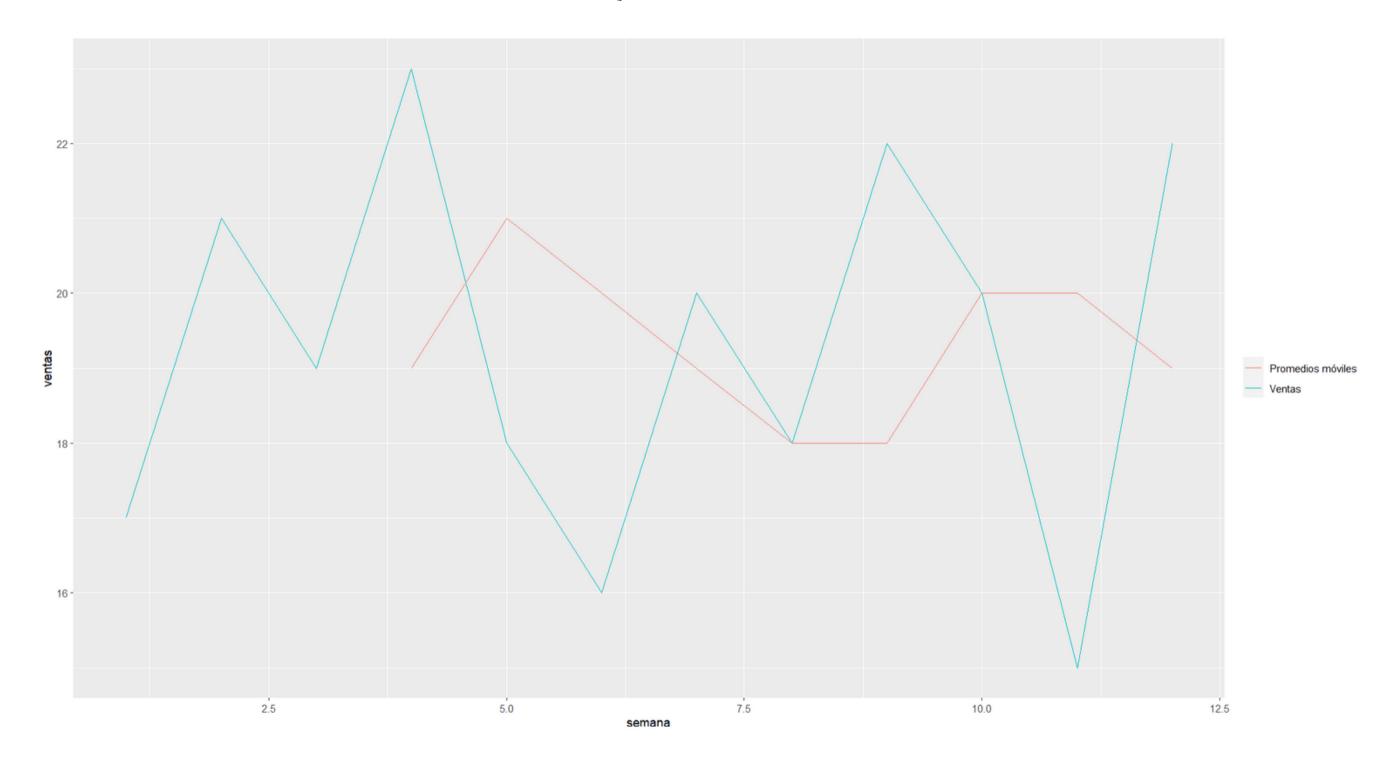


Si decidimos calcular un promedio móvil de 3 semanas de las ventas de gasolina:

Promedio móvil (semanas 1-3) = 
$$\frac{17 + 21 + 19}{3}$$
 = 19

Promedio móvil (semanas 2-4) = 
$$\frac{21 + 19 + 23}{3}$$
 = 21

Semana	Valores de la serie	Pronóstico con el promedio
Semana	de tiempo	móvil
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	19
5	18	21
6	16	20
7	20	19
8	18	18
9	22	18
10	20	20
11	15	20
12	22	19



Semana	Valores de la serie	Pronóstico con el promedio
	de tiempo	móvil
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	19
5	18	21
6	16	20
7	20	19
8	18	18
9	22	18
10	20	20
11	15	20
12	22	19
13		19

### ¿Cuántos datos empleo en el cálculo de los promedio móviles?

Podemos utilizar métricas de precisión del pronóstico para seleccionar la cantidad de puntos de datos para calcular los promedio móviles. De esta forma, elegimos una métrica y determinamos cuál valor de N puede brindarnos una mayor precisión

Otro método para pronosticar valores futuros consiste en usar los valores históricos como variables dependientes en un modelo predictivo que da más peso a las observaciones más recientes. **Este método adecuado para datos sin tendencia o patrón estacional.** 

$$\hat{x}_{n+1} = \alpha x_n + \alpha (1 - \alpha) x_{n-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 x_{n-2} + \dots$$

$$= \alpha x_n + (1 - \alpha) \hat{x}_n$$

$$-1 < \alpha < 1$$

- El pronóstico para el periodo **n+1** es un promedio ponderado del valor real en el periodo **n** y del valor pronosticado del periodo **n**.
- El peso dado al valor real del periodo  $\bf n$  es  $\bf \alpha$  y el peso dado al valor pronosticado para el periodo  $\bf n$  es  $\bf l- \alpha$ .
- Una vez elegida la constante α, para calcular el pronóstico en el periodo n+1 sólo se necesita conocer el valor real y el valor pronosticado de la serie de tiempo para el periodo n.
- El pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para cualquier periodo es un promedio ponderado de todos los valores reales anteriores de la serie de tiempo.

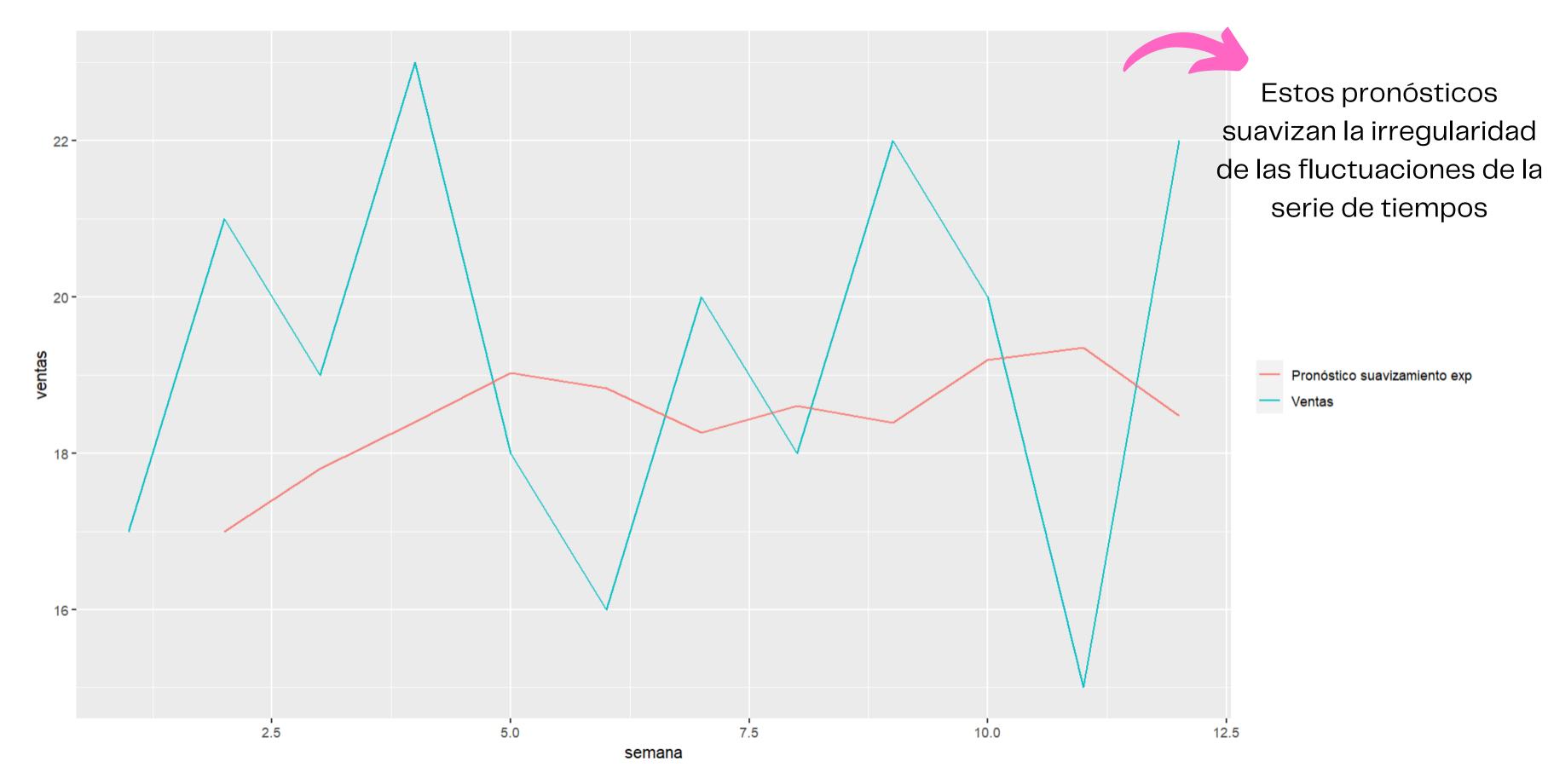
Aplicando suavizamiento exponencial en la serie de tiempo de los precios de la gasolina con  $\alpha=0.2$ 



$$F_2 = Y_1 = 17$$
  
 $F_3 = 0.2Y_2 + 0.8F_2 = 0.2(21) + 0.8(17) = 17.8$   
 $F_4 = 0.2Y_3 + 0.8F_3 = 0.2(19) + 0.8(17.8) = 18.04$   
 $\vdots$   
 $F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8F_{12} = 0.2(22) + 0.8(18.48) = 19.18$ 

Semana	Valores de la serie	Pronóstico con el
	de tiempo	suavizamiento exponencial
1	17	
2	21	17
3	19	17,8
4	23	18,04
5	18	19,03
6	16	18,83
7	20	18,26
8	18	18,61
9	22	18,39
10	20	19,19
11	15	19,35
12	22	18,48

#### 9 de agosto de 2022



Semana	Valores de la	Pronóstico con el
	serie de tiempo	suavizamiento exponencial
1	17	
2	21	17
3	19	17,80
4	23	18,04
5	18	19,03
6	16	18,83
7	20	18,26
8	18	18,61
9	22	18,49
10	20	19,19
11	15	19,35
12	22	18,48
13		19,18

### ¿Cuál es el valor adecuado para la constante de suavizamiento?

Una manera de decidir cuál valor de a utilizar en el suavizamiento exponencial es hallar el valor de a que minimice alguna de las métricas de precisión de pronóstico en los datos históricos

#### Método Holt-Winters

Este método es una generalización del método de suavizamiento exponencial que permite capturar el componente estacional y de tendencia de una serie de tiempo

$$\hat{x}_{n+1} = t_n + b_n + s_{n+1-p}$$

#### Método Holt-Winters

```
t_n = componente \ de \ tendencia \ en \ el \ tiempo \ n
b_n = cambio \ estimado \ en \ la \ tendencia \ en \ el \ tiempo \ n
t_n + b_n = tendencia \ estimada \ en \ el \ tiempo \ n + 1
p = periodo = 12
s_{n+1-p} = efecto \ estacional \ estimado \ utilizando \ el \ valor \ anterior
```

#### Método Holt-Winters

Las estimaciones de  $t_n$  ,  $b_n$  , y  $s_n$  se obtienen de la siguiente forma:

$$t_n = \alpha (x_n - s_{n-p}) + (1 - \alpha)(t_{n-1} + b_{n-1})$$

$$b_n = \beta (t_n - t_{n-1}) + (1 - \beta)b_{n-1}$$

$$s_n = \gamma (x_n - t_t) + (1 - \gamma)s_{n-p}$$

Cuando no hay cambio en la tendencia o estacionalidad, el modelo se reduce a un suavizamiento exponencial

Para determinar cuál es el mejor método para hacer pronósticos utilizando los datos históricos disponibles existen múltiples indicadores que miden el desempeño del proceso de estimación en N periodos de tiempo. Estos indicadores se construyen a partir del análisis de los errores de pronóstico que son las diferencias entre los valores futuros reales y los valores pronosticados correspondientes

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t \qquad \longrightarrow$$

$$|e_t| = |Y_t - \hat{Y}_t|$$

$$e_t^2 = (Y_t - \hat{Y}_t)^2 \rightarrow$$

Error del pronóstico del periodo t

Error absoluto del pronóstico del periodo t

Error cuadrático del pronóstico del periodo t

Desviación media absoluta (MAD)

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^{N} |Y_t - \hat{Y}_t|}{N}$$

Error porcentual absoluto medio (MAPE)

$$MAPE = rac{\sum_{t=1}^{N} rac{\left|Y_t - \hat{Y}_t
ight|}{Y_t}}{N} imes 100$$
 Desviación porcentual promedio

Error cuadrático medio (MSE)

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^{N} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{N}$$

Raíz del error cuadrático medio (RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{N} (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{N}}$$

Para calcular estas métricas de precisión necesitamos los valores futuros reales y los valores pronosticados correspondientes. Sin embargo, en muchos casos no tendremos esta información disponible y por lo tanto, debemos aplicar el método de partición de la base de datos históricos en dos bases de datos: una base de datos de entrenamiento y una base de datos de prueba.

En el caso de los datos de pasajeros de la aerolínea, podemos tomar los datos de los primeros 11 años para crear la base de datos de entrenamiento y los datos del último año para crear la base de datos de prueba:

- 1. Implementamos los diferentes métodos de pronóstico utilizando los datos de entrenamiento.
- 2. Evaluamos la precisión de los pronósticos de cada método utilizando la base de datos de prueba.