Principio di induzione #Analisi1

Principio di induzione
Si applica per dimostrare proprietà dei numeri naturali valida per tutti i numeri N
Proprietà P(n) $n \in N$

- P(0) vera
- Supponendo che P(n) sia vera mostriamo che P(n+1) sia vera allora P(n) è vera $\forall n \in N$

Esempio: somma di Gauss

$\sum_{k=1}^{n} k = [n(n+1)/2]$

$P(1) = \sum_{k=1}^{1} k = 1 = [1(1+1)/2] = 1$

Supponiamo che P(n) sia vera => dimostriamo la validità di P(n+1)

$\sum_{k=1}^{n+1} k \Rightarrow n+1 + \sum_{k=1}^{n} k = [(n+1)(n+2)/2]$

Caso particolare: a = 1   b = q   ($q \neq 1$)

$1-q^{n}+1 = (1-q)\sum_{i=1}^{n} [q^{i}]^{a}$

Superiore / Inferiore
L'estremo superiore di $A \subseteq R$ è il minimo dei maggioranti di A
L'estremo inferiore di $A \subseteq R$ è il massimo dei minoranti di A

Esercizio:

$A = \{(n-1)/n : n \in N \setminus \{0\}\}$ infA = supA = ?

$(n-1)/n = 1 - 1/n$ ($n \geq 1$)
più n cresce più il risultato si avvicina a 1

{1 - 1/n} successione crescente
infA => n=1 ovvero -> 1 - 1/1 = 0
poiché $0 \in A$ 0 = infA = minA

supA => n -> $+\infty$ ovvero -> 1
mostriamo che $\forall h>0$ $\exists a \in A$ t.c. $a>1-h$ (1 maggiorante di A)
$a \in A \Rightarrow a = 1 - 1/n$ per qualche $n \geq 1$
$1 - 1/n > 1 - h$; $1/n < h \Leftrightarrow n > 1/h$
1 = supA => $1 \nexists A \Rightarrow \nexists$maxA