Sémantique et traduction des langages Interprétation d'un sous-ensemble de Caml : mini-ML

1 Grammaire du langage complet

La syntaxe du langage mini-ML que nous utiliserons comme support est définie par la grammaire suivante :

$$Expr \quad \rightarrow \quad Ident \\ \mid \quad Const \\ \mid \quad Expr \ Binaire \ Expr \\ \mid \quad Unaire \ Expr \\ \mid \quad Unaire \ Expr \\ \mid \quad fun \ Ident \ -> \ Expr \\ \mid \quad (Expr \) \ Expr \\ \mid \quad if \ Expr \ then \ Expr \ else \ Expr \\ \mid \quad let \ Ident \ = \ Expr \ in \ Expr \\ \mid \quad (Expr \) \\ \mid \quad Expr \ ; \ Expr \\ \mid \quad ref \ Expr \\ \mid \quad ref \ Expr \\ \mid \quad Ident \ := \ Expr \\ \mid \quad Ident \ := \ Expr \\ \mid \quad Unaire \quad \rightarrow \quad -\mid !$$

$$Binaire \quad \rightarrow \quad +\mid -\mid *\mid /\mid \%\mid \&\mid \mid \\ \mid \quad =\mid \mid =\mid \mid <\mid <\mid >\mid >=$$

2 Typage

Les types possibles pour une expression du langage mini-ML sont décrits par la syntaxe suivante :

$$\begin{array}{ccc} \tau & \rightarrow & \alpha \mid \text{int} \mid \text{bool} \\ & \mid & \tau \rightarrow \tau \\ & \mid & (\tau) \end{array}$$

Un jugement de typage s'écrit sous la forme $\sigma \vdash e : \tau$.

Rappelons l'ensemble des axiomes et des règles de déduction correspondant au typage de mini-ML.

Accès à l'environnement

$$\frac{x \in \sigma \quad \sigma(x) = \tau}{\sigma \vdash x : \tau}$$

Opérateur binaire

$$\frac{\sigma \vdash e_1 \, : \, \tau_1 \quad \sigma \vdash e_2 \, : \, \tau_2 \quad \tau_1 \times \tau_2 = dom \, op \quad \tau = codom \, op}{\sigma \vdash e_1 \, op \, e_2 \, : \, \tau}$$

Opérateur unaire

$$\frac{\sigma \vdash e : \tau \quad \tau = dom \, op \quad \tau' = codom \, op}{\sigma \vdash op \, e : \tau'}$$

Conditionnelle

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : \mathtt{bool} \ \ \sigma \vdash e_2 : \tau \ \ \sigma \vdash e_3 : \tau}{\sigma \vdash \mathtt{if} \ e_1 \ \mathtt{then} \ e_2 \ \mathtt{else} \ e_3 : \tau}$$

Définition locale

$$\frac{\sigma \vdash e_1 \,:\, \tau_1 \quad \sigma :: \{x \,:\, \tau_1\} \vdash e_2 \,:\, \tau_2}{\sigma \vdash \mathsf{let} \; x = e_1 \;\mathsf{in} \; e_2 \,:\, \tau_2}$$

Définition de fonction

$$\frac{\sigma :: \{x : \tau_1\} \vdash e : \tau_2}{\sigma \vdash \text{fun } x \Rightarrow e : \tau_1 \rightarrow \tau_2}$$

Appel de fonction

$$\frac{\sigma \vdash e_1 : \tau_1 \rightarrow \tau_2 \quad \sigma \vdash e_2 : \tau_1}{\sigma \vdash (e_1) e_2 : \tau_2}$$

Définition récursive

$$\frac{\sigma :: \{x \,:\, \tau_1\} \,\vdash\, e_1 \,:\, \tau_1 \quad \sigma :: \{x \,:\, \tau_1\} \,\vdash\, e_2 \,:\, \tau_2}{\sigma \,\vdash\, \mathtt{letrec} \,\, x \,\equiv\, e_1 \,\, \mathtt{in} \,\, e_2 \,:\, \tau_2}$$

Gestion des erreurs

Il faut ajouter à ces règles, celles d'apparition et propagation des erreurs.