

בניית מודלים מתמטיים - פרויקט סיום

מודל מתמטי שפותר בעיית השמנת היתר אצל ילדים

שרה חמוד: 323045583

אמאל נסראלדין: 212716104

ספטמבר 2022

תוכן עניינים:

1. חלק 1 :

מבוא והגדרת הבעיה 3-7

2. חלק 2 :

הגדרת המודל המתמטי..... 7-10

3. חלק 3

הרצת המודל ודוגמאות..... 10-16

מסקנות 17

נספח 18

חלק 1 - מבוא והגדרת הבעיה

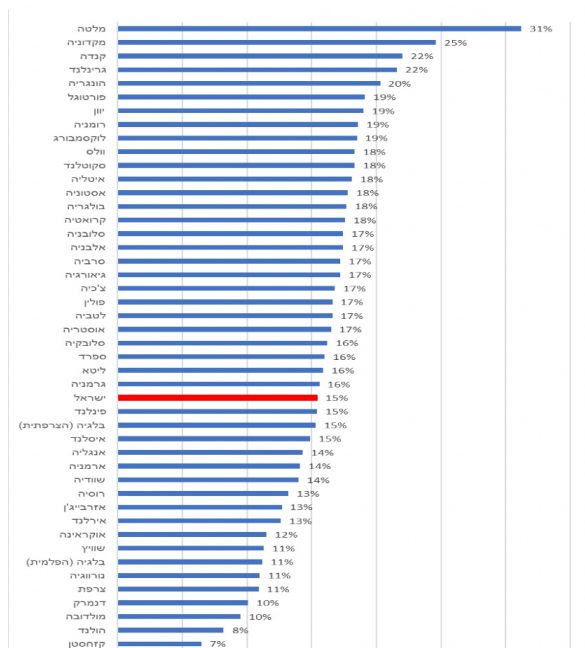
השמנה יתר של ילדים הגיעה לממדים של מגפה עולמית והיא מחלה כרונית השכיחה בעולם. היא נמצאת בעליה מתמדת כך שבשנתיים האחרונות מאז מגפת הקורונה, חלה עליה נוספת במגמת השמנת יתר בקרב ילדים, המחלה גם משפיעה על בריאותם ותפקודם של ילדים בחיי היום יום בטווח הקצר והארוך. אז מהם הגורמים להשמנה בילדים? במה השמנת יתר עלולה לפגוע? וכיצד ניתן למנוע/להפחית השמנת יתר בילדים?

השמנת יתר נובעת מחוסר בפעילות גופנית, אכילה מחוץ לבית, גורמים גנטיים, הפרעות אנדוקריניות והמצב הנפשי. השמנת יתר מעלה סיכון למחלות כרוניות כגון סוכרת, מחלות לב, דלקות פרקים ולכן חשוב למצוא פתרון למחלה זו. (1)

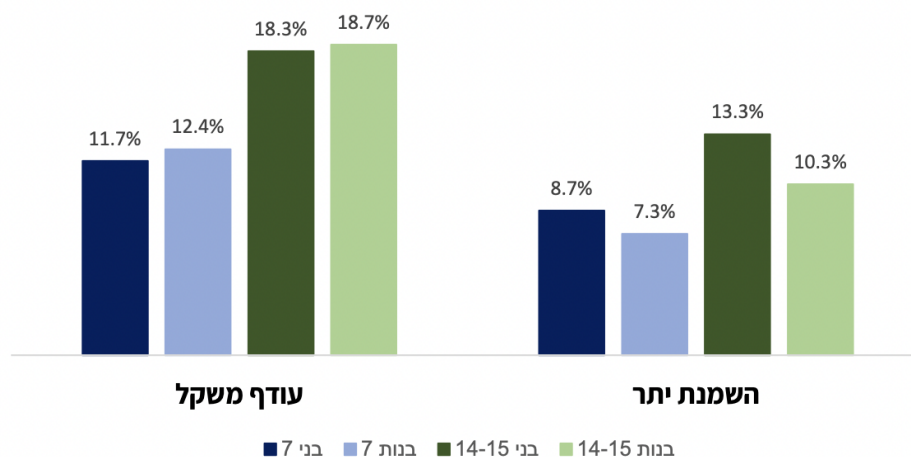
סטטיסטיקות :

על פי מחקרים שנערכו בשנת 2016 בישראל, 34% מהילדים בישראל בגילאים 10-18 היו עם עודף משקל ו 10% מהילדים בגילאים אלו היו עם השמנת יתר. מבין 46 מדינות, ישראל נמצאת במקום החמישי עם שכיחות עודף משקל והשמנת יתר הגבוהה לעומת המדינות האחרות.

במחקר שבוצע על ידי צוות HBSC מאוניברסיטת בר אילן בשיתוף עם משרד הבריאות עולה כי בשנת 2018/19, 15% מהילדים בישראל בגילאים 11, 13 ו- 15 היו עם עודף משקל. עוד עולה כי, ישראל ממוקמת במקום ה-28 מתוך 46 מדינות שנבדקו, עם שכיחות עודף משקל קרובה לממוצע. (2)



ועוד תוצאה של מחקר נוסף על שיעור הימצאות עודף משקל והשמנת יתר בקרב ילדים ובני נוער לפי מין, 2021 :



מהנתונים מסיקים כי שיעורי עודף משקל והשמנת יתר בקרב בנים ובנות בגיל 7 נמוכים יותר מהשיעורים הללו בקרב בנים ובנות בני 14-15.

שיעורי עודף משקל דומים בין בנים לבנות בשתי קבוצות הגיל, למעט שיעורי השמנת יתר בקרב בני ובנות 14-15. (2)

כעת נגדיר כמה מושגים חשובים שנשתמש בהם:

BMI- כיצד מודדים השמנת יתר אצל ילדים?

השמנת יתר נמדדת ע"י מדד מקובל שהינו מדד ה- BMI או מדד מסת הגוף אשר מחושב כמשקל בק"ג חלקי הגובה במטרים בריבוע.
מקובל לחלק את תוצאות ה-BMI לארבע קטגוריות:

תת משקל- BMI קטן מ-18.5
משקל תקין- BMI נע בין 18.5 ל-25
עודף משקל - BMI נע בין 25 ל-30
השמנת יתר- BMI גדול מ-30

RMR : קובעת בעצם כמה קלוריות אדם "שורף" בכל יום, מבלי לבצע פעילות כלשהי מלבד תהליכים בסיסיים שהגוף חייב לבצעם לצורך קיומו, כלומר במנוחה מוחלטת.
הביטוי שהתקבל ממדידת ה RMR לבנים הוא:

$$RMR = 1287 + 28.6 * w + 23.6 * h - 69.1 * a \text{ (KJ)}$$

לבנות :

$$RMR = 1552 + 35.8 * w + 15.6 * h - 36.3 * a \text{ (KJ)}$$

נזכור כי קילוג'אול (KJ) שווה ל 0.24 קילו קלוריה ולכן נקבל את הביטוי של ה RMR ביחידות קלוריות :
לבנים:

$$RMR = (1287 + 28.6 * w + 23.6 * h - 69.1 * a) * 0.24 \text{ (Kcalorie)}$$

לבנות :

$$RMR = 1552 + 35.8 * w + 15.6 * h - 36.3 * a * 0.24 \text{ (Kcalorie)}$$

כאשר w מציין את המשקל בק"ג , h - גובה בס"מ , a - גיל בשנים. (6)

להוצאה האנרגטית במנוחה (RMR) חשיבות רבה בהוצאה הקלורית היומית, והיא מהווה 30%-70% ממנה.

חשוב לדעת מהי ההוצאה האנרגטית במנוחה, ברמת הדיוק הגבוהה ביותר שניתן להגיע אליה, על מנת לחשב כמה נצטרך לאכול בכל יום, כדי להשיג את מטרותנו. (7)
לפי מחקר שנערך נמצא כי קצב חילוף החומרים במנוחה לק"ג משקל גוף היה נמוך יותר בקרב הסובלים מהשמנת יתר מאשר לאנשים בעלי משקל תקין. (8)

קצת רקע על החשיבות של הערכים התזונתיים:

פחמימה: התפקיד העיקרי של פחמימות הוא לספק אנרגיה לכל התאים בגוף. אחרי שהסוכר גלוקוז נכנס לתוך התאים הוא עובר תהליכים כימיים שבו משתחררת אנרגיה. הנחיות התזונה ממליצות לצרוך 45 עד 65 אחוז מכמות הקלוריות היומיות.⁽⁵⁾

חלבונים: חלבונים מהווים אבני הבניין לבניית השרירים, בנוסף לתרומתו של החלבון בבניית מסת השריר בגופנו, הוא גם משתתף במגוון תהליכים כימיים בתא ובגרעין התא. ההמלצה הכללית היא שילד יקבל כ-10% עד 15% מהצריכה הקלורית היומית שלו מחלבון.⁽⁴⁾

שומנים: השומן הוא מרכיב חיוני בתזונה, מכיוון שהוא מספק חומצות שומן חיוניות ועוזר בספיגת ויטמינים שונים, תמוססים בו ועוברים איתו דרך המעי הדק על פי הנחיות התזונאים, שומנים צריכים להוות 20-35% מסך צריכת הקלוריות היומית שלנו. עבור אלה שמנסים להוריד שומן בגוף, יש לצרוך 1-0.5 גרם/ק"ג שומן ליום כדי למנוע מחסור בחומצות שומן חיוניות.⁽³⁾

סידן: הסידן מהווה כ-1.5% עד 2% ממשקל הגוף הכולל, כך שזה המינרל השכיח ביותר בגוף, הסידן חשוב לתפקוד תקין של תאי עצב, להתכווצות שרירים, לוויסות קצב הלב ולקרישת הדם ועצמים. כמות הסידן היומית הנדרשת 1300 מ"ג ליום

ברזל: מינרל חשוב בשלבי ההתפתחות של ילדים האחראי על חוזק השרירים וייצור הדם. ילדים זקוקים ל-8 מ"ג ברזל ביום.

סיבים תזונתיים: הם פחמימות מורכבות, שמקורן בצמחים בלבד ומהווים חלקים בצמח שהגוף לא יכול לעכל או לספוג, מאחר שהם לא מתעכלים במערכת העיכול, אין להם ערך קלורי והם מקנים תחושת שובע. בגילאי 13-9 ההמלצה היא לצרוך: בנות- 26 גרם, בנים- 31 גרם.

כולסטרול: הוא חומר חיוני שמשמש בתפקידים שונים בגוף, ביניהם הוא מהווה שלד ליצירת הורמונים שונים המעבירים מידע בגוף. רמה גבוהה של כולסטרול בדם מהווה גורם סיכון להתפתחות של מחלות לב וכלי דם ולכן מומלץ להוריד את רמת הכולסטרול בדם אם היא גבוהה על ידי דיאטה דלת שומן מבעלי חיים ולעיתים, על ידי תרופות. הכולסטרול מיוצר רק על ידי בעלי חיים ואינו קיים במזון שמקורו בצומח. צריך להגביל את כמות הכולסטרול לרמה של 200 מ"ג ליום בהתאם להמלצות.

נתרן (Sodium): הוא יסוד מתכתי ומינרל הכרחי לתפקוד הגוף, המקור המרכזי לכ-90% מהנתרן שנצרך בתזונה הוא מלח. צריכה גבוהה מדי של נתרן נקשרת במחקרים לעלייה בלחץ הדם ולסיבוכים נוספים. לילדים מומלץ לצרוך עד 1000 מ"ג נתרן ביום.⁽⁹⁾

ויטמין c: לויטמין c, יש תפקיד משמעותי בריפוי פצעים. ויטמין c משפר ספיגה של ברזל ובכך מסייע במניעת אנמיה, גם מסייע לשמור על תפקוד תקין של מערכת החיסון. ילדים בגילאי 13-9 שנים: 45 מיליגרם.

ויטמין E: ויטמין E שייך למשפחת הוויטמינים המסיסים בשומנים. תפקידו העיקרי בגוף הוא אנטיאוקסידנט, היינו מנטרל פעילות של רדיקלים חופשיים, אולם מעבר לכך הוא גם מוצא תפקיד בתהליך ייצור כדוריות הדם האדומות. ילדים בגילאי 9-13 שנים: 16.4 מיליגרם.

מגנזיום: הוא מינרל חיוני לגוף שלנו שתורם, בין היתר, לבריאות הלב, העצמות ומערכת החיסון. כמות המגנזיום המומלצת לצורך היא:

גיל	מ"ג ליום
לידה עד 6 חודשים	30
7-12 חודשים	75
1-3 שנים	80
4-8 שנים	130
9-13 שנים	240
14-18 שנים	410

הגדרת הבעיה בצורה מילולית:

דן ילד בן 10 שנה סובל מהשמנת יתר, דן בעל גובה 1.35 מטר ומשקל 57 ק"ג והוא מעוניין להפחית ממשקלו הנוכחי. ה-BMI הנוכחי שלו הינו 31.27 הוא מעוניין להפחיתו ל 22. כלומר למשקל של 40.

אז השאלות הנשאלות הם:

- מהי כמות הקולריות שצריך אותה הילד?
- איזה ויטמינים נדרשים?
- האם ניתן לעצב תוכנית/ תפריט תזונה מתאימה לתקופת הפחתת משקל באמצעות מזון זמין מקומי? אם זה אפשרי, מהי כמות הקולריות הנמוכה ביותר המקיימת את הדרישות?

חלק 2 - הגדרת המודל המתמטי:

בעיית תכנון לינארי היא בעיית אופטימיזציה של ביטוי לינארי תחת אילוצים לינאריים. כלומר, בהינתן משתנים במערכת של אי-שוויונות בין משוואה לינארית על הערכים לבין קבוע, למצוא את הערך המקסימלי או המינימלי שפונקציה לינארית כלשהי יכולה לקבל. ו מכיוון שהמטרה שלנו היא למצוא פתרון להשמנת יתר אצל ילדים כלומר במילים אחרות עלינו למצוא כמות הקולריות המינימלית שהילד רוצה תחת אילוצים שהם הערכים התזונתיים הדרושים לילד ביום, ולכן בעיית הדיאטה היא אחת מבעיות האופטימיזציה הראשונות שנחקרו עוד בשנות ה-30 וה-40. בחלק זה אנו פותרים בעיית תזונה אשר מטרתה היא למצוא את מספר הקולריות האופטימלי של מזונות המוצעים בתנאי שמצד אחד הם מספקות את כל הויטמינים והמינרלים לגוף הילד ומצד שני הם הם מפחיתים את המשקל של הילד. (10)

קודם כל, עלינו לבחור רשימת מאכלים לילד בתקופת הדיאטה. הבחירה שלנו נקבעת על ידי מאכלים שילדים אוהבים לאכול כלומר שהילדים לא יסרבו לאכול אותם, ומצד שני שרוב המאכלים ברשימה יהיו בריאים ועשירים בויטמינים ומינרלים

רשימת המאכלים (משתני ההחלטה):

1. תירס
2. חזה עוף
3. בשר עגל
4. גבינה צהובה 5%
5. שוקולד מריר קל 15%
6. חלב שקדים
7. פסטה
8. לחם שחור
9. מלפפונים
10. עגבניות
11. אורז
12. נקניקיות
13. משקה תות בננה
14. אבוקדו
15. תפוח אדמה
16. תות
17. אבטיח
18. שוקו
19. קורנפלקס - תלמה
20. ביצה קשה

רשימת הערכים התזונתיים (הפרמטרים):

1. חלבונים
2. פחמימות
3. שומנים
4. סיבים תזונתיים
5. כולסטרול
6. נתרן
7. ברזל
8. מגנזיום
9. סידן
10. ויטמין C
11. ויטמין E

נסמן את המאכלים ברשימה ב x_1 עד x_{20} בהתאמה ואת הערכים התזונתיים ב a_1 עד a_{11} בהתאמה.

נבנה את רשימת המאכלים והערכים התזונתיים שלהם ב-100 גרם:

	סוג מזון	סה"כ קלוריות	חלבון גרם	פחמימה גרם	שומן גרם	סיבים תזונתיים גרם	כולסטרול מ"ג	נתרן מ"ג	ברזל מ"ג	מגנזיום מ"ג	סידן מ"ג	ויטמין C מ"ג	ויטמין E מ"ג
	סימון	K	a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11
x1	ביצה קשה	155	12.5_8	1.12	10.61	0	373	124	1.19	12	50	0	1.03
x2	חזה עוף	165	31.0_2	0	3.57	0	85	74	1.04	29	15	0	0.27
x3	בשר עגל	160	20	1.5	6.4	0	107	456	0.77	0.019	11.9	0	0.47
x4	נקניקיות	200	11	5	15	0.5	75	750	0	13	24	0	0
x5	אבוקדו	161	2	7.4	15.3	2.1	0	10	1	39	11	7.9	0
x6	גבינה	178	33	0.2	5	0	15	580	0.27	28.25	950	0	0.04
x7	חלב שקדים	38	1	3.5	2.1	0.5	0	40	0	0	120	0	1.8
x8	שוקו	53	3.1	7.2	1.5	1	7	45	0	8	16	0.6	0.03
x9	אורז	336	6.9	78.6	0.6	3	0	1.8	0	0.01	0.01	0	0
x10	פסטה	349	11	71	1.5	3.5	33	6	1.1	18	0	0	0
x11	לחם שחור	234	11	37	2.6	9.1	0	340	2.49	65.2	46	0	0
x12	קורנפלקס - תלמה	375	7	83.3	0.9	3	0	375	6.7	14.9	7.3	0	0.4
x13	תירס	108	3.32	25.11	1.28	2.7	0	17	0.61	32	2	6.2	0.09
x14	תפוח אדמה	86	1.71	20.01	0.1	1.8	0	5	0.31	20	8	7.4	0.01
x15	מלפפון	15	0.65	3.63	0.11	0.5	0	2	0.28	13	16	2.8	0.03
x16	עגבניות	18	0.88	3.923	0.2	1.2	0	5	0.27	11	10	12.7	0.54
x17	שוקולד	370	6	60	27	14	1	201	0	0	514	0	0
x18	תות בננה	41	0	10.1	0	0	0	6	0	0.6	1.94	0.3	0

0.29	58.8	16	13	0.4 1	1	0	2	0.3	7.68	0.67	32	תות	x19
0.05	8.1	7	10	0.24	1	0	0.4	0.15	7.55	0.61	30	אבטיח	x20

חלק 3 - הרצת המודל ודוגמאות:

כדי לדעת את כמות האוכל הדרושה מכל מאכל שבחרנו על מנת לרדת במשקל, השתמשנו בבעיית אופטימיזציה בעזרת ה-excel כך שמצאנו את כמות הקלוריות הכוללת (בעיית מינימום) המינימלית כדי לרדת במשקל וגם כמויות של כל מאכל שבחרנו בבעיית האופטימיזציה צריך להגדיר:

- (1) משתני ההחלטה: כמויות האוכל בגרמים מכל סוג שהן ($x_1 \dots x_{20}$)
- (2) הפרמטרים: הערכים התזונתיים ($a_1 \dots a_{11}$)

(3) פונקציות המטרה: מספר הקלוריות הכולל שצריך לאכול שהיא:

$$\begin{aligned} \min: Kal = & 155 \cdot x_1 + 165 \cdot x_2 + 160 \cdot x_3 + 200 \cdot x_4 + 161 \cdot x_5 + 178 \cdot x_6 \\ & x_7 + 53 \cdot x_8 + 336 \cdot x_9 + 349 \cdot x_{10} + 234 \cdot x_{11} + 375 \cdot x_{12} + 108 \cdot x_{13} + 38 \cdot \\ & x_{14} + 15 \cdot x_{15} + 18 \cdot x_{16} + 370 \cdot x_{17} + 0.3 \cdot x_{18} + 32 \cdot x_{19} + 30 \cdot x_{20} \cdot 86 \end{aligned}$$

(4) האילוצים:

לפי המידע שסמנו לעיל התברר שהחלבון, פחמימה ושומן חייבים להים בטווח זה

$$0.1 \cdot K \leq a_1 \leq 0.15 \cdot K$$

$$0.45 \cdot K \leq a_2 \leq 0.65 \cdot K$$

$$0.20 \cdot K \leq a_3 \leq 0.35 \cdot K$$

לגבי המשוואות הבאות, ערך תזונתי בכל מאכל שווה לכמות המאכל בתפריט (x_i כאשר

$$1 \leq x_i \leq 20$$

כפול הערך התזונתי שנמצא במאכל ב 100 גרם חלקי 100

סה"כ ערך תזונתי במאכל מסויים שווה לסכום של ערך תזונתי זה בכל המאכלים.

$$a1 = (12.58 * x1 + 31.02 * x2 + 20 * x3 + 11 * x4 + 2 * x5 + 33 * x6 + x7 + 3.1 * x8 + 6.9 * x9 + 11 * x10 + 11 * x11 + 7 * x12 + 3.32 * x13 + 1.71 * x14 + 0.65 * x15 + 0.88 * x16 + 6 * x17 + 0.67 * x19 + 0.61 * x20)/100$$

$$a2 = (1.12 * x1 + 1.5 * x3 + 5 * x4 + 7.4 * x5 + 0.2 * x6 + 3.5 * x7 + 7.2 * x8 + 78.6 * x9 + 71 * x10 + 37 * x11 + 83.3 * x12 + 25.11 * x13 + 20.01 * x14 + 3.63 * x15 + 3.923 * x16 + 60 * x17 + 10.01 * x18 + 7.68 * x19 + 7.55 * x20)/100$$

$$a3 = (10.61 * x1 + 3.75 * x2 + 6.4 * x3 + 15 * x4 + 15.3 * x5 + 5 * x6 + 2.1 * x7 + 1.5 * x8 + 0.6 * x9 + 1.5 * x10 + 2.6 * x11 + 0.9 * x12 + 1.28 * x13 + 0.1 * x14 + 0.11 * x15 + 0.2 * x16 + 27 * x17 + 0.3 * x19 + 0.15 * x20)/100$$

$$a4 = (0.5 * x4 + 2.1 * x5 + 0.5 * x7 + x8 + 3 * x9 + 1.5 * x10 + 9.1 * x11 + 3 * x12 + 2.7 * x13 + 1.8 * x14 + 0.5 * x15 + 1.2 * x16 + 14 * x17 + 2 * x19 + 0.4 * x20)/100$$

$$a5 = (373 * x1 + 85 * x2 + 107 * x3 + 75 * x4 + 15 * x6 + 7 * x8 + 33 * x10 + x17)/100$$

$$a6 = (124 * x1 + 74 * x2 + x3 * 456 + 750 * x4 + 10 * x5 + 580 * x6 + 40 * x7 + 45 * x8 + 1.8 * x9 + 6 * x10 + 340 * x11 + 375 * x12 + 17 * x13 + 5 * x14 + 2 * x15 + 5 * x16 + 201 * x17 + 5 * x18 + x19 + x20)/100$$

$$a7 = (1.19 * x1 + 1.04 * x2 + 0.77 * x3 + x5 + 0.27 * x6 + 1.1 * x10 + 2.49 * x11 + 6.7 * x12 + 0.61 * x13 + 0.31 * x14 + 0.28 * x15 + 0.27 * x16 + 0.41 * x19 + 0.24 * x20)/100$$

$$a8 = (12 * x1 + 29 * x2 + 0.019 * x3 + 13 * x4 + 39 * x5 + 28.25 * x6 + 8 * x8 + 0.01 * x9 + 18 * x10 + 65.2 * x11 + 14.9 * x12 + 32 * x13 + 20 * x14 + 13 * x15 + 11 * x16 + 13 * x19 + 10 * x20)/100$$

$$a9 = (50 * x1 + 15 * x2 + 11.9 * x3 + 24 * x4 + 11 * x5 + 950 * x6 + 120 * x7 + 16 * x8 + 0.01 * x9 + 46 * x11 + 7.3 * x12 + 2 * x13 + 8 * x14 + 16 * x15 + 10 * x16 + 514 * x17 + 16 * x19 + 7 * x20)/100$$

$$a_{10} = (7.9 * x_5 + 0.6 * x_8 + 6.2 * x_{13} + 7.4 * x_{14} + 2.8 * x_{15} + 12.7 * x_{16} + 58.5 * x_{19} + 8.1 * x_{19})/100$$

$$a_{11} = (x_1 * 1.03 + 0.27 * x_2 + 0.47 * x_3 + 0.04 * x_6 + 1.8 * x_7 + 0.03 * x_8 + 0.4 * x_{12} + 0.09 * x_{13} + 0.01 * x_{14} + 0.03 * x_{15} + 0.04 * x_{16} + 0.29 * x_{19} + 0.05 * x_{20})/100$$

נניח כי צריכת הקלוריות היומיות היא K קלוריות ליום, אזי מהנותנים על צריכת הערכים התזונתיים היומיות הדרושה בגרמים:

$$0.1 * K \leq a1 \leq 0.15 * K$$

$$0.45 * K \leq a_2 \leq 0.65 * K$$

$$0.20 * K \leq a3 \leq 0.35 * K$$

$$a_4 = 31$$

$$a_5 = 200$$

$$a_6 = 1000$$

$$a_7 = 10$$

$$a_8 = 240$$

$$a_9 = 1300$$

$$a_{10} = 45$$

$$a_{11} = 16.4$$

קודם העתקנו את טבלת הנתונים של הערכים התזונתיים ל Excel, לאחר מכן השתמשנו בפונקציה excel שקוראים לה solver על מנת לפתור את בעיית האופטימיזציה, ולשמחתינו מצאנו את פתרון לבעייה שלנו :

Excel Solver interface showing the Solver Parameters dialog box. The target cell is \$M\$23, and the objective is to maximize it. The variable cells are \$N\$3:\$N\$22. The constraints are listed as follows:

- \$B\$23 <= 0.15*\$M\$23/46
- \$B\$23 >= 0.1*\$M\$23/46
- \$C\$23 <= 0.65*\$M\$23/46
- \$C\$23 >= 0.45*\$M\$23/46
- \$D\$23 <= 0.35*\$M\$23/96
- \$D\$23 >= 0.2*\$M\$23/96
- \$E\$23 = 315
- \$F\$23 = 2005
- \$G\$23 = 10005
- \$H\$23 = 106
- \$I\$23 = 2405
- \$J\$23 = 13005

The Solver Options are set to Simplex LP, and the Make Unconstrained Variables Non-Negative checkbox is checked. The Select a Solving Method dropdown is set to Simplex LP. The Select the GRG Nonlinear engine for Solver Problems that are smooth nonlinear. Select the LP Simplex engine for Linear Solver Problems, and select the Evolutionary engine for Solver problems that are non-smooth checkbox is checked.

The Solver Results dialog box is open, showing the Solver Report. The report includes the following data:

Variable	Initial Value	Final Value	Change	Constraint	Constraint Value	Constraint Type
\$M\$23	0	1772.5232	1772.5232			
\$N\$3	0	165	165			
\$N\$4	0	160	160			
\$N\$5	0	200	200			
\$N\$6	0	161	161			
\$N\$7	0	178	178			
\$N\$8	0	155	155			
\$N\$9	0	165	165			
\$N\$10	0	160	160			
\$N\$11	0	200	200			
\$N\$12	0	161	161			
\$N\$13	0	178	178			
\$N\$14	0	155	155			
\$N\$15	0	165	165			
\$N\$16	0	160	160			
\$N\$17	0	200	200			
\$N\$18	0	161	161			
\$N\$19	0	178	178			
\$N\$20	0	155	155			
\$N\$21	0	165	165			
\$N\$22	0	160	160			
\$N\$23	0	200	200			
\$N\$24	0	161	161			
\$N\$25	0	178	178			
\$N\$26	0	155	155			
\$N\$27	0	165	165			
\$N\$28	0	160	160			
\$N\$29	0	200	200			
\$N\$30	0	161	161			
\$N\$31	0	178	178			
\$N\$32	0	155	155			
\$N\$33	0	165	165			
\$N\$34	0	160	160			
\$N\$35	0	200	200			
\$N\$36	0	161	161			
\$N\$37	0	178	178			
\$N\$38	0	155	155			
\$N\$39	0	165	165			
\$N\$40	0	160	160			
\$N\$41	0	200	200			
\$N\$42	0	161	161			
\$N\$43	0	178	178			
\$N\$44	0	155	155			
\$N\$45	0	165	165			
\$N\$46	0	160	160			
\$N\$47	0	200	200			
\$N\$48	0	161	161			
\$N\$49	0	178	178			
\$N\$50	0	155	155			
\$N\$51	0	165	165			
\$N\$52	0	160	160			
\$N\$53	0	200	200			
\$N\$54	0	161	161			
\$N\$55	0	178	178			
\$N\$56	0	155	155			
\$N\$57	0	165	165			
\$N\$58	0	160	160			
\$N\$59	0	200	200			
\$N\$60	0	161	161			
\$N\$61	0	178	178			
\$N\$62	0	155	155			
\$N\$63	0	165	165			
\$N\$64	0	160</				

O	N	M	L	K	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A	
			a11	a10	a9	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1		1
	כמות	קלוריות	ויטמין E	ויטמין C	סידן	מגנזיום	ברזל	נתרן	כולסטרול	סוכרים	שומן	פחמימה	חלבון	סוג מזון	2
	53.5149	155	1.03	0	50	12	1.19	124	373	0	10.61	1.12	12.58	ביצה	3
	0	165	0.27	0	15	29	1.04	74	85	0	3.57	0	31.02	קשה	4
	0	160	0.47	0	11.9	0.019	0.77	456	107	0	6.4	1.5	20	חזה עוף	5
	0	200	0	0	24	13	0	750	75	0.5	15	5	11	בשר עגל	6
	55.2113	161	0	7.9	11	39	1	10	0	2.1	15.3	7.4	2	מקניקיות	7
	0	178	0.04	0	950	28.25	0.27	580	15	0	5	0.2	33	אבוקדו	8
														גבינה	
	818.81	38	1.8	0	120	0	0	40	0	0.5	2.1	3.5	1	חלב	9
	0	53	0.03	0.6	16	8	0	45	7	1	1.5	7.2	3.1	שקדים	10
	0	336	0	0	0.01	0.01	0	1.8	0	3	0.6	78.6	6.9	שוקו	11
	0	349	0	0	0	18	1.1	6	33	3.5	1.5	71	11	אורז	12
														פסטה	
	66.0546	234	0	0	46	65.2	2.49	340	0	9.1	2.6	37	11	לחם שחור	13
														קורנפלקס	
	59.6387	375	0.4	0	7.3	14.9	6.7	375	0	3	0.9	83.3	7	- תלמה	14
	386.086	108	0.09	6.2	2	32	0.61	17	0	2.7	1.28	25.11	3.32	תירס	15
														תפוח	
	0	86	0.01	7.4	8	20	0.31	5	0	1.8	0.1	20.01	1.71	אדמה	16
	208.79	15	0.03	2.8	16	13	0.28	2	0	0.5	0.11	3.63	0.65	מלפפון	17
	85.4713	18	0.54	12.7	10	11	0.27	5	0	1.2	0.2	3.923	0.88	עגבניות	18
	38.9461	370	0	0	514	0	0	201	1	14	27	60	6	שוקולד	19
	0	41	0	0.3	1.94	0.6	0	6	0	0	0	10.1	0	תות בננה	20
	0	32	0.29	58.8	16	13	0.41	1	0	2	0.3	7.68	0.67	תות	21
	0	30	0.05	8.1	7	10	0.24	1	0	0.4	0.15	7.55	0.61	אבטיח	22
	1772.5232	1468.9757	16.4	45	1300	240	10	1000	200	31	49.4324	238.70855	44.729316	סוכר	23
															24
			16.4	45	1300	240	10	1000	200	31	293.7951	661.0391	146.8976	ענף תחתון	25
			16.4	45	1300	240	10	1000	200	31	514.1415	954.8342	220.3464	ענף עליון	26
															27
															28

הצלחנו למצוא פתרון מדויק עבור האילוצים לעיל , כמות הקלוריות היומית של הילד היא 1468 . כמויות האוכל שקיבלנו מכל סוג נמצאת בעמודה האחרונה . אבל יש כל מני בעיות בפתרון זה :

כמויות האוכל שקיבלנו לא הגיונית למשל קיבלנו שממוצע החלב ביום הוא 818 מ"ל שזה שווה כמעט ל 4 כוסות חלב ביום שיחסית כמות זו היא גדולה מדי , ומצד שני קיבלנו הרבה אפסים שזה מוריד לילד כל מני סוגים של אוכל , ואז לא יהיה מגוון רחב של אוכל ביום . דבר זה מוריד מרמת היעילות של תפריט האוכל של הילד .

ולכן רוצים לשים טווח מספרים על הערכים התזונתיים שהם הפרמטרים a_1, \dots, a_4 כלומר, לשנות את הערכים המדויקים לטווחים קרובים לערכים אלה . דבר זה עשוי לשפר לנו את הפתרון :
האילוצים החדשים שלנו כעת הם :

$$0.1 * K \leq a_1 \leq 0.15 * K$$

$$0.45 * K \leq a_2 \leq 0.65 * K$$

$$0.20 * K \leq a_3 \leq 0.35 * K$$

$$18 \leq a_4 \leq 45$$

$$170 \leq a_5 \leq 215$$

$$980 \leq a_6 \leq 1010$$

$$6 \leq a_7 \leq 12$$

$$215 \leq a_8 \leq 245$$

$$1280 \leq a_9 \leq 1308$$

$$36 \leq a_{10} \leq 52$$

$$13 \leq a_{11} \leq 20$$

פתרון בעיית האופטימיזציה המשופרת ב excel :

		a11	a10	a9	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1		1	
	סוג מזון	חלבון	פחמימה	שומן	סיבים תזונתיים	כולסטרול	נתרן	ברזל	מגנזיום	סידן	ויטמין C	ויטמין E	קלוריות	כמות	2
20		12.58	1.12	10.61	0	373	124	1.19	12	50	0	1.03	155		3
30		31.02	0	3.57	0	85	74	1.04	29	15	0	0.27	165		4
32		20	1.5	6.4	0	107	456	0.77	0.019	11.9	0	0.47	160		5
25.6098		11	5	15	0.5	75	750	0	13	24	0	0	200		6
50		2	7.4	15.3	2.1	0	10	1	39	11	7.9	0	161		7
2		33	0.2	5	0	15	580	0.27	28.25	950	0	0.04	178		8
	חלב														
200		1	3.5	2.1	0.5	0	40	0	0	120	0	1.8	38		9
50		3.1	7.2	1.5	1	7	45	0	8	16	0.6	0.03	53		10
30		6.9	78.6	0.6	3	0	1.8	0	0	0.01	0	0	336		11
35		11	71	1.5	3.5	33	6	1.1	18	0	0	0	349		12
	לחם שחור														
45		11	37	2.6	9.1	0	340	2.49	65.2	46	0	0	234		13
	קורנפלקס														
73		7	83.3	0.9	3	0	375	6.7	14.9	7.3	0	0.4	375		14
45		3.32	25.11	1.28	2.7	0	17	0.61	32	2	6.2	0.09	108		15
	תפוח														
97.3328		1.71	20.01	0.1	1.8	0	5	0.31	20	8	7.4	0.01	86		16
50		0.65	3.63	0.11	0.5	0	2	0.28	13	16	2.8	0.03	15		17
30		0.88	3.923	0.2	1.2	0	5	0.27	11	10	12.7	0.54	18		18
25		6	60	27	14	1	201	0	0	514	0	0	370		19
120		0	10.1	0	0	0	6	0	0.6	1.94	0.3	0	41		20
25		0.67	7.68	0.3	2	0	1	0.41	13	16	58.8	0.29	32		21
30		0.61	7.55	0.15	0.4	0	1	0.24	10	7	8.1	0.05	30		22
1014.9425	סה"כ	47.826963	207.25017	31.972796	18.785039	169.14732	1006.4998	8.6700316	135.6569	479.60096	36.942625	4.6599333	1275.3857	1014.9425	23
															24
	ענך תחתון	127.5386	573.9236	255.0771	18	170	980	6	215	1280	36	13			25
	ענך עליון	191.3079	829.0007	446.385	45	215	1010	12	245	1308	52	20			26
															27

בחרנו להוריד את האילוצים על תוספי התזונה בפונקציית solver להשאיר רק את אילוצים על השומן, פחמימה וחלבון כי מספר הקלוריות תלוי בשלולשת הרכיבים האלה, ולשים אילוצים על כמויות האוכל כדי לספק לילד מגוון רחב של אוכל. כפי שראויים בטבלה (בשורה הצהובה), כל האילוצים התקיימו בבעיית האופטימיזציה חוץ מ 3 ערכים תזונתיים שהם : מגנזיום, סידן ו ויטמין E. שערכים אלה ניתן להשלים אותם באמצעות תוספי תזונה.

קיבלנו פתרון חדש לבעיית האופטימיזציה, מספר הקלוריות החדש הוא 1275 שזה פחות מהפתרון הקודם ששווה ל 1468.9

ברור כי פתרון זה יותר טוב מהקודם מכיוון שהוא עונה על כל האילוצים (חוץ מאלה שרוצים להשלים אותם באמצעות תוספי תזונה), ובנוסף כמויות האוכל בתפריט החדש הן הגיוניות וסבירות לילד, וגם יש מגוון רחב יותר של מאכלים מהתפריט הקודם.

מexcel רואים כי רוב האילוצים מתקיימים. יש לשים בתוכנית האוכל של הילד תוספי התזונה : מגנזיום, סידן, ויטמין E.

בעת נבנה תוכנית אוכל לשבוע לפי הכמויות שקיבלנו מ-excel שהן:

סוג אוכל	כמות אוכל	קלוריות
ביצה קשה	$20 \text{ גרם} * 7 = 140$	$140 * 155 / 100 = 217$
חזה עוף	$30 \text{ גרם} * 7 = 210$	$210 * 165 / 100 = 346.5$
בשר עגל	$32 \text{ גרם} * 7 = 224$	$224 * 160 / 100 = 358.4$
נקניקיות	$25.6 \text{ גרם} * 7 = 179.2$	$179.2 * 200 / 100 = 358.4$
אבוקדו	$50 \text{ גרם} * 7 = 350$	$350 * 161 / 100 = 563.5$
חלב שקדים	$200 \text{ מל} * 7 = 1400$	$1400 * 38 / 100 = 532$
שוקו	$50 \text{ מל} * 7 = 350$	$350 * 53 / 100 = 185.5$
לחם שחור	$45 \text{ גרם} * 7 = 315$	$315 * 234 / 100 = 737.1$
אבטיח	$30 \text{ גרם} * 7 = 210$	$210 * 30 / 100 = 63$
תירס	$45 \text{ גרם} * 7 = 315$	$315 * 108 / 100 = 340.2$
תפוח אדמה	$97.3 \text{ גרם} * 7 = 681.1$	$681.1 * 86 / 100 = 585.7$
שוקולד	$25 \text{ גרם} * 7 = 175$	$175 * 370 / 100 = 647.5$
מלפפון	$50 \text{ גרם} * 7 = 350$	$350 * 15 / 100 = 52.5$
עגבניות	$30 \text{ גרם} * 7 = 210$	$210 * 18 / 100 = 37.8$
תות בננה	$120 \text{ מ"ל} * 7 = 840$	$840 * 41 / 100 = 344.4$
תות	$25 \text{ גרם} * 7 = 625$	$625 * 32 / 100 = 200$
גבינה	$2 \text{ גרם} * 7 = 14$	$14 * 178 / 100 = 24.9$
קורנפלקס תלמה	$73 \text{ גרם} * 7 = 511$	$511 * 375 / 100 = 1916.2$
אורז	$30 \text{ גרם} * 7 = 210$	$210 * 336 / 100 = 705.6$
פסטה	$35 \text{ גרם} * 7 = 245$	$245 * 349 / 100 = 855$

עבור תפריט האוכל לעיל, דן יורד למשקל 40 תוך 75 שבועות ללא פעילות גופנית במידה ודן עושה בין 1-3 פעילויות בשבוע, הוא יורד למשקל שרוצה תוך 40 שבועות .

יש לתת לדן לאכול 100 מ"ג מגניזיום , 800 מ"ג סידן , 10 מ"ג ויטמין E ביום.

קישור ל-execl :

<https://docs.google.com/spreadsheets/d/18jv3kF-L6YDf0gt320rhAYomdqahON7AtUq-Xc8rJjQ/edit#gid=783175158>

דוגמה לתוכנית אוכל ליום:

ארוחת בוקר:

1 ביצה קשה 70 גרם, 107 קלוריות
50 גרם אבוקדו, 51.2 קלוריות
1 פרוסות לחם שחור 30 גרם, 70.2 קלוריות
1 מלפפון בינוני 25 גרם, 3.75 קלוריות
1 כוס חלב שקדים, 220 מל, 76 קלוריות

ארוחת ביניים:

25 גרם שוקולד, 92.5 קלוריות
1 כוס תות בננה, 220 מל, 90.2 קלוריות

ארוחת צהריים:

100 גרם חזה עוף, 165 קלוריות
100 גרם אורז, 336 קלוריות
60 גרם תירס, 64.8 קלוריות

ארוחת ביניים:

50 גרם אבטיח, 15 קלוריות
3 יחידות תות, 25 גרם, 8 קלוריות

ארוחת ערב:

1 פרוסות לחם שחור 30 גרם, 70.2 קלוריות
1 יחידת נקניק 33 גרם, 66 קלוריות
70 גרם תפוח אדמה, 60.2 קלוריות

סה"כ קלוריות: 1,275

חלק 4 - מסקנות:

במהלך העבודה שלנו, פיתחנו מודל מתמטי אשר מוצא את כמות הקלוריות המינימלית של ילד כך שבאמצעותה ישמור על המינרלים והויטמינים שגופו צריך ומצד שני ירד במשקל שהוא רוצה. ולכן רשמנו את האילוצים שמייצגים את הערכים התזונתיים של הילד בצורה מתמטית והפכנו את בעיית המודל לבעיה באופטימיזציה. בניסוי הראשון השתמשנו בתוכנת excel למציאת הפתרון הטוב ביותר לבעיית האופטימיזציה של המודל כאשר האילוצים היו הערכים התזונתיים. בניסוי השני שמנו טווח לכל ערך תזונתי, האילוצים היו על חלק מהערכים התזונתיים ועל כמויות האוכל, ובנוסף דאגנו שרוב הערכים האילוצים יהיו בטווח שהגדרנו.

לאחר שמצאנו את כמות הקלוריות הדרושה לילד ביום, עשינו שתי תוכניות אוכל גמישות, כלומר, מצד אחד הוא יסתדר איתה כקטין ומצד שני תעזור לו להפחית את משקלו. כמסקנה מהתוכניות מצאנו כי ככל שהוא יגביר את מספר הפעילויות הגופניות שעושה בשבוע, יקח לו פחות זמן כדי להשיג את המטרה שלו. על מנת לשמור על משקלו של הילד לאחר תקופת הדיאטה, מומלץ להכניס לגופו מספר קלוריות של אוכל ששווה למספר הקלוריות שמוציא ביום. לחקירה עתידית אפשר למצוא קשר בין כמות הפעילות הגופנית בשבוע לבין קצב הירידה במשקל, השפעת מחלה (למשל סוכרת או מחלה כרונית) על קצב הירידה / עלייה במשקל.

- (1) <https://www.altman.co.il/article/children/multi-vitamins/childern-obesity/>
- (2) https://fs.knesset.gov.il/globaldocs/MMM/684bbcd7-49a5-ed11-8157-005056aa4246/2_684bbcd7-49a5-ed11-8157-005056aa4246_11_19991.pdf
- (3) <https://nody.co.il/%D7%9B%D7%9E%D7%94-%D7%A9%D7%95%D7%9E%D7%9F-%D7%A6%D7%A8%D7%99%D7%9A-%D7%9C%D7%90%D7%9B%D7%95%D7%9C-%D7%91%D7%99%D7%95%D7%9D/>
- (4) <https://drkids.co.il/%D7%AA%D7%96%D7%95%D7%A0%D7%AA-%D7%AA%D7%99%D7%A0%D7%95%D7%A7%D7%95%D7%AA/%D7%97%D7%9C%D7%91%D7%95%D7%9F/>
- (5) <https://nody.co.il/%D7%9B%D7%9E%D7%94-%D7%A4%D7%97%D7%9E%D7%99%D7%9E%D7%95%D7%AA-%D7%A6%D7%A8%D7%99%D7%9A-%D7%9C%D7%90%D7%9B%D7%95%D7%9C-%D7%91%D7%99%D7%95%D7%9D/>
- (6) <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/8463900/>
- (7) <https://www.israelbody.org/articles/resting-metabolic-rate>
- (8) <https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/528122/#:~:text=The%20population%20was%20divided%20into,for%20the%20normal%2Dweight%20group.>
- (9) <https://www.camoni.co.il/%D7%A0%D7%AA%D7%A8%D7%9F--%D7%9E%D7%9C%D7%97--%E2%80%93%D7%9E%D7%94-%D7%A9%D7%A6%D7%A8%D7%99%D7%9A-%D7%9C%D7%93%D7%A2%D7%AA>
- (10) https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%AA%D7%9B%D7%A0%D7%95%D7%9F_%D7%9C%D7%99%D7%A0%D7%99%D7%90%D7%A8%D7%99