$$-\boxed{C_0}- \;=\; ——$$

$$-\boxed{C_1}- \;=\; -\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}-$$

$$-\boxed{C_2}- \;=\; -\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}-$$

C1: $w^3=1$

R5 : $-\boxed{X}- = -\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}- =: -\boxed{C_1}-$

R6 : $-\boxed{S}-\boxed{X}- = -\boxed{X}-\boxed{S}-\boxed{Z}- \cdot w^2$

R7: $-\boxed{X^2}- = -\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}- =: -\boxed{C_2}-$

R8 : $XZ=w^2ZX$ $\quad -\boxed{Z}-\boxed{X}- = -\boxed{X}-\boxed{Z}- \cdot w^2$

Lem5 By definition, C₁, R5, R6, R7 & R8, we have 15.(1) $-\boxed{S}-\boxed{C_0}- = -\boxed{C_0}-\boxed{S}-$

(2) $-\boxed{S}-\boxed{C_1}- = -\boxed{C_1}-\boxed{S}-\boxed{Z}- \cdot w^2$

(3) $-\boxed{S}-\boxed{C_2}- = -\boxed{C_2}-\boxed{S}-\boxed{Z}-\boxed{Z}-$

Proof: 15.(1). LHS $:= -\boxed{S}- =:$ 15.(1). RHS

15.(2).LHS $:= -\boxed{S}-\boxed{-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}-}- \overset{R5}{=} -\boxed{S}-\boxed{X}- \overset{R6}{=}$

$-\boxed{\boxed{X}}-\boxed{S}-\boxed{Z}- \cdot w^2 \overset{R5}{=:} -\boxed{C_1}-\boxed{S}-\boxed{Z}- \cdot w^2 =$ 15.(2). RHS

15.(3). LHS $:= -\boxed{S}-\boxed{-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{S}-\boxed{H}-\boxed{H}-\boxed{S}-\boxed{H}-}- \overset{R7}{=} \boxed{-\boxed{S}-\boxed{X}-}-\boxed{X}-$

$\overset{R6}{=} -\boxed{X}-\boxed{S}-\boxed{\boxed{Z}-\boxed{X}}- \cdot w^2 \overset{R8}{=} -\boxed{X}-\boxed{S}-\boxed{X}-\boxed{Z}- \cdot w^2 \cdot w^2$

$\overset{C_1}{=} -\boxed{X}-\boxed{\boxed{S}-\boxed{X}}-\boxed{Z}- \cdot w \overset{R6}{=} -\boxed{X}-\boxed{X}-\boxed{S}-\boxed{Z}-\boxed{Z}- \cdot w \cdot w^2$

$\overset{C_1}{=} -\boxed{X}-\boxed{X}-\boxed{S}-\boxed{Z}-\boxed{Z}- \overset{R7}{=:} -\boxed{C_2}-\boxed{S}-\boxed{Z}-\boxed{Z}-$

= 15.(3). RHS ∎