

Sistemi lineari in forma matriciale e rango di una matrice #GAL

Dato un **sistema lineare** definiamo:

$A \in \text{Mat}(m,n)$ = matrice dei coefficienti

$\underline{x} \in \mathbb{R}^n$ = vettore delle variabili

$\underline{b} \in \mathbb{R}^n$ = vettore dei termini noti

La **matrice completa** è $(A|\underline{b}) \in \text{Mat}(m,n+1)$

Allora il sistema si può scrivere come una sola equazione vettoriale $A\underline{x} = \underline{b}$

Definizione: rango di una matrice A è un numero che si denota con $\text{rk}(A)$ = numero di pivot / righe non nulle in una riduzione a scala

Osservazione: per calcolare il rango usando l'algoritmo di Gauss

- Esistono diverse riduzioni a scala di una stessa A è possibile dimostrare che hanno tutte lo stesso numero di pivot ($\text{rk}(A)$ è "ben definito")
- Le mosse di Gauss preservano il rango
- Se $A \in \text{Mat}(m,n) \Rightarrow \text{rk}(A) \leq \min(m,n)$
 - pivot diversi appartengono a righe diverse $\Rightarrow \text{rk}(A) \leq m$
 - pivot diversi appartengono a colonne diverse $\Rightarrow \text{rk}(A) \leq n$