


# Pronóstico



**Módulo 5**  
—  
**Pronóstico**

# Pronóstico

Un aspecto esencial en la administración de una organización es la planeación para el futuro. El éxito de una organización está estrechamente relacionado con la capacidad de anticipar el futuro y elaborar estrategias adecuadas

**Un pronóstico es una predicción de lo que ocurrirá en el futuro**

# Pronóstico



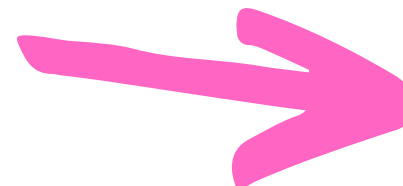
Trabajamos en una empresa que fabrica bicicletas y nos piden dar un pronóstico trimestral del volumen de ventas durante el año



Programa de producción



Compra de materias prima

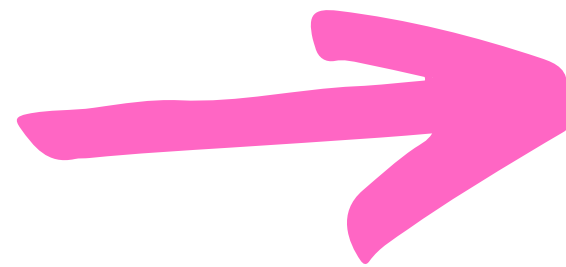
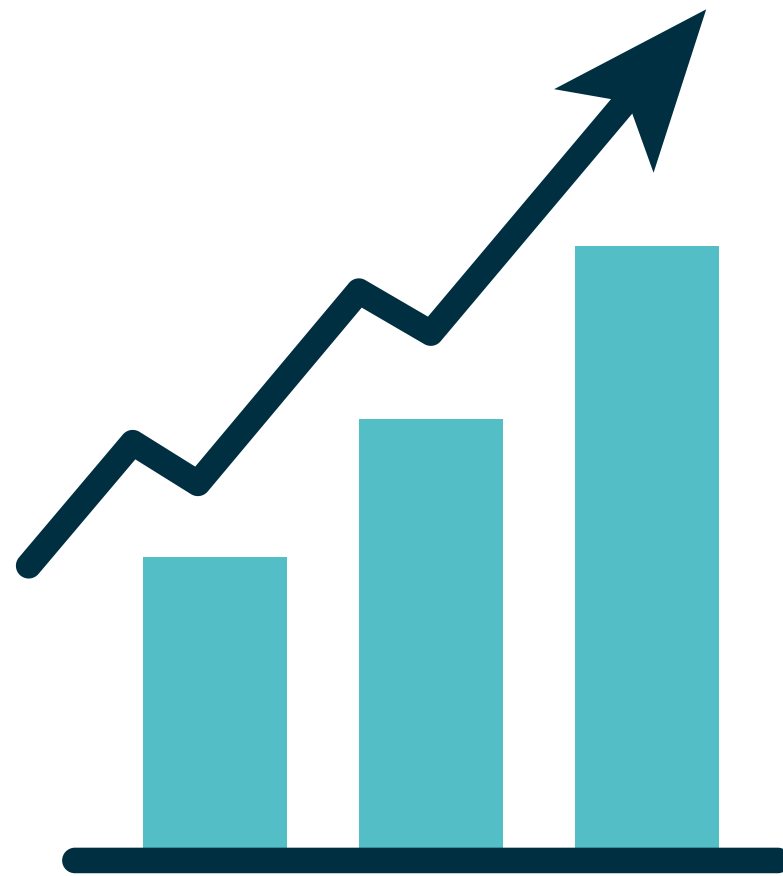


Políticas de inventario



Monto de las ventas

# Pronóstico



**INFORMACIÓN  
HISTÓRICA DEL  
VOLUMEN DE VENTAS**

¿Qué necesito para dar un  
pronóstico?

# Pronóstico

**INFORMACIÓN  
HISTÓRICA DEL  
VOLUMEN DE VENTAS**



Entendimiento del patrón  
de ventas en periodos  
pasados para predecir las  
ventas del futuro

# Series de tiempo

Los datos históricos forman una **serie de tiempo**. Una serie de tiempo es un conjunto de observaciones de una variable medida en puntos sucesivos en el tiempo o en periodos de tiempo sucesivos. Las mediciones pueden hacerse cada hora, a diario, semanalmente, mensualmente, anualmente o en cualquier otro intervalo regular de tiempo

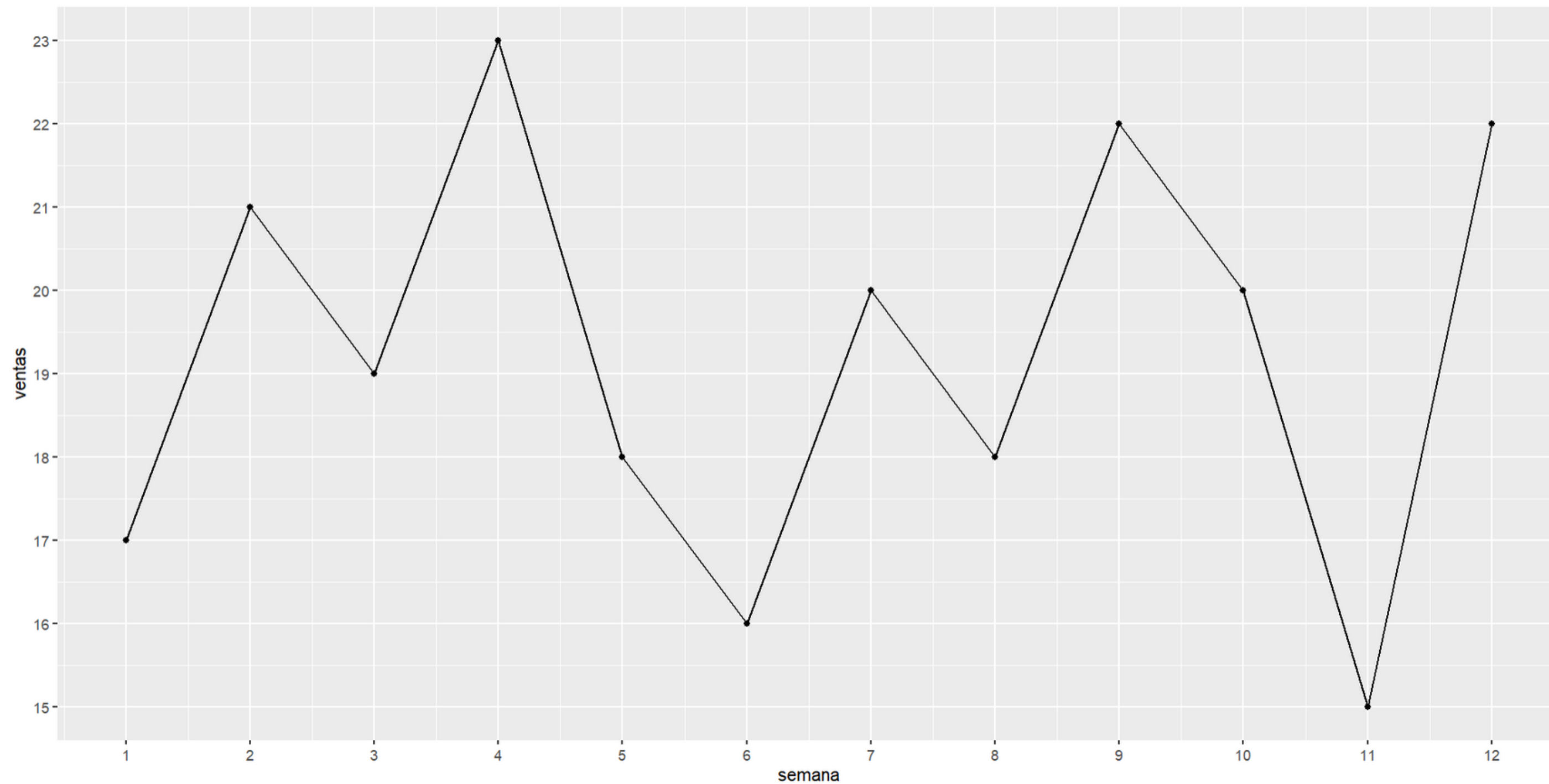
**Existen múltiples métodos que nos permiten analizar series de tiempo con el objetivo de obtener un buen pronóstico o predicción de los valores futuros de una serie de tiempo**

# Series de tiempo

Serie de tiempo de las ventas de gasolina

Semana	Ventas (miles de galones)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22

# Series de tiempo





# Métodos de series de tiempo

Para la implementación de un método que nos permita predecir valores futuros es necesario:

1. Contar con información del pasado acerca de la variable que se desea pronosticar
2. Determinar si la información de esta variable se pueda cuantificar
3. Determinar si es razonable pensar que el patrón identificado en el pasado continuará en el futuro

# Métodos de series de tiempo

El objetivo principal de los métodos de series de tiempo es descubrir un patrón en los datos históricos para posteriormente extrapolar ese patrón al futuro. **El pronóstico se basa únicamente en los valores de la variable en el pasado.**



Métodos de suavizamiento



Proyección de tendencia

# Componentes de una serie de tiempo

El comportamiento o patrón que siguen los datos de una serie de tiempo se debe a múltiples componentes



Componente de  
tendencia



Componente  
cíclico



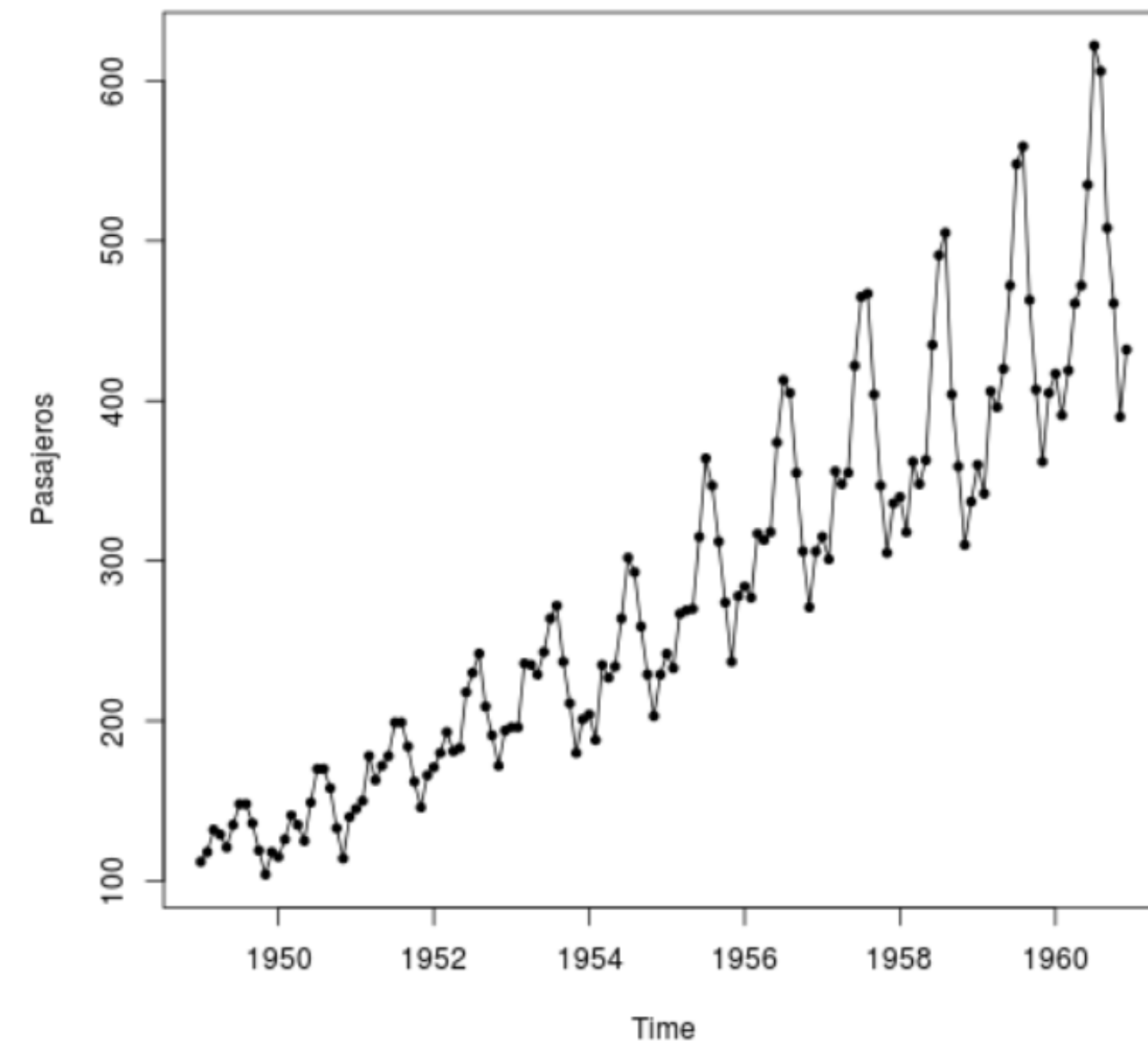
Componente  
estacional



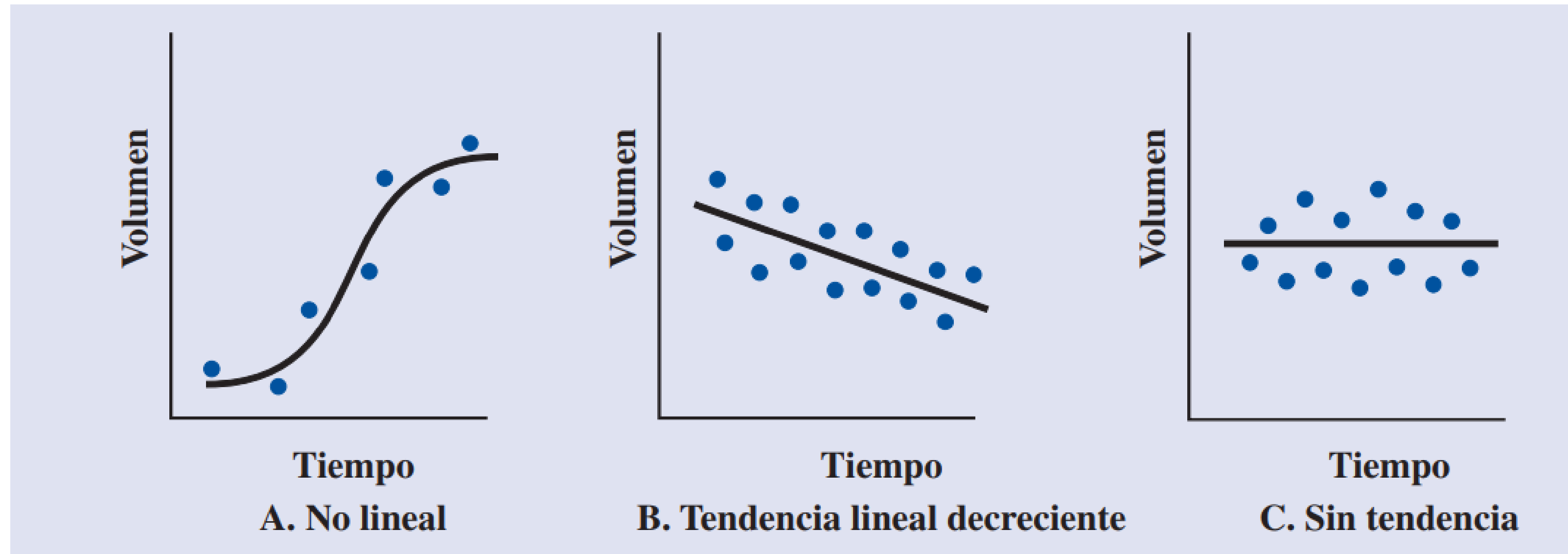
Componente  
irregular

# Componente de tendencia

La tendencia de una serie de tiempo viene dada por el movimiento general a largo plazo de la serie



# Componente de tendencia

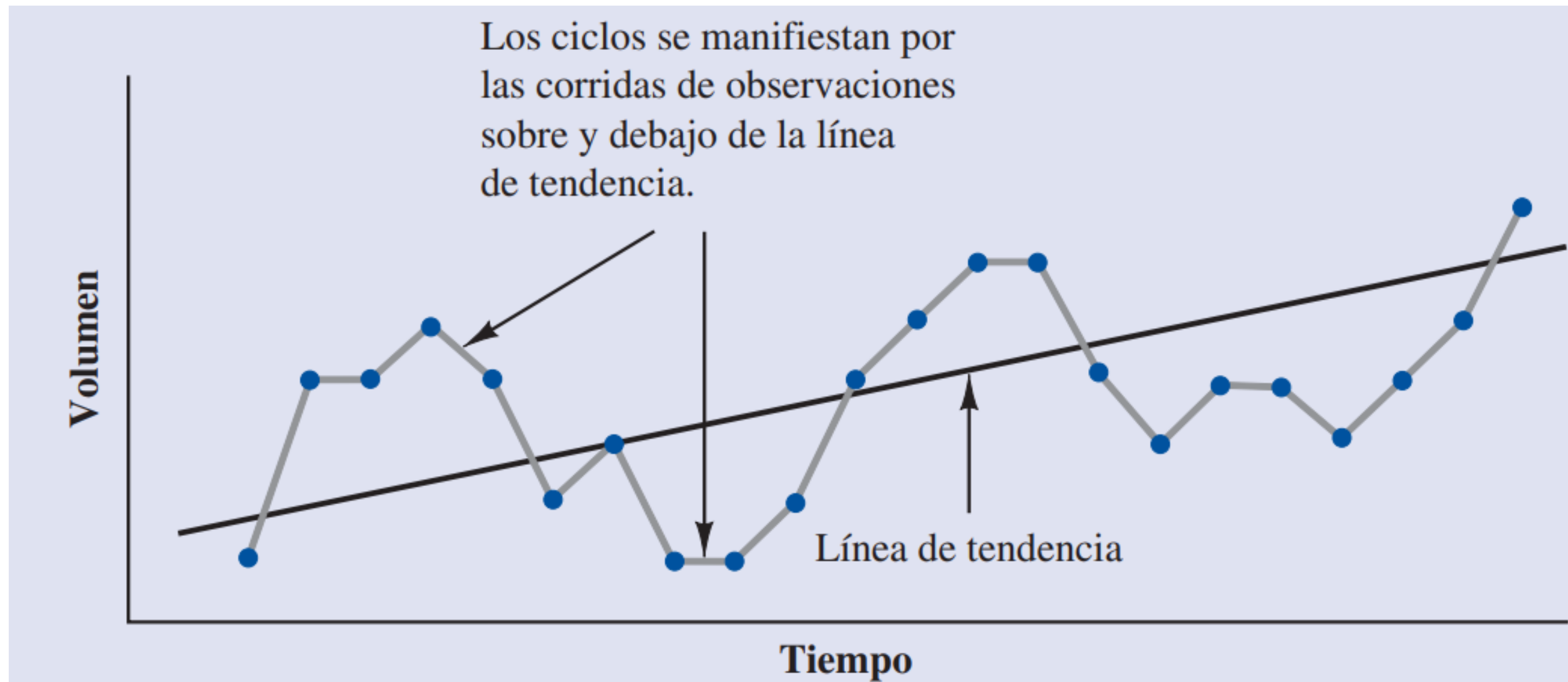


# Componente cíclico

Aunque una serie de tiempo puede tener una tendencia a largo plazo, no todos los valores de la serie caen exactamente sobre la línea de tendencia. Generalmente, en las series de tiempo se pueden observar secuencias de puntos que caen arriba y abajo de la línea de tendencia

**Cambios o movimientos hacia arriba y hacia abajo que ocurren sobre una duración de dos o más años debido a la influencia de fluctuaciones económicas**

# Componente cíclico



Por lo general, este componente se debe a movimientos cíclicos de la economía (cambios en la inflación)

# Componente estacional

Esta componente representa la variabilidad en los datos debida a la influencia de factores que ocurren con una periodicidad semanal, mensual, trimestral o semestral (patrones de consumo, estaciones climáticas). Este es un patrón regular que se observa permanentemente en lapsos de un año. Las ventas de productos como bebidas, helados, prendas de vestir y juguetería están sujetos a este tipo de patrones

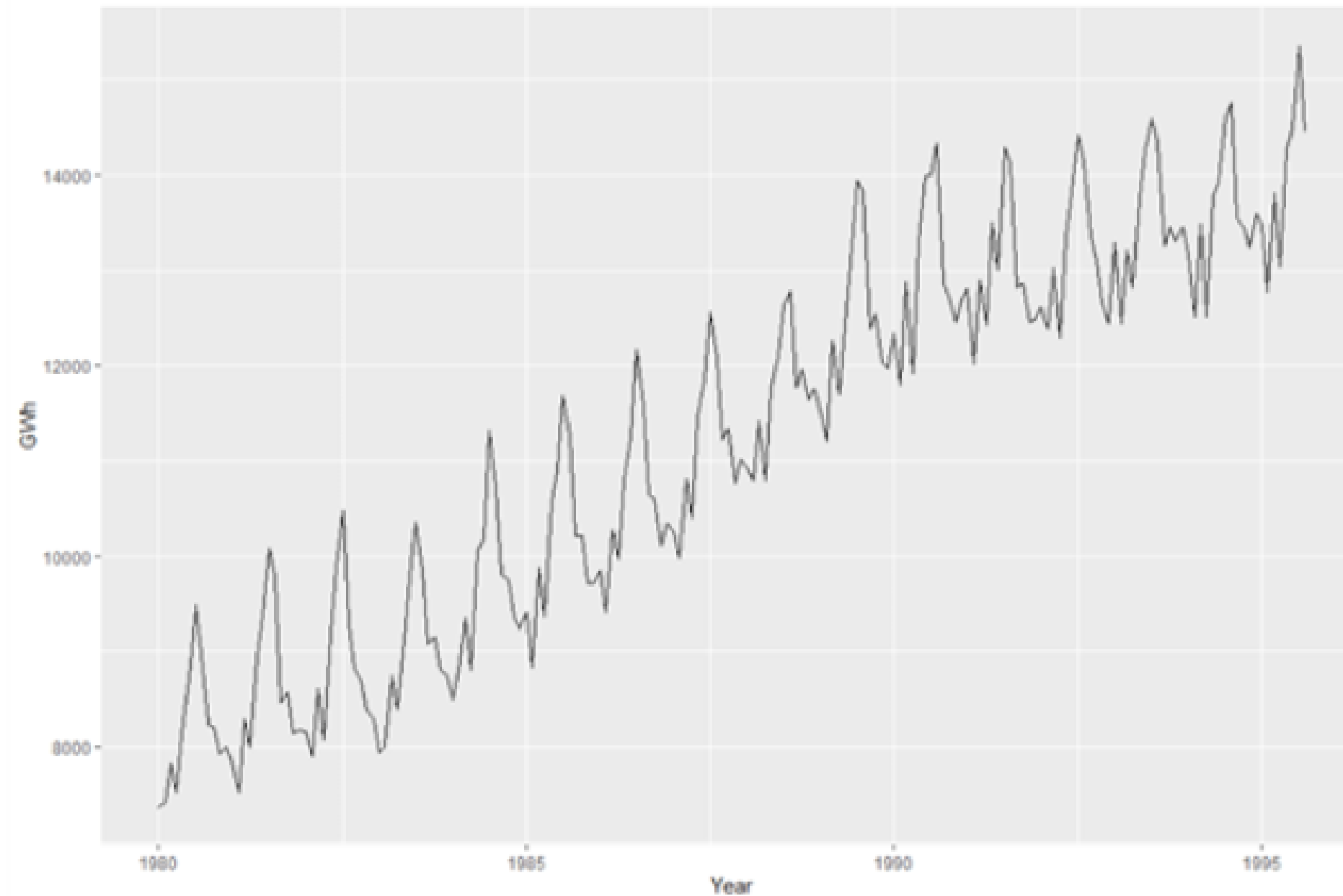


# Componente estacional

Este patrón también se puede observar en lapsos menores a un año en el caso de una serie de tiempo del volumen de tráfico diario en Medellín, en donde los valores máximos se presentan en las horas pico y durante el resto del día se observa un flujo moderado y un flujo ligero en la madrugada

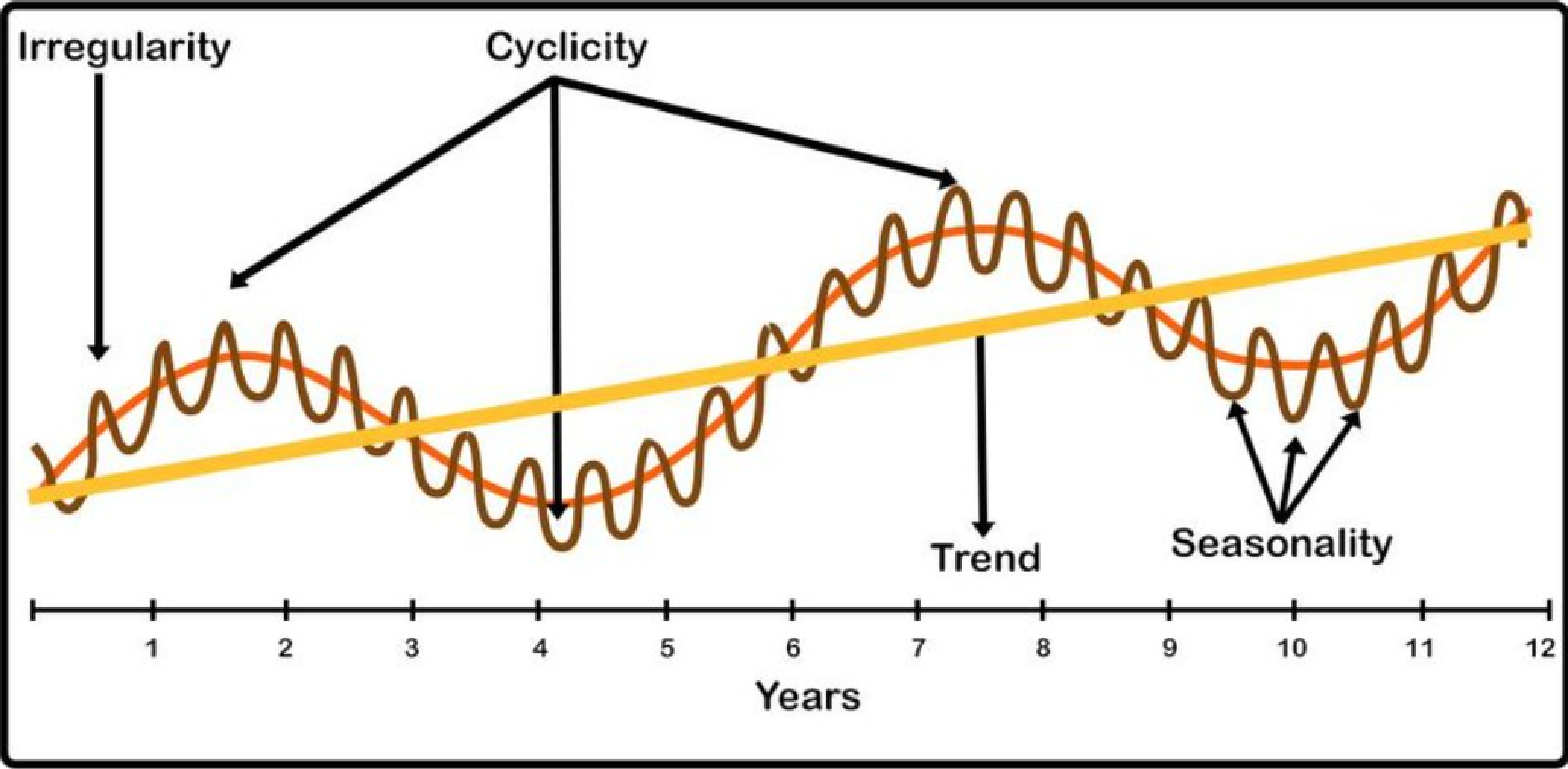


# Componente estacional



# Componente irregular

Este componente también llamado ruido blanco es ocasionado por factores a corto plazo, imprevistos y no recurrentes que afectan a la serie de tiempo. Dado que este componente representa la variabilidad aleatoria en una serie de tiempo, es un componente impredecible



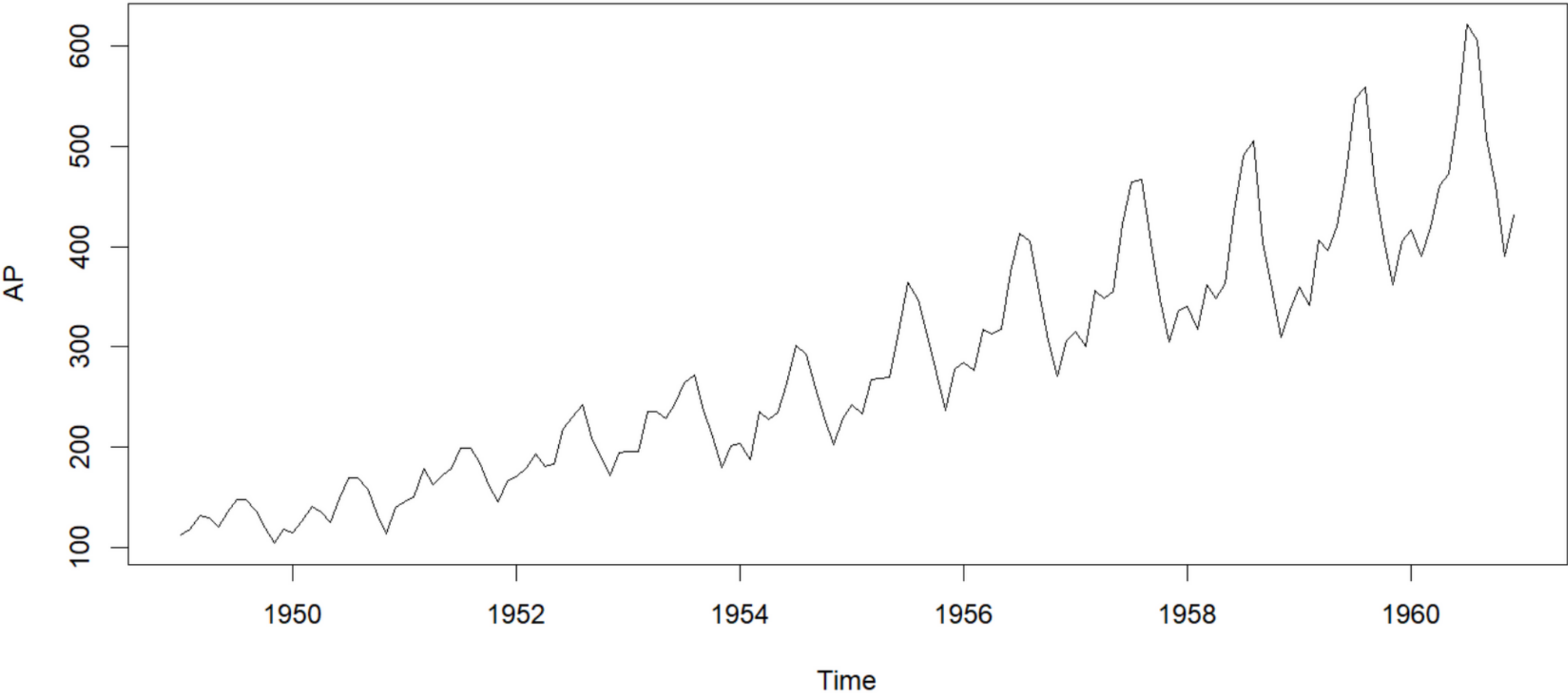
# Análisis gráfico de las series de tiempo

El análisis gráfico de una serie de tiempo es útil para identificar las componentes. Para este análisis, utilicemos una base de datos que contiene el número de personas (en miles) que viajaron por mes en una aerolínea en el periodo 1949–1960

# Análisis gráfico de las series de tiempo

	Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1949	112	118	132	129	121	135	148	148	136	119	104	118
1950	115	126	141	135	125	149	170	170	158	133	114	140
1951	145	150	178	163	172	178	199	199	184	162	146	166
1952	171	180	193	181	183	218	230	242	209	191	172	194
1953	196	196	236	235	229	243	264	272	237	211	180	201
1954	204	188	235	227	234	264	302	293	259	229	203	229
1955	242	233	267	269	270	315	364	347	312	274	237	278
1956	284	277	317	313	318	374	413	405	355	306	271	306
1957	315	301	356	348	355	422	465	467	404	347	305	336
1958	340	318	362	348	363	435	491	505	404	359	310	337
1959	360	342	406	396	420	472	548	559	463	407	362	405
1960	417	391	419	461	472	535	622	606	508	461	390	432

# Análisis gráfico de las series de tiempo



# Análisis gráfico de las series de tiempo

## Interpretación de la gráfica de la serie de tiempo:

- El número de pasajeros viajando en la aerolínea aumenta con el tiempo, por lo tanto, parece haber una **tendencia creciente**.
- Se puede observar un ciclo en los datos que tiene un período de un año, es decir, hay una **variación estacional** en los datos.

Es importante tratar de comprender las causas de las características en el gráfico ya que será útil para formular el modelo para la serie de tiempo estudiada



# Descomposición de las series de tiempo

Un objetivo central en un análisis de series de tiempo es modelar las principales características en los datos



Una serie de tiempo puede ajustarse a uno de estos cuatro patrones o ser una combinación de todos, ya sea de forma aditiva o de forma multiplicativa

# Descomposición de las series de tiempo

## Serie de componentes aditivas

$$Y_t = T_t + S_t + E_t$$

## Serie de componentes multiplicativas

$$Y_t = T_t \times S_t \times E_t$$

Los ciclos y la componente de error quedan mezcladas en  $E_t$

Estos modelos generalmente se conocen como Modelos de descomposición clásicos

# Descomposición de las series de tiempo

$Y_t$  = *valor observado de la serie*

$T_t$  = *componente de tendencia*

$S_t$  = *componente estacional*

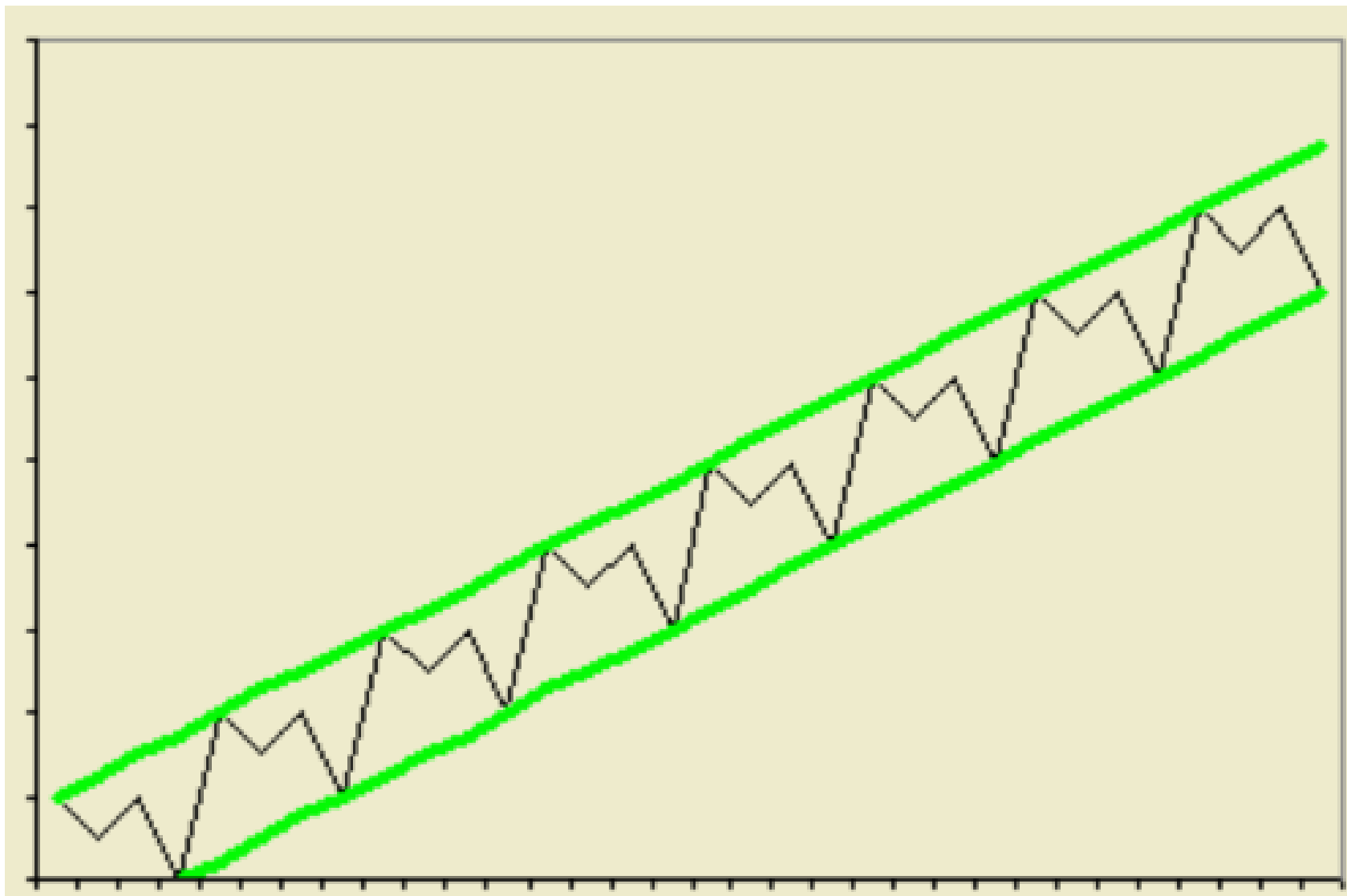
$E_t$  = *residuo de la serie*

# Descomposición de las series de tiempo

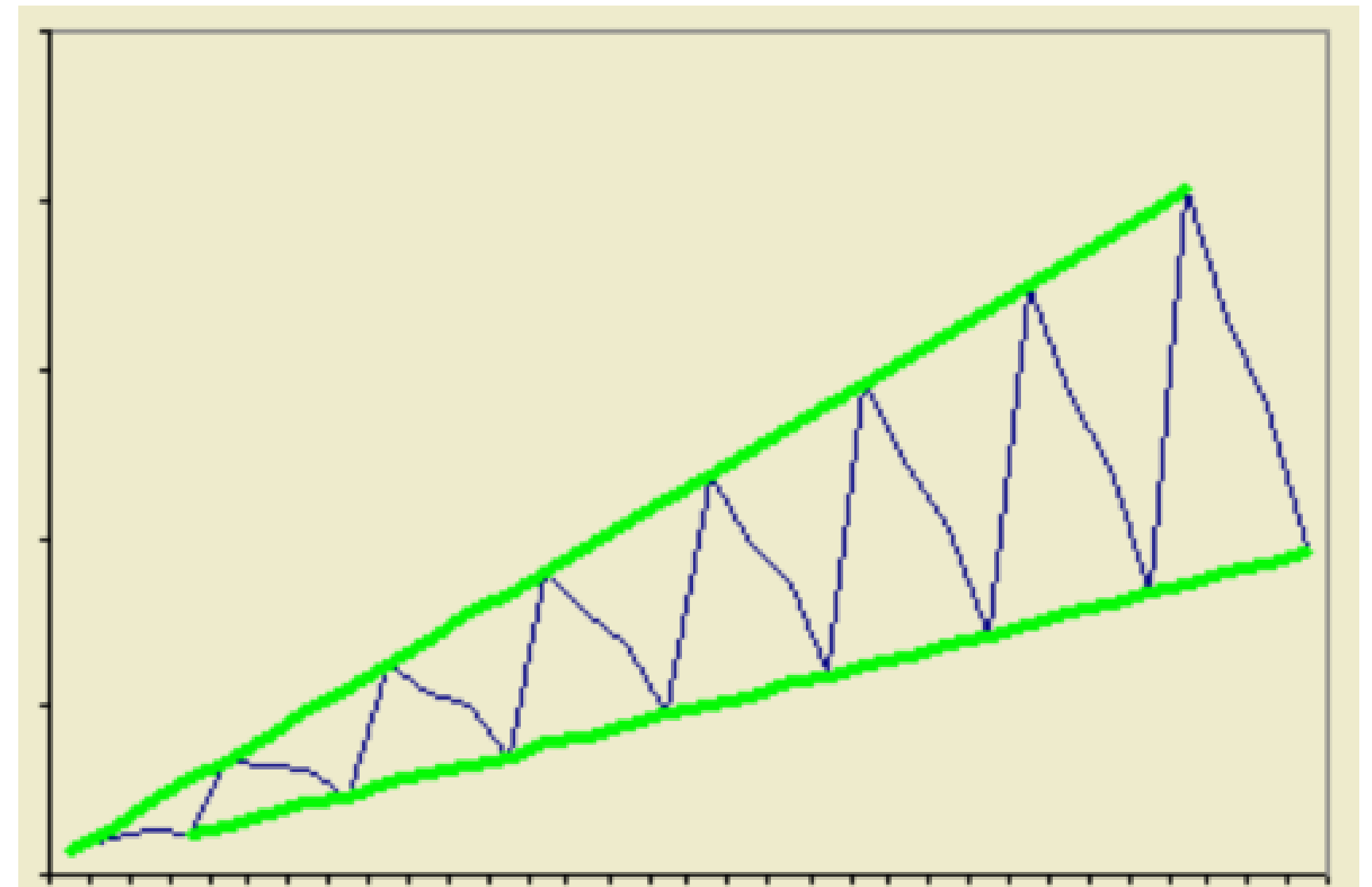
**En general, el modelo multiplicativo es más apropiado que el aditivo cuando la varianza de la serie de tiempo incrementa o disminuye con el tiempo**

# Descomposición de las series de tiempo

**Varianza constante**



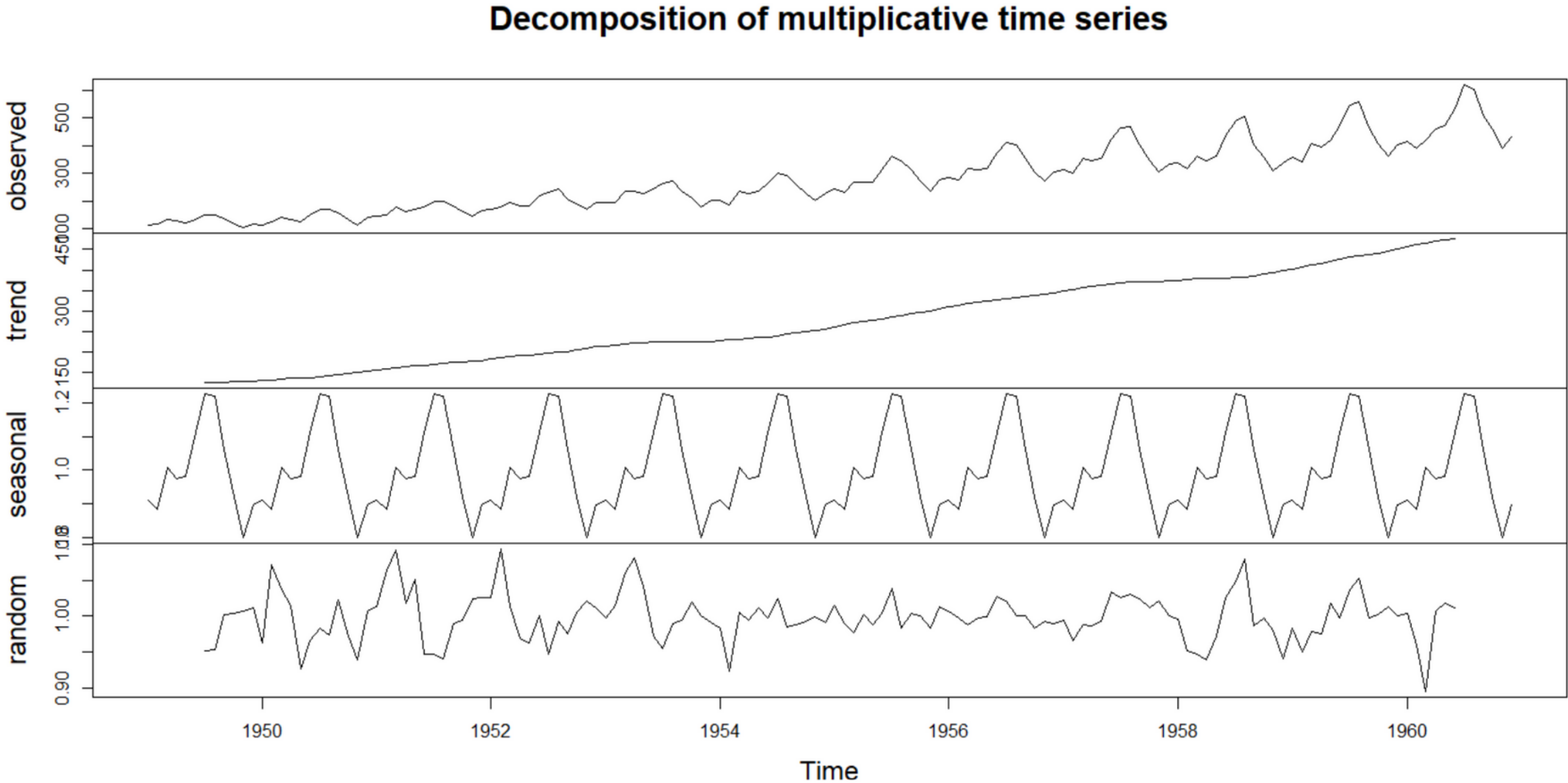
**Varianza no constante**



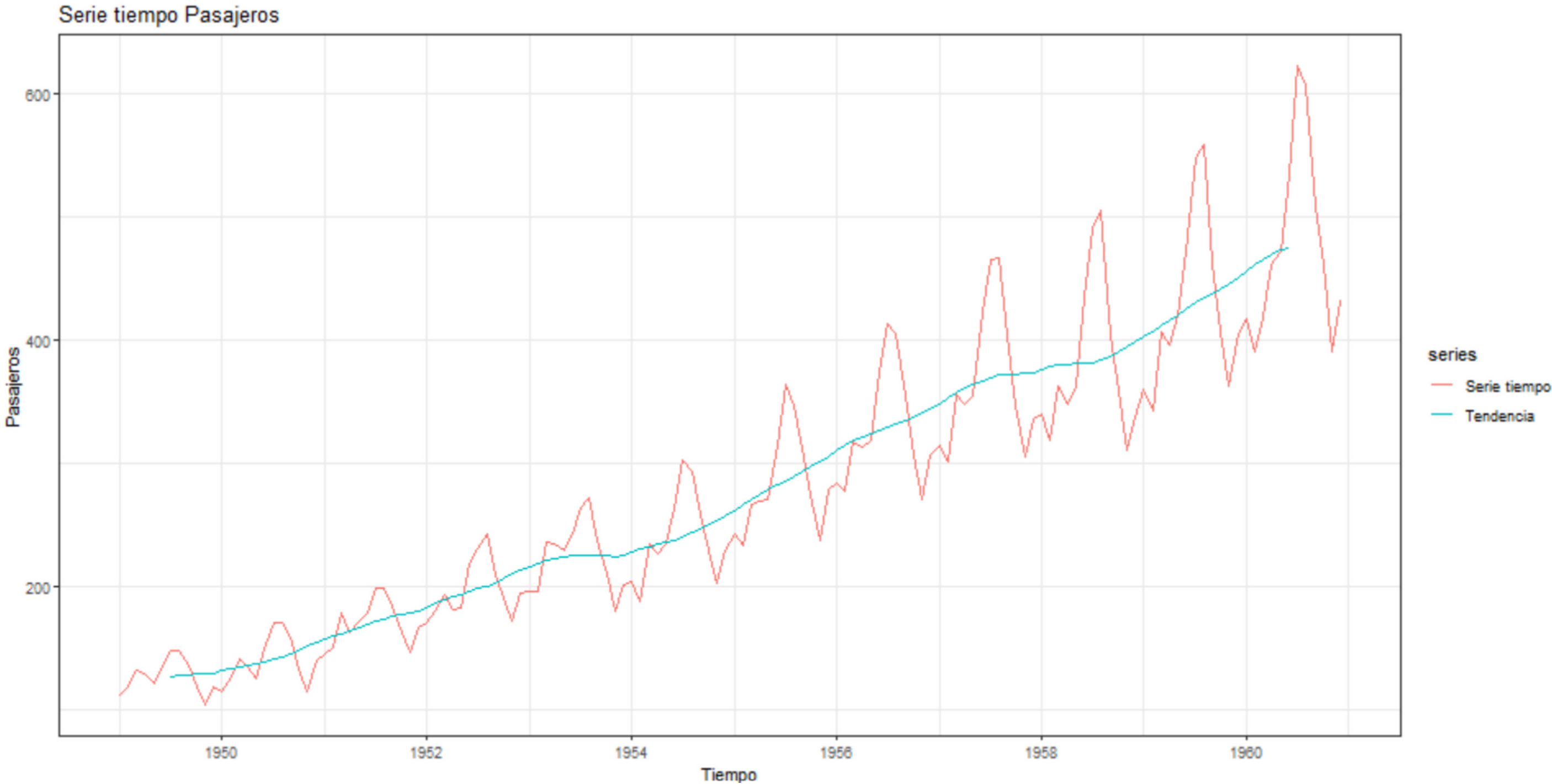
# Descomposición de las series de tiempo

El principal objetivo de la descomposición de una serie de tiempo es servir como herramienta descriptiva para ver los componentes principales de una serie antes de un análisis estadístico más sustancial

# Descomposición de la serie de tiempo

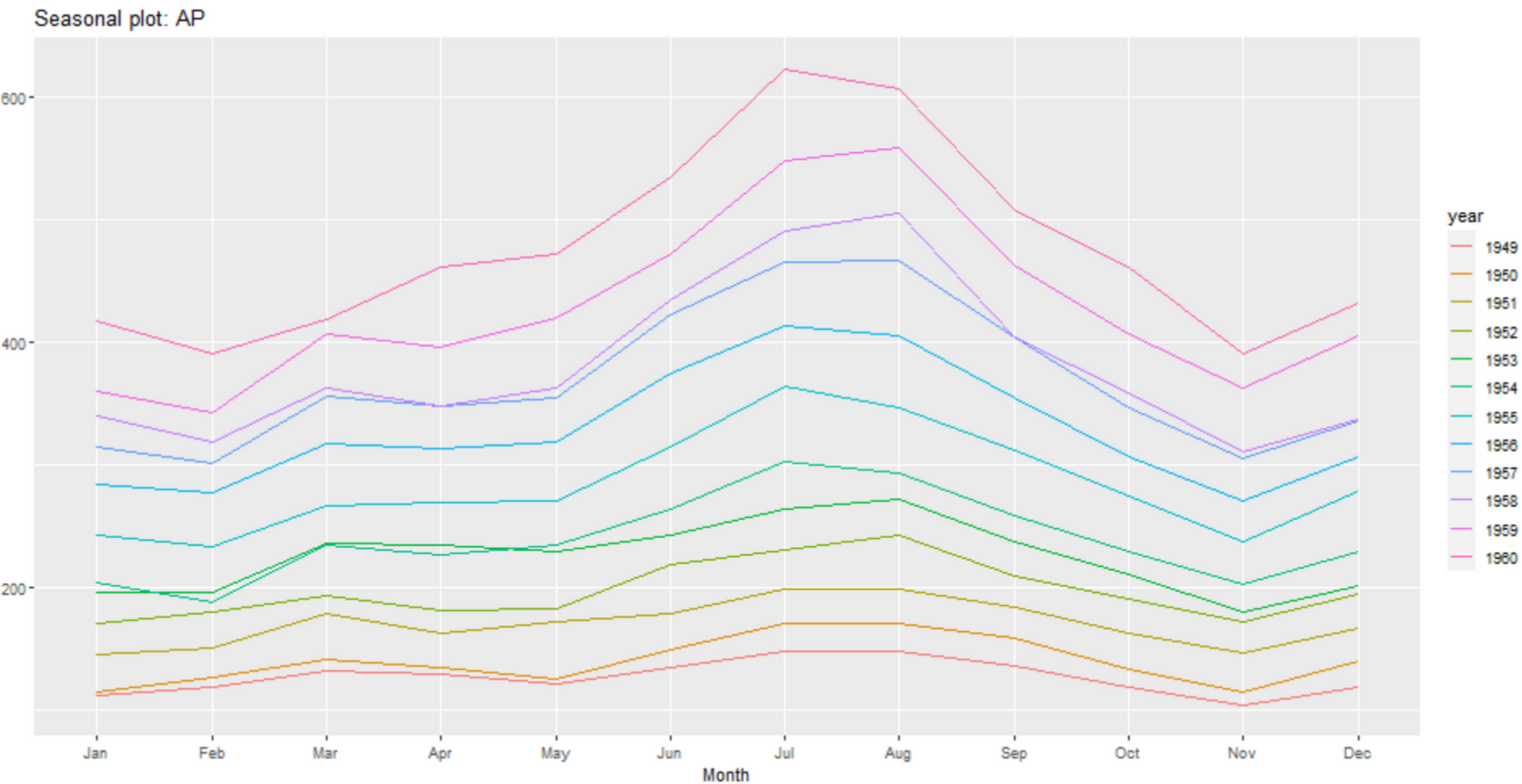


# Descomposición de la serie de tiempo





# Descomposición de la serie de tiempo



# Pronóstico

El objetivo principal de un pronóstico es predecir un valor futuro  $x_{n+k}$  dado un historial de observaciones hasta el tiempo **n**. Primero usemos métodos simples de pronóstico:

- Método de la media
- Método Naïve
- Método Naïve estacional
- Método de los promedios móviles

# Método de la media

Suponiendo que todos los datos de una serie de tiempo son igualmente útiles para predecir todos los valores futuros, usamos el promedio de la serie de tiempo para pronosticar los valores futuros. **Este método funciona mejor cuando una serie de tiempo no contiene componentes significativos de tendencia y estacionalidad.**

$$\hat{Y}_{n+h} = \frac{Y_1 + Y_2 + \cdots + Y_n}{n}$$

# Método Naïve

Este método es uno de los métodos de pronóstico más simples ya que no considera los efectos de los componentes de tendencia y estacionalidad. Al utilizar este método, el pronóstico para un período determinado es el valor del período anterior.

$$\hat{Y}_{n+h} = Y_n$$

# Método Naïve estacional

Este método trata de contrarrestar una de las desventajas del método Naïve, en el cual no se tiene en cuenta el componente de estacionalidad de la serie de tiempo.

Cuando los datos son altamente estacionales, el pronóstico para la temporada actual usando este método es el valor real de la última temporada.

$$\hat{Y}_{n+h} = Y_{n+h-m}$$

# Método de los promedios móviles

El método de los promedios móviles consiste en calcular un promedio sumando un conjunto de datos y dividiendo la suma por el número de elementos en el conjunto. Posteriormente, "movemos" el promedio eliminando el primer elemento del conjunto, agregando un nuevo elemento y calculando un nuevo promedio.

$$\hat{Y}_t = \frac{\sum_{i=t-N}^{t-1} Y_i}{N}$$



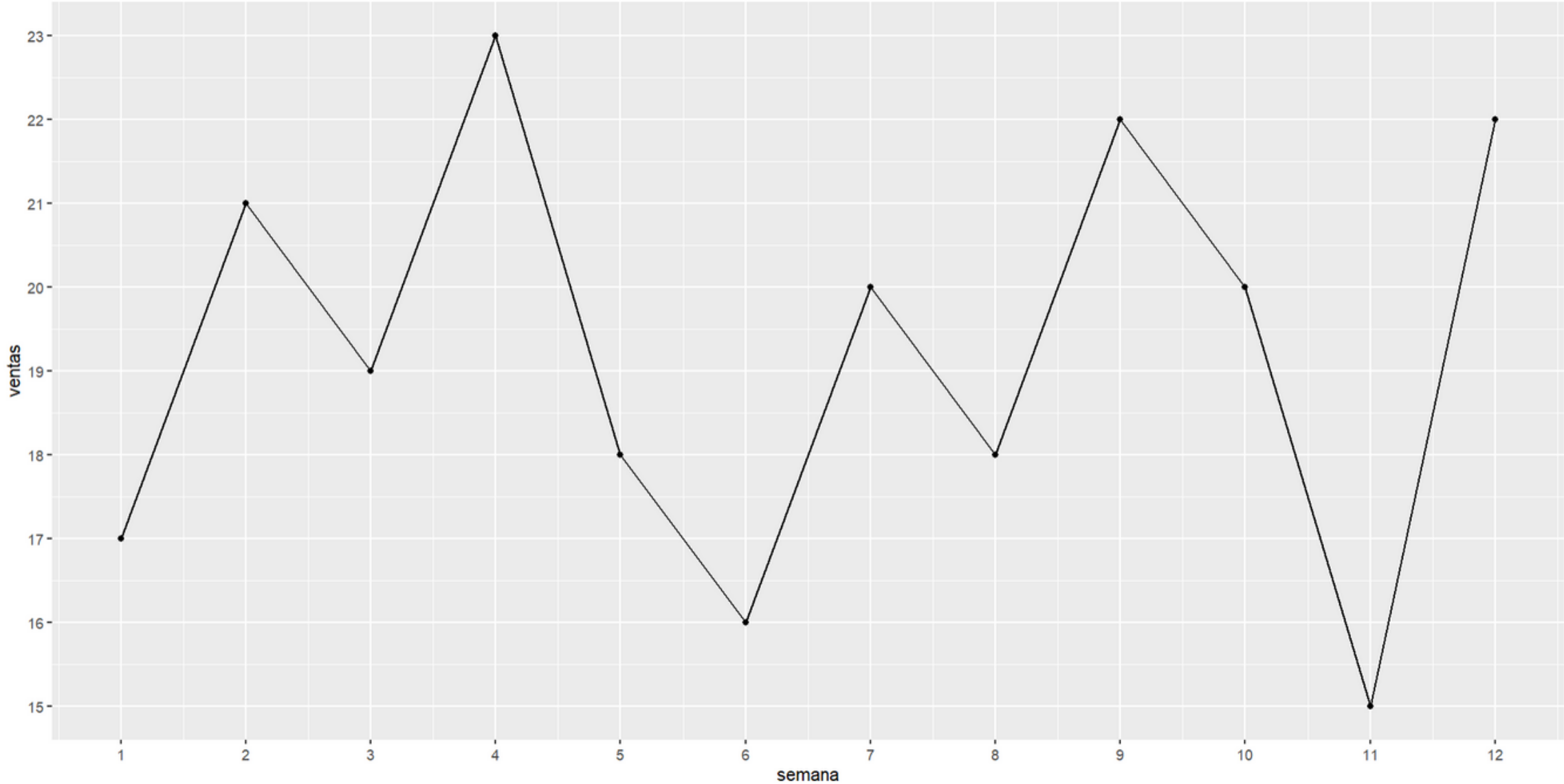
Para aplicar este método, primero se debe decidir cuántos valores se usarán para calcular los promedio móviles (longitud del conjunto)

# Método de los promedios móviles

Cuando calculamos los promedios móviles para una serie de tiempo, **estos promedios forman una nueva serie de tiempo**. Esta nueva serie de tiempo suaviza las fluctuaciones aleatorias ocasionadas por el componente irregular de la serie de tiempo original

# Método de los promedios móviles

Semana	Ventas (miles de galones)
1	17
2	21
3	19
4	23
5	18
6	16
7	20
8	18
9	22
10	20
11	15
12	22





# Método de los promedios móviles

Si decidimos calcular un promedio móvil de 3 semanas de las ventas de gasolina:

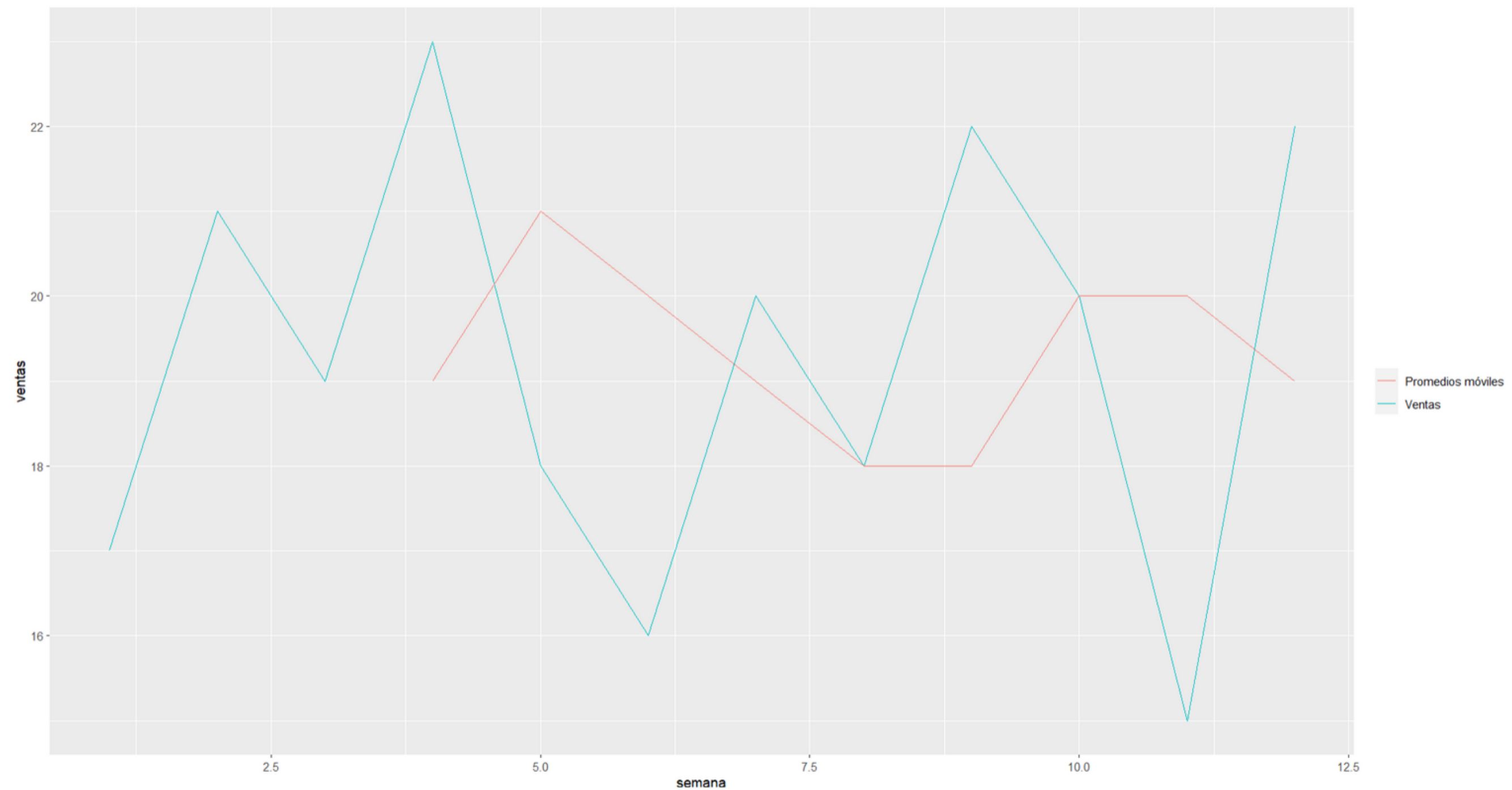
$$\text{Promedio móvil (semanas 1-3)} = \frac{17 + 21 + 19}{3} = 19$$

$$\text{Promedio móvil (semanas 2-4)} = \frac{21 + 19 + 23}{3} = 21$$

# Método de los promedios móviles

Semana	Valores de la serie de tiempo	Pronóstico con el promedio móvil
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	19
5	18	21
6	16	20
7	20	19
8	18	18
9	22	18
10	20	20
11	15	20
12	22	19

# Método de los promedios móviles



# Método de los promedios móviles

Semana	Valores de la serie de tiempo	Pronóstico con el promedio móvil
1	17	
2	21	
3	19	
4	23	19
5	18	21
6	16	20
7	20	19
8	18	18
9	22	18
10	20	20
11	15	20
12	22	19
13		19

# ¿Cuántos datos empleo en el cálculo de los promedio móviles?

**Podemos utilizar métricas de precisión del pronóstico para seleccionar la cantidad de puntos de datos para calcular los promedio móviles. De esta forma, elegimos una métrica y determinamos cuál valor de  $N$  puede brindarnos una mayor precisión**

# Suavizamiento exponencial

Otro método para pronosticar valores futuros consiste en usar los valores históricos como variables dependientes en un modelo predictivo que da más peso a las observaciones más recientes. **Este método adecuado para datos sin tendencia o patrón estacional.**

$$\begin{aligned}\hat{x}_{n+1} &= \alpha x_n + \alpha(1 - \alpha)x_{n-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 x_{n-2} + \dots \\ &= \alpha x_n + (1 - \alpha)\hat{x}_n\end{aligned}$$


$$-1 < \alpha < 1$$

# Suavizamiento exponencial

- El pronóstico para el periodo  **$n+1$**  es un promedio ponderado del valor real en el periodo  **$n$**  y del valor pronosticado del periodo  **$n$** .
- El peso dado al valor real del periodo  **$n$**  es  **$\alpha$**  y el peso dado al valor pronosticado para el periodo  **$n$**  es  **$1 - \alpha$** .
- Una vez elegida la constante  **$\alpha$** , para calcular el pronóstico en el periodo  **$n+1$**  sólo se necesita conocer el valor real y el valor pronosticado de la serie de tiempo para el periodo  **$n$** .
- El pronóstico obtenido mediante suavizamiento exponencial para cualquier periodo es un promedio ponderado de todos los valores reales anteriores de la serie de tiempo.

# Suavizamiento exponencial

Aplicando suavizamiento exponencial en la serie de tiempo de los precios de la gasolina con  $\alpha = 0.2$



$$F_2 = Y_1 = 17$$

$$F_3 = 0.2Y_2 + 0.8F_2 = 0.2(21) + 0.8(17) = 17.8$$

$$F_4 = 0.2Y_3 + 0.8F_3 = 0.2(19) + 0.8(17.8) = 18.04$$

⋮

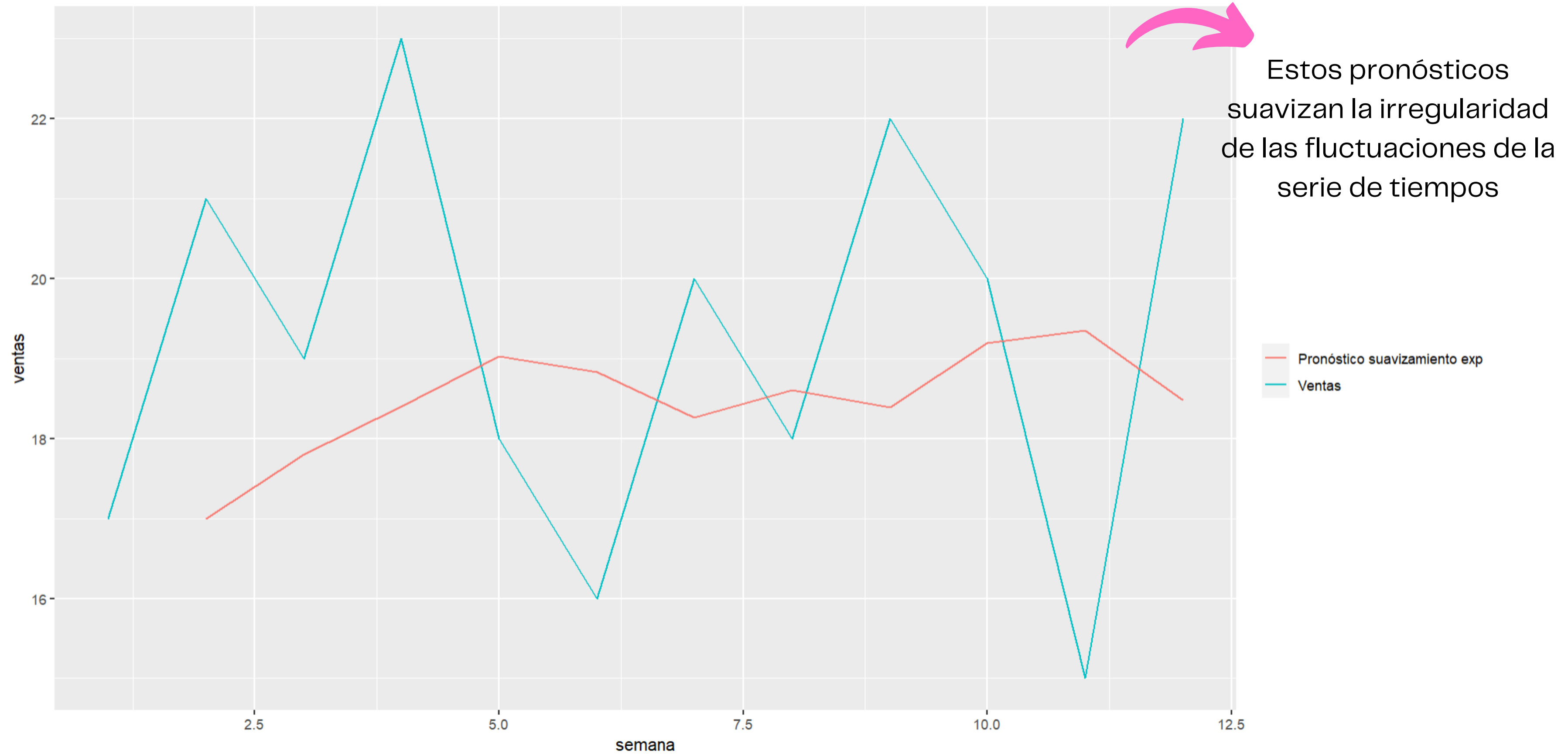
$$F_{13} = 0.2Y_{12} + 0.8F_{12} = 0.2(22) + 0.8(18.48) = 19.18$$



# Suavizamiento exponencial

Semana	Valores de la serie de tiempo	Pronóstico con el suavizamiento exponencial
1	17	
2	21	17
3	19	17,8
4	23	18,04
5	18	19,03
6	16	18,83
7	20	18,26
8	18	18,61
9	22	18,39
10	20	19,19
11	15	19,35
12	22	18,48

16 de agosto de 2022



# Suavizamiento exponencial

Semana	Valores de la serie de tiempo	Pronóstico con el suavizamiento exponencial
1	17	
2	21	17
3	19	17,80
4	23	18,04
5	18	19,03
6	16	18,83
7	20	18,26
8	18	18,61
9	22	18,49
10	20	19,19
11	15	19,35
12	22	18,48
13		19,18

# ¿Cuál es el valor adecuado para la constante de suavizamiento?

Una manera de decidir cuál valor de  $\alpha$  utilizar en el suavizamiento exponencial es hallar el valor de  $\alpha$  que minimice alguna de las métricas de precisión de pronóstico en los datos históricos

# Método Holt-Winters

Este método es una generalización del método de suavizamiento exponencial que permite capturar el componente estacional y de tendencia de una serie de tiempo

$$\hat{x}_{n+1} = t_n + b_n + s_{n+1-p}$$

# Método Holt-Winters

$t_n$  = componente de tendencia en el tiempo  $n$

$b_n$  = cambio estimado en la tendencia en el tiempo  $n$

$t_n + b_n$  = tendencia estimada en el tiempo  $n + 1$

$p$  = periodo = 12

$s_{n+1-p}$  = efecto estacional estimado utilizando el valor anterior

# Método Holt-Winters

Las estimaciones de  $t_n$ ,  $b_n$ , y  $s_n$  se obtienen de la siguiente forma:

$$t_n = \alpha(x_n - s_{n-p}) + (1 - \alpha)(t_{n-1} + b_{n-1})$$

$$b_n = \beta(t_n - t_{n-1}) + (1 - \beta)b_{n-1}$$

$$s_n = \gamma(x_n - t_t) + (1 - \gamma)s_{n-p}$$



Cuando no hay cambio en la tendencia o estacionalidad, el modelo se reduce a un suavizamiento exponencial

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

Para determinar cuál es el mejor método para hacer pronósticos utilizando los datos históricos disponibles existen múltiples indicadores que miden el desempeño del proceso de estimación en  $N$  periodos de tiempo. Estos indicadores se construyen a partir del análisis de los errores de pronóstico que son las diferencias entre los valores futuros reales y los valores pronosticados correspondientes



# Evaluación de la precisión de un pronóstico

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t$$



Error del pronóstico del periodo t

$$|e_t| = |Y_t - \hat{Y}_t|$$



Error absoluto del pronóstico del periodo t

$$e_t^2 = (Y_t - \hat{Y}_t)^2$$



Error cuadrático del pronóstico del periodo t

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

Desviación media absoluta (MAD).

$$MAD = \frac{\sum_{t=1}^N |Y_t - \hat{Y}_t|}{N}$$

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

Error porcentual absoluto medio (MAPE).

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^N \frac{|Y_t - \hat{Y}_t|}{Y_t}}{N} \times 100$$



Desviación porcentual  
promedio

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

**Error cuadrático medio (MSE).**

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{N}$$

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

Raíz del error cuadrático medio (RMSE).

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (Y_t - \hat{Y}_t)^2}{N}}$$

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

Para calcular estas métricas de precisión necesitamos los valores futuros reales y los valores pronosticados correspondientes. Sin embargo, en muchos casos no tendremos esta información disponible y por lo tanto, debemos aplicar el método de partición de la base de datos históricos en dos bases de datos: una base de datos de entrenamiento y una base de datos de prueba.

# Evaluación de la precisión de un pronóstico

En el caso de los datos de pasajeros de la aerolínea, podemos tomar los datos de los primeros 11 años para crear la base de datos de entrenamiento y los datos del último año para crear la base de datos de prueba:

1. Implementamos los diferentes métodos de pronóstico utilizando los datos de entrenamiento.
2. Evaluamos la precisión de los pronósticos de cada método utilizando la base de datos de prueba.

# Modelos de series de tiempo

## Modelos autorregresivos (AR).

El modelo autorregresivo representa una regresión o predicción del valor actual que se genera en función de los valores anteriores de esa misma serie de tiempo. **El término autorregresión indica que es una regresión de variables contra sí mismo.**



# Modelos de series de tiempo

## Modelos autorregresivos (AR)

El modelo autorregresivo de orden **p** o **AR(p)** se define como:

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \phi_2(y_{t-2} - \mu) + \cdots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \omega_t$$

$$\omega_t \sim N(0, \sigma^2)$$


# Modelos de series de tiempo

## **Modelos autorregresivos (AR).**

El modelo AR establece que una observación en el tiempo  $t$  es una combinación lineal de las  $p$  observaciones anteriores más algún término de ruido

# Modelos de series de tiempo

## Pronóstico modelo autorregresivo de orden 1

Para pronosticar un valor futuro usando el modelo autorregresivo usamos la siguiente formula:

$$\hat{y}_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu)$$

# Modelos de series de tiempo

## **Modelo de promedio móvil (MA)**

El modelo de media móvil (MA) genera los valores actuales en función todas las variaciones de ruido de periodos anteriores en lugar de utilizar los valores anteriores como AR

# Modelos de series de tiempo

## Modelo de promedio móvil (MA).

El modelo de promedio móvil de orden  $q$  o **MA( $q$ )** se define como:

$$y_t = \mu + \theta_1 \omega_{t-1} + \theta_2 \omega_{t-2} + \cdots + \theta_q \omega_{t-q} + \omega_t$$

# Modelos de series de tiempo

## **Modelo de media móvil autorregresiva (ARMA).**

El modelo ARMA es la combinación de los modelos AR y MA. El modelo ARMA predice los valores futuros basándose tanto en los valores anteriores como en los errores. Por lo tanto, ARMA tiene un mejor rendimiento que los modelos AR y MA solos.

# Modelos de series de tiempo

## Modelo de media móvil autorregresiva (ARMA).

El modelo de media móvil autorregresiva de orden **p** y **q** o **ARMA(p, q)** se define como:

$$y_t = \mu + \phi_1(y_{t-1} - \mu) + \cdots + \phi_p(y_{t-p} - \mu) + \theta_1\omega_{t-1} + \cdots + \theta_q\omega_{t-q} + \omega_t$$