Universidad Corporativa Coppel | Programas Académicos

Ingeniería en Desarrollo de Software

Actividad | 2 | Método de Secante y Newton

Métodos Numéricos

Ingeniería en Desarrollo de Software

academiaglobal

TUTOR: Miguel Ángel Rodríguez Vega

ALUMNO: Sarahi Jaqueline Gómez Juárez. sara_2mil@outlook.com

FECHA: sábado, 29, junio de 2024

Índice

Introducción

Este proyecto se enfoca en la implementación y análisis de los métodos numéricos, como el método de Secante y el método de Newton-Raphson aplicados en RStudio, se han convertido en herramientas esenciales para encontrar soluciones aproximadas a estas ecuaciones, aplicándolos a problemas específicos y comparando su eficiencia y precisión.

En el ámbito de la ingeniería y las ciencias aplicadas, a menudo enfrentamos ecuaciones no lineales que no pueden resolverse analíticamente mediante métodos algebraicos tradicionales, este proyecto desarrollara algoritmos en R, para implementar ambos métodos, evaluar su desempeño en términos de rapidez y precisión, y proporcionar una comparación detallada de sus ventajas y limitaciones, a través de este análisis, brindara una comprensión profunda de estos métodos numéricos, asimismo desarrollarán habilidades prácticas en programación y análisis de datos utilizando RStudio, y se interpretaran y visualizar los resultados obtenidos.

El método de Secante es una técnica iterativa que utiliza dos aproximaciones iniciales y no requiere el cálculo explícito de la derivada de la función, lo que lo hace especialmente útil para funciones complicadas o donde la derivada no está fácilmente disponible, por otro lado, el método de Newton-Raphson, conocido por su rápida convergencia, requiere una buena estimación inicial y el cálculo de la derivada de la función, este método es particularmente eficaz en problemas donde se puede obtener la derivada de manera sencilla.

Los métodos numéricos son técnicas que utilizan algoritmos y operaciones aritméticas simples para resolver problemas matemáticos complejos de forma aproximada, estos métodos son esenciales en campos en diversos campos, donde a menudo se enfrentan ecuaciones y sistemas que no pueden resolverse analíticamente, también se conocen como métodos indirectos porque, en lugar de encontrar soluciones exactas, proporcionan aproximaciones que son suficientemente precisas para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

El principal objetivo del análisis numérico es desarrollar y aplicar algoritmos que puedan encontrar soluciones aproximadas a problemas matemáticos complejos de manera eficiente y precisa.

Además, Identificaremos la importancia de la adquisición de este conocimiento dentro de nuestra vida cotidiana o laboral.

"El cálculo numérico es el arte de hacer cosas con números." - Richard W. Hamming

Descripción

El proyecto se centra en la implementación y análisis de los métodos de Secante y Newton-Raphson, dos técnicas numéricas fundamentales para resolver ecuaciones no lineales, a través de este proyecto, se aplicarán estos métodos a problemas específicos que se encuentran detallados en la sección titulada "contextualización", compararán su eficiencia y precisión, y desarrollarán habilidades prácticas en el uso de herramientas computacionales como RStudio, al desarrollar algoritmos en R para resolver ecuaciones no lineales utilizando los métodos de Secante y Newton-Raphson

El proyecto incluye la comparación de ambos métodos en términos de velocidad de convergencia, precisión y facilidad de implementación, lo que proporciona una perspectiva crítica y analítica valiosa, la experiencia adquirida en este proyecto servirá como base para enfrentar desafíos más avanzados y proyectos de investigación en el futuro, al evaluar la rapidez y precisión de la convergencia de cada método en diferentes escenarios, realizar una comparación detallada de las ventajas y limitaciones de ambos métodos, así mismo se utilizara RStudio para graficar y visualizar los resultados obtenidos, facilitando una mejor comprensión de los procesos numéricos involucrados.

El **Método de Secante**, define las conjeturas iniciales y la tolerancia, implementa el algoritmo iterativo basado en las conjeturas iniciales y permite graficar la función y las aproximaciones, a continuación se muestra en la figura 1 la formula de este método:

Figura 1

La fórmula iterativa es del Método de Secante

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

El **Método de Newton-Raphson** definir el valor inicial y la tolerancia, calcula la derivada de la función, implementa el algoritmo iterativo utilizando la derivada, ayuda a graficar la función, la derivada y las aproximaciones, a continuación se muestra en la figura 2 la fórmula de este método:

Figura 2

La fórmula iterativa es del Método de Newton-Raphson:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

Ambos métodos ejecutan los métodos iterativos, registrando el número de iteraciones necesarias para alcanzar la tolerancia deseada y analizar la precisión de las soluciones.

Además, este proyecto no solo se limita a la matemática pura, sino que también integra aspectos de programación, análisis de datos y visualización, proporcionando una formación integral y multidisciplinaria.

Los **algoritmos** en R que implementen correctamente los métodos de Secante y Newton-Raphson, los gráficos y tablas que muestren la rapidez y precisión de cada método, brindando un informe que detalle las observaciones, análisis y conclusiones sobre la efectividad de cada método, estos ilustran las aproximaciones iterativas y la convergencia hacia las soluciones.

"El cálculo numérico es el arte de hacer cosas con números." - Richard W. Hamming

Justificación:

El objetivo de este proyecto es contar con herramientas y métodos que permitan resolver problemas matemáticos complejos de manera eficiente, los métodos numéricos, como el método de Secante y el método de Newton-Raphson, son técnicas cruciales para encontrar soluciones aproximadas a ecuaciones no lineales, que a menudo no pueden resolverse analíticamente.

El **Método de Secante** no requiere el cálculo de la derivada, a diferencia del método de Newton-Raphson, el método de Secante no necesita la derivada de la función, lo que lo hace más accesible para funciones complejas o cuando la derivada no está fácilmente disponible, es un método iterativo sencillo que utiliza dos puntos iniciales para aproximar la solución, lo cual puede ser ventajoso en situaciones donde obtener una buena estimación inicial de la derivada es difícil, la desventaja de este es que puede no converger si los puntos iniciales no están suficientemente cerca de la raíz y la convergencia no es tan rápida como la del método de Newton-Raphson (que tiene convergencia cuadrática) cuando está cerca de la raíz.

Por su parte el método de **Newton-Raphson,** generalmente converge más rápido que el método de Secante si se tiene una buena estimación inicial y la derivada de la función, es especialmente útil en problemas de optimización y diseño donde se puede calcular la derivada de una función de costo o rendimiento, al utilizar la derivada, este método puede proporcionar soluciones con mayor precisión en menos iteraciones, lo que es crucial en aplicaciones donde el tiempo y los recursos son limitados.

Un **método numérico** es una técnica matemática utilizada para encontrar soluciones aproximadas a problemas que pueden ser difíciles o imposibles de resolver analíticamente, estos métodos son especialmente útiles en ciencias e ingeniería, donde los problemas a menudo son complejos y requieren soluciones precisas.

Estos métodos son implementados en algoritmos computacionales y permiten resolver problemas que serían imposibles de manejar con métodos puramente analíticos debido a su complejidad, por lo que en esta ocasión se ha seleccionado **RStudio** por que ofrece numerosas ventajas que lo convierten en una herramienta popular para los estadísticos, analistas de datos y científicos de datos que utilizan el lenguaje de programación R, RStudio es una herramienta poderosa y versátil que mejora significativamente la eficiencia y productividad de los usuarios de R, su interfaz intuitiva, la capacidad de gestionar proyectos, y las herramientas avanzadas de visualización y creación de documentos lo convierten en una excelente elección.

Analizar los resultados de las iteraciones y entender las razones detrás del éxito o fracaso de las aproximaciones promueve el pensamiento crítico y la resolución de problemas, familiarizarse con herramientas como RStudio no solo es beneficioso para este proyecto, sino que también nos prepara para usar tecnologías similares, ya que muchas industrias requieren conocimientos en métodos numéricos y habilidades en programación y análisis de datos.

Al entender y aplicar métodos numéricos, se permite desarrollar soluciones innovadoras para problemas complejos, lo que es altamente valorado en cualquier campo como dijo Michael T. Heath: "Los métodos numéricos son técnicas mediante las cuales problemas matemáticos son formulados de tal manera que pueden ser resueltos con operaciones aritméticas, generalmente con ayuda de un computador."

Desarrollo:

Contextualización: Los métodos numéricos son aplicaciones de algoritmos mediante las cuales es posible formular y solucionar problemas matemáticos utilizando operaciones aritméticas menos complejas, también se conocen como métodos indirectos.

Un análisis numérico idealiza y concibe métodos para aprobar, de forma eficiente, las soluciones de problemas expresados matemáticamente.

El objetivo principal del análisis numérico es encontrar soluciones aproximadas para problemas complejos.

Actividad:

- Ejecutar el archivo con el Lenguaje R.
- Resolver la ecuación por el método de Secante: $f(\theta) = \sin(\theta) + \cos(1 - \theta 2) - 1$
- Resolver la ecuación por el método de Newton-Raphson: $f(x) = 2x 3 - 8x 2 + 10x - 15$
- Analizar e interpretar los resultados.

Ecuación por el método de Secante

A continuación se resolverá la ecuación $f(\theta) = \sin(\theta) + \cos(1 - \theta 2) - 1$ con el método de la Secante, este procedimiento se describirá paso a paso en las siguientes figuras, con cada línea de código acompañada de su respectiva explicación, así mismo estas figuras tendrán las siguientes características:

El área de trabajo, marcada por un rectángulo con líneas punteadas azules, corresponde al Editor de Scripts.

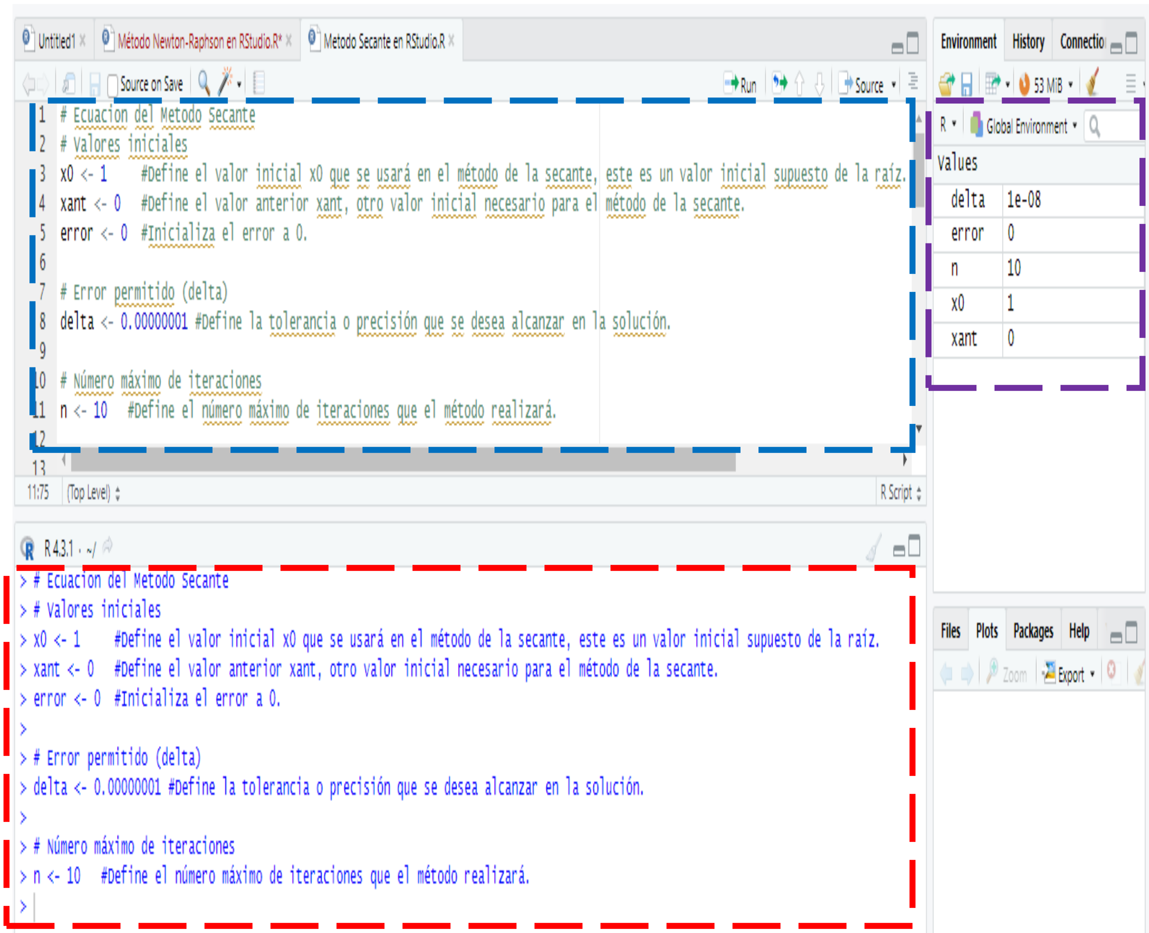
Al ejecutar el archivo, los resultados se visualizarán en la Consola, indicada por un rectángulo con líneas punteadas rojas.

Así mismo, muestra los objetos y variables de la sesión actual de R, así como un historial de los comandos ejecutados en el Panel de Entorno/Historial señalado por un rectángulo con líneas punteadas moradas.

Además, estos resultados se reflejarán en el Visor de Archivos/Gráficos/Paquetes/Ayuda, señalado por un rectángulo con líneas punteadas negras:

Figura 3

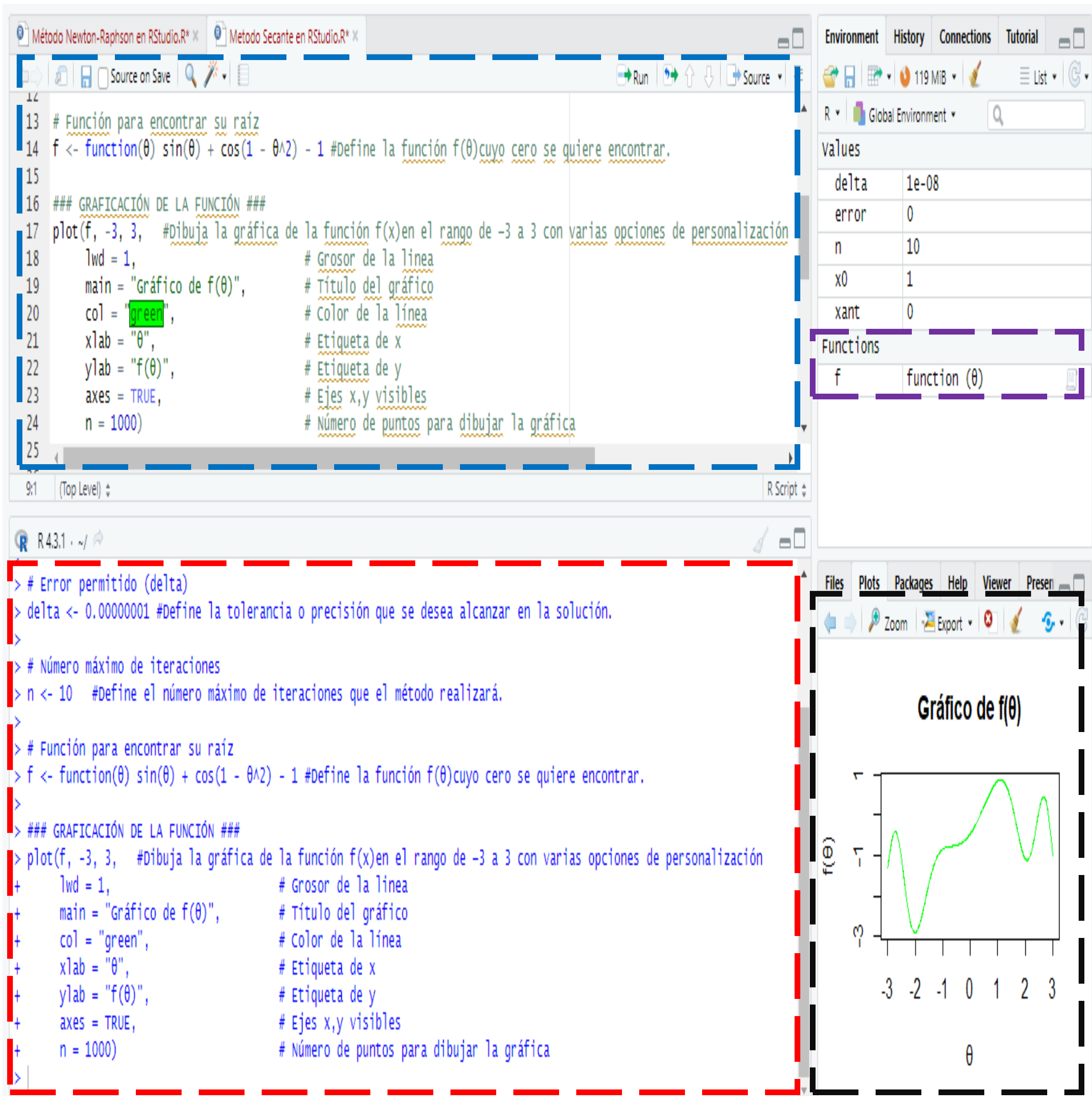
Paso 1: Inicialización de Variables



Nota: Creación propia.

Figura 4

Paso 2: Definición de la Función y su Gráfica



Nota: Creación propia.

Figura 5

Paso 3: Ciclo de Iteraciones y Resultados

Nota: Creación propia.

Ecuación por el método de Newton-Raphson

A continuación se resolverá la ecuación: $f(x)$ = 2x 3 − 8x 2 + 10x – 15 con el método de la Newton-Raphson, este procedimiento se describirá paso a paso en las siguientes figuras, con cada línea de código acompañada de su respectiva explicación, así mismo estas figuras tendrán las siguientes características:

El área de trabajo, marcada por un rectángulo con líneas punteadas azules, corresponde al

Editor de Scripts.

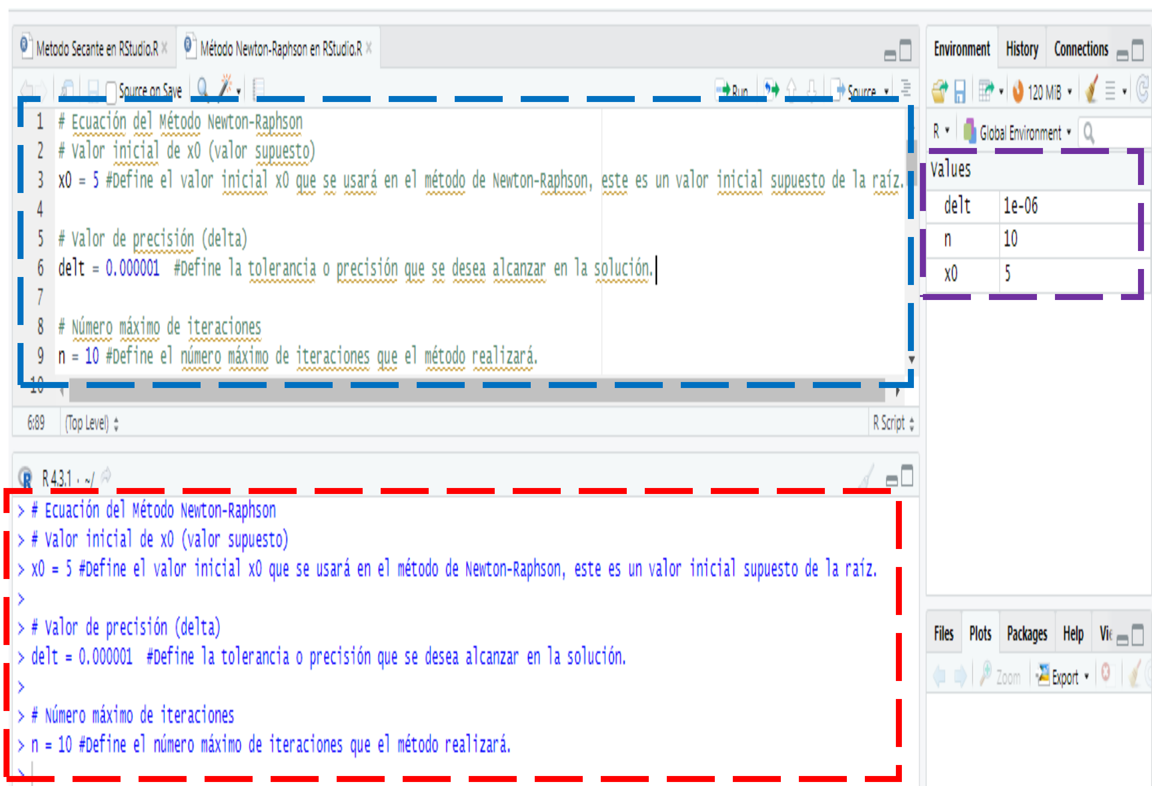
Al ejecutar el archivo, los resultados se visualizarán en la Consola, indicada por un rectángulo con líneas punteadas rojas.

Así mismo, muestra los objetos y variables de la sesión actual de R, así como un historial de los comandos ejecutados en el Panel de Entorno/Historial señalado por un rectángulo con líneas punteadas moradas.

Además, estos resultados se reflejarán en el Visor de Archivos/Gráficos/Paquetes/Ayuda, señalado por un rectángulo con líneas punteadas negras:

Figura 6

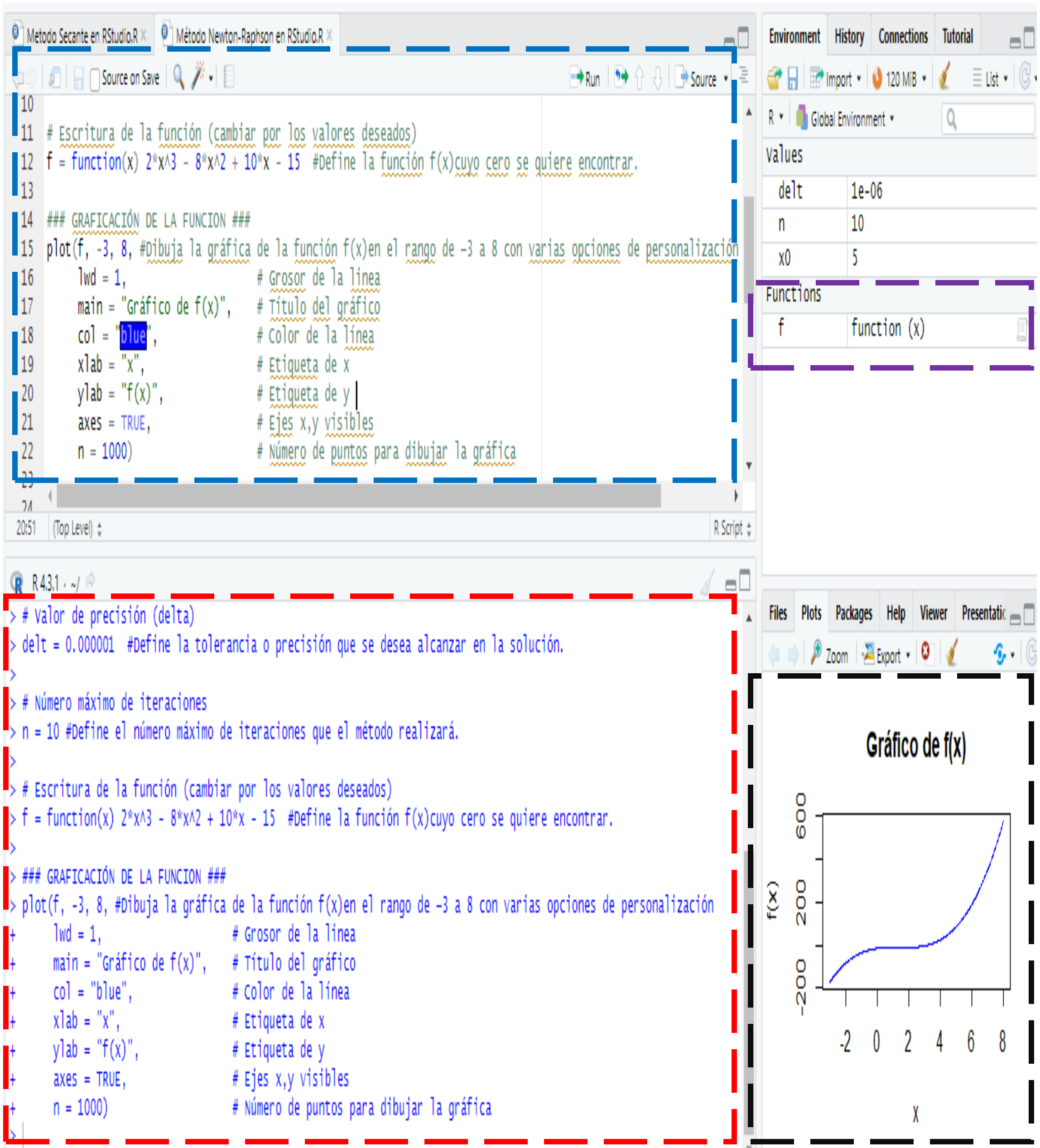
Paso 1: Inicialización de Variables:



Nota: Creación propia.

Figura 7

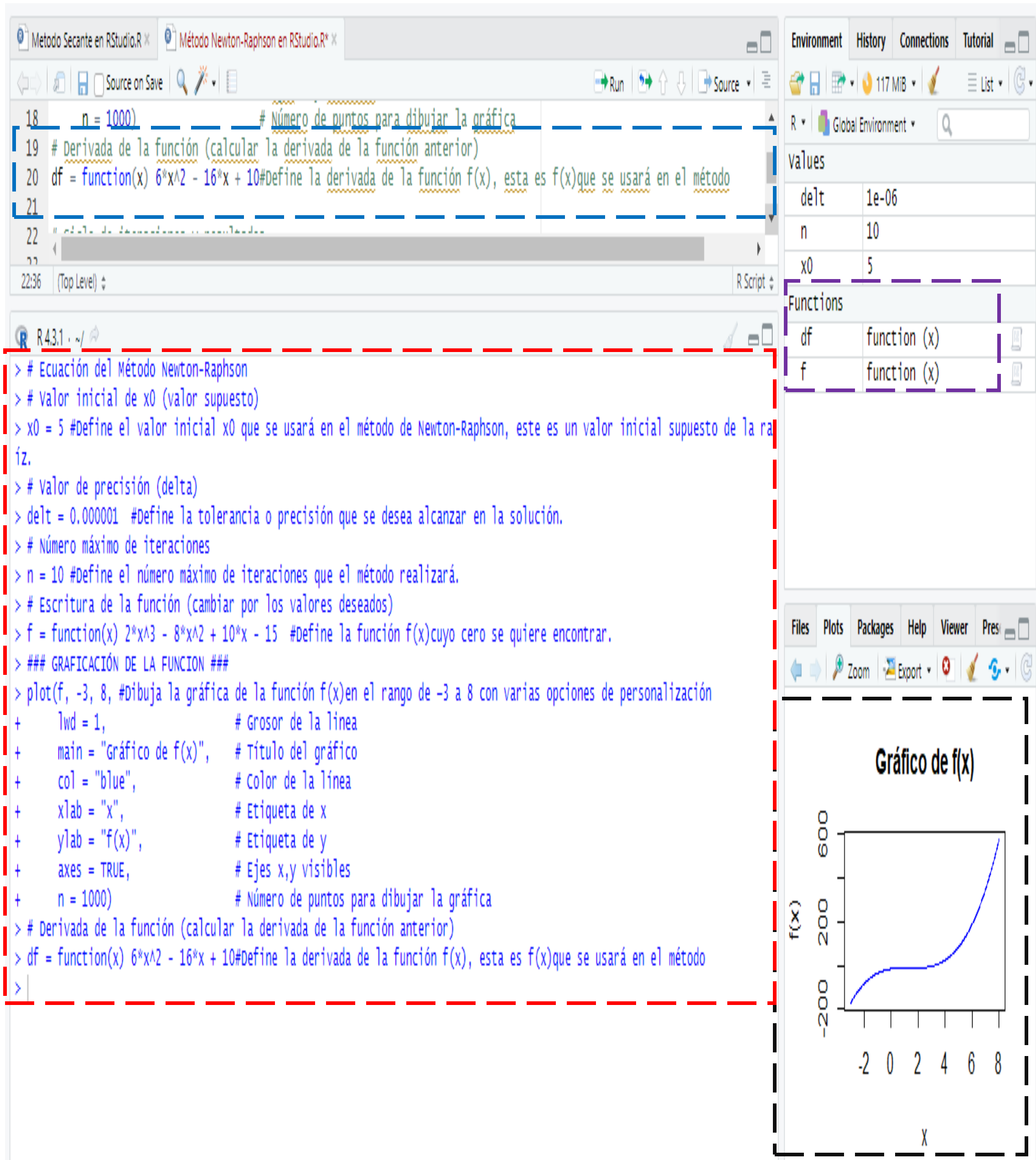
Paso 2: Definición de la Función y su Gráfica:



Nota: Creación propia.

Figura 8

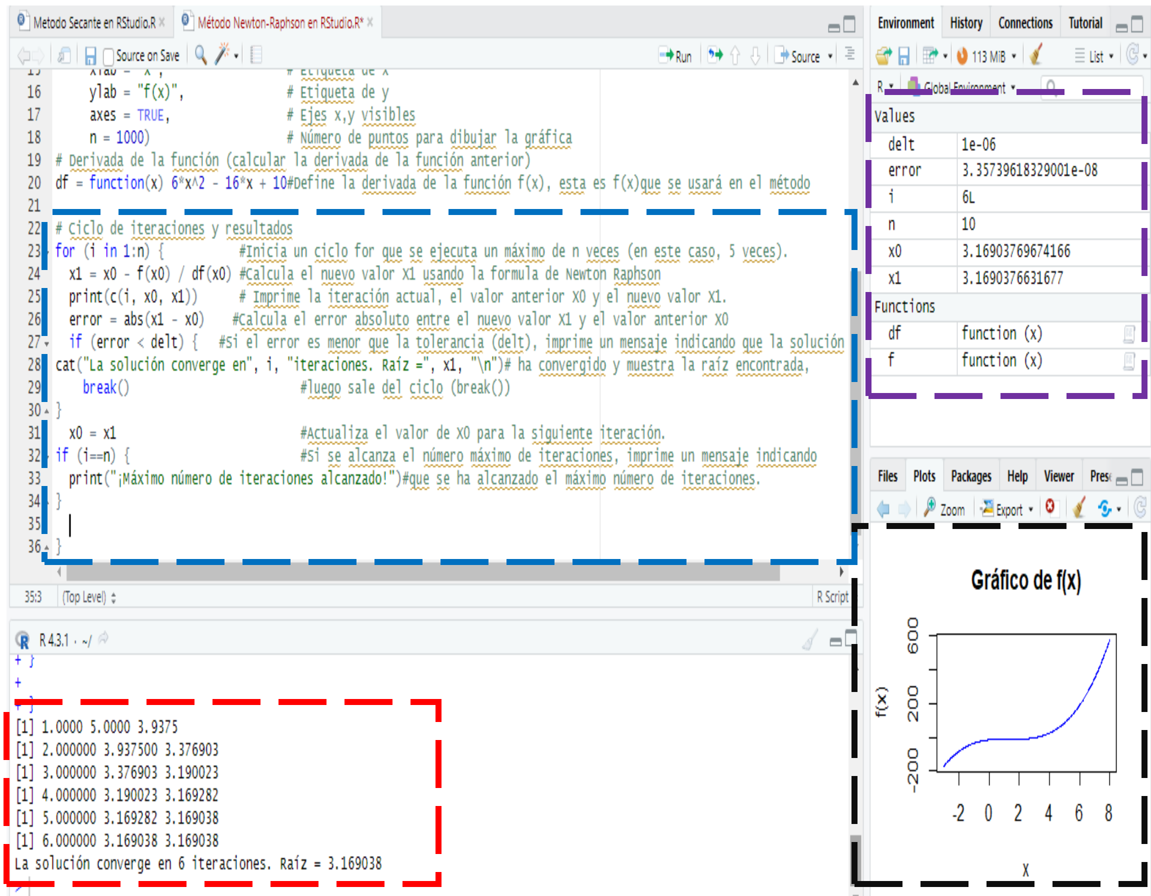
Paso 3: Derivada de la Función



Nota: Creación propia.

Figura 9

Paso 4: Ciclo de Iteraciones y Resultados



Nota: Creación propia.

Interpretación de resultados

A continuación, se interpretarán las resoluciones de las dos ecuaciones, cada una utilizando su respectivo método, en las siguientes figuras estas tendrán las características:

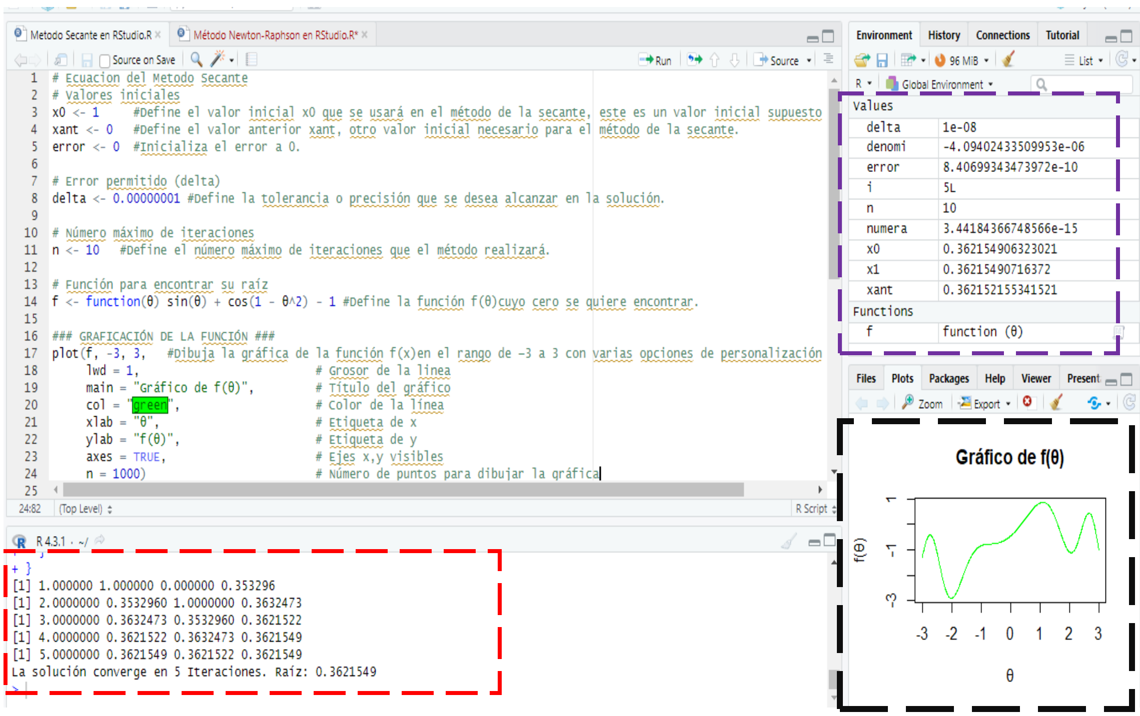
Al ejecutar el archivo, los resultados se visualizarán en la Consola, indicada por un rectángulo con líneas punteadas rojas.

Los objetos y variables de la sesión actual de R, así como el historial de los comandos ejecutados, se mostrarán en el Panel de Entorno/Historial, señalado por un rectángulo con líneas punteadas moradas.

Además, estos resultados se reflejarán en el Visor de Archivos/Gráficos/Paquetes/Ayuda, señalado por un rectángulo con líneas punteadas negras:

Figura 10

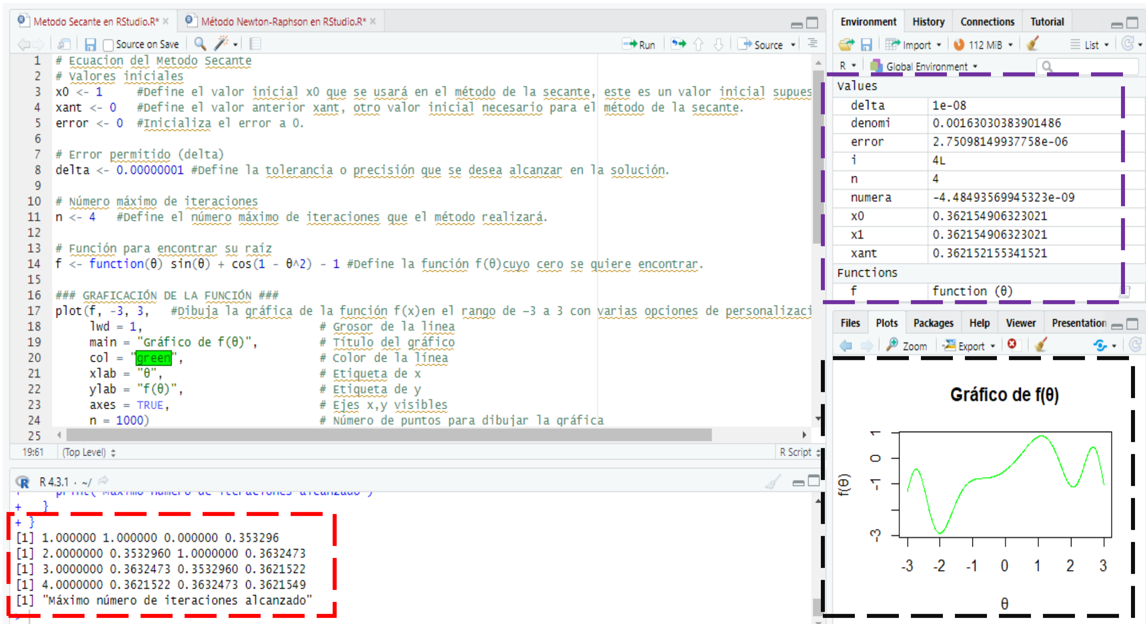
Interpretación de la Respuesta 1 de la ecuación $f(\theta) = \sin(\theta) + \cos(1-\theta 2) - 1$ con el método de la Secante:



Nota: Este código implementa el método de la secante para encontrar una raíz de la función, graficando la función y ejecutando iteraciones hasta que se alcance la precisión deseada o el número máximo de iteraciones como se muestra en la figura 11, en este caso los resultados muestran que el método de la secante fue efectivo y encontró una raíz de la función en 5 iteraciones, con una precisión suficiente según la tolerancia especificada. Creación propia.

Figura 11

Interpretación de la Respuesta 2 de la ecuación $f(\theta) = \sin(\theta) + \cos(1 - \theta^2) - 1$ con el método de la Secante:



Nota: Iteración 1 a 4: En cada iteración, los valores $x0$ y $x$ant se actualizan, y se calcula un nuevo valor x 1; Error: Aunque los valores se aproximan, el error no llegó a ser menor que la tolerancia deseada (δ).

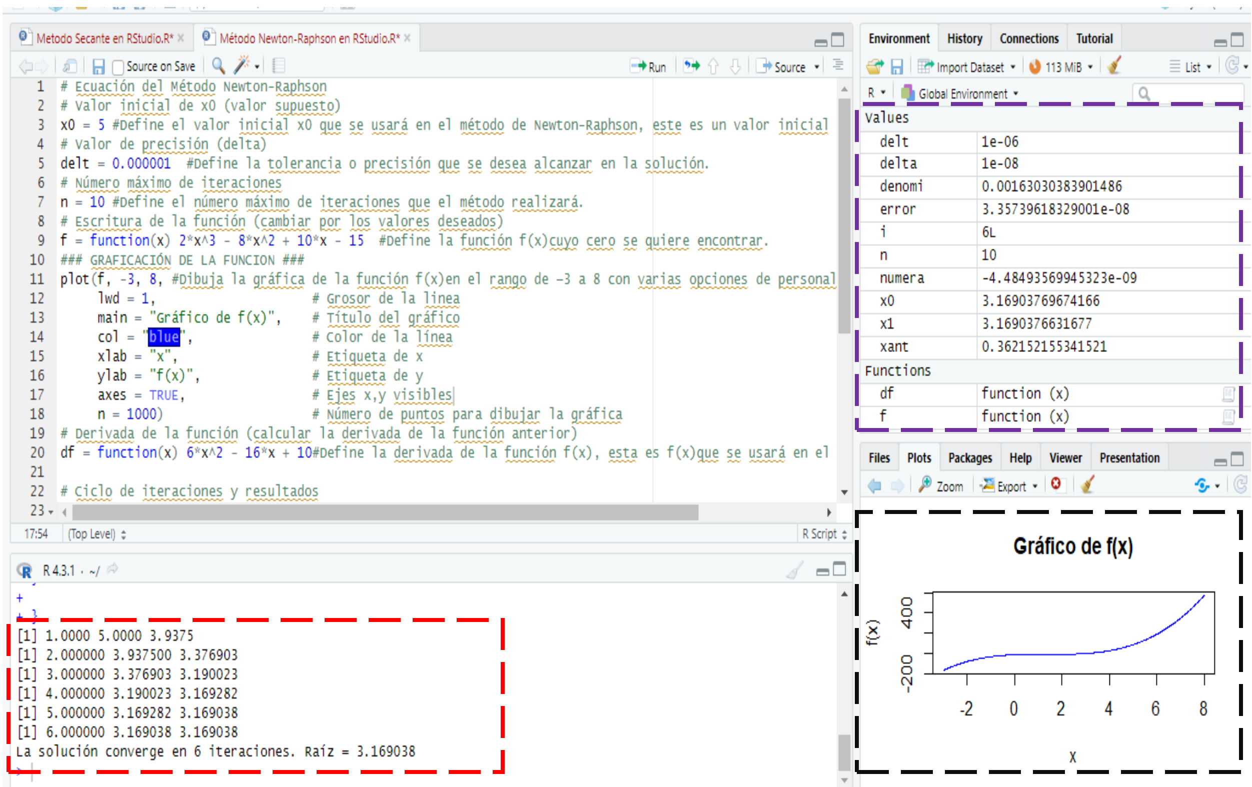
Máximo Número de Iteraciones Alcanzado: Se indica que se ha alcanzado el número máximo de iteraciones sin haber logrado converger a una solución con la precisión deseada.

En resumen, los resultados muestran que, aunque el método de la secante se aproxima a una solución, no se pudo confirmar la convergencia dentro de las iteraciones permitidas, para mejorar la precisión, se podría intentar con más iteraciones o ajustar los valores iniciales.

El método de la secante ha encontrado una solución con precisión adecuada en este caso, demostrando que puede ser una opción efectiva para encontrar raíces cuando se eligen adecuadamente los valores iniciales. Creación propia.

Figura 12

Interpretación de la Respuesta 1 de la ecuación $f(x) = 2x3 - 8x2 + 10x - 15$ con el método de Newton-Raphson



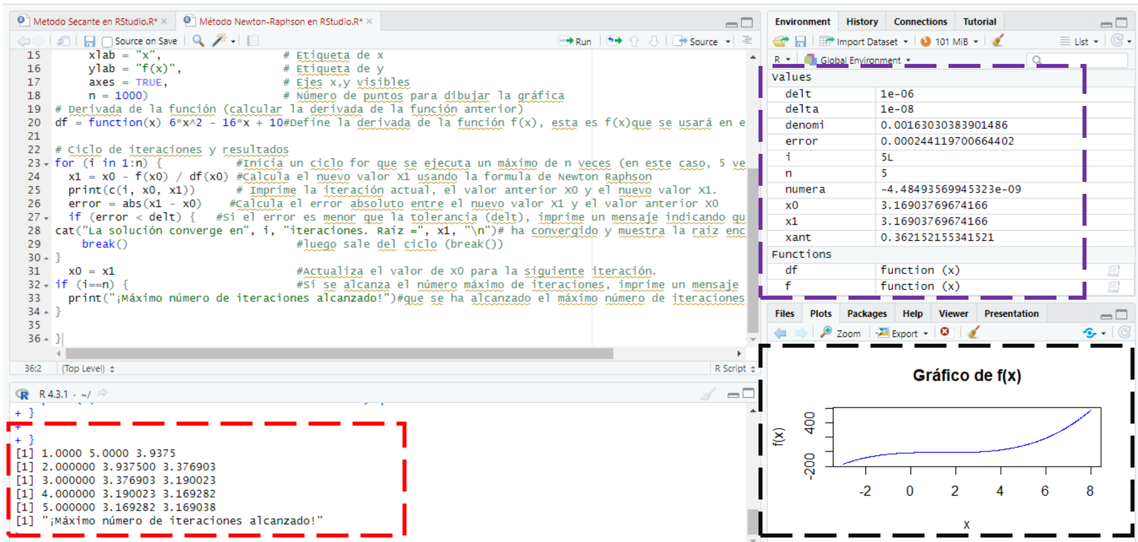
Nota: Este código implementa el método de Newton-Raphson para encontrar una raíz de la función, graficando la función y ejecutando iteraciones hasta que se alcance la precisión deseada o el número máximo de iteraciones como muestra la figura 13, en este caso el método de la secante fue exitoso en encontrar una raíz de la función en 6 iteraciones, con una precisión aceptable. A continuación, un resumen de lo que sucedió durante cada iteración:

Iteraciones 1 a 5: En cada iteración, el valor de X1 se aproxima a una solución, se observa que el valor cambia de manera gradual como se muestra en la figura 13.

Iteración 6: Se alcanza la precisión deseada ya que el nuevo valor X1 es idéntico al valor actual X0, lo que significa que el método ha convergido. Creación propia

Figura 13

Interpretación de la Respuesta 2 de la ecuación $f(x) = 2x3 - 8x2 + 10x - 15$ con el método de Newton-Raphson



Nota: El método de la secante se acercó a una solución, pero no se puede confirmar que haya alcanzado la precisión deseada dentro del número máximo de iteraciones especificadas, detalles generales de ello: la **Iteración 1 a 5:** En cada iteración, los valores X0y X1 se actualizan, el valor X ant no se muestra explícitamente, pero se usa internamente para calcular X1, los valores de X1 se aproximan gradualmente a una solución.

Máximo Número de Iteraciones Alcanzado: Se alcanzó el número máximo de iteraciones sin que se haya indicado explícitamente la convergencia a una solución dentro de la precisión deseada (δ), esto sugiere que, aunque el método de la secante estaba aproximándose a una solución, no logró converger dentro de las iteraciones permitidas.

El método **Newton-Raphson:** generalmente es más rápido y puede garantizar la convergencia si se proporciona una buena aproximación inicial y la derivada de la función.

Creación propia

Conclusión:

La importancia de adquirir estos conocimientos es que al comprender y aplicar los métodos numéricos como el método de la secante y el método de Newton-Raphson son herramientas fundamentales en matemáticas aplicadas y ciencia de datos, a su vez, la capacidad de utilizar herramientas como RStudio para implementar estos métodos amplía nuestras habilidades técnicas y analíticas, a continuación, se explora la relevancia de estos métodos y el aprendizaje de RStudio en la vida cotidiana y en el ámbito profesional.

El **Método de la Secante** es un método iterativo para encontrar raíces de ecuaciones no lineales que usa dos puntos iniciales para aproximar la solución, a diferencia del método de Newton-Raphson, no requiere el cálculo de la derivada de la función, lo que lo hace más accesible para funciones complejas, en la Ingeniería se utiliza para el diseño y análisis de sistemas cuando las funciones son complicadas y no se dispone de una derivada, por ejemplo: en el diseño de estructuras donde se necesita encontrar un punto de equilibrio, de igual modo es imprescindible en las Ciencias Naturales ya que en la modelación de fenómenos físicos donde se necesita una solución aproximada sin derivadas explícitas, por ejemplo: en simulaciones de procesos químicos, asimismo se aplica en las Finanzas Personales: la optimización de portafolios de inversión donde se deben resolver ecuaciones para maximizar retornos o minimizar riesgos, utilizando métodos numéricos para aproximaciones.

Aprender el método de la secante ayuda a entender cómo las aproximaciones sucesivas pueden resolver problemas matemáticos y a aplicar este concepto a situaciones donde no se puede calcular una derivada.

El método de **Newton-Raphson** es un método iterativo más avanzado que utiliza la derivada de una función para encontrar raíces, generalmente converge más rápido que el método de la secante cuando se tiene una buena estimación inicial, algunas aplicaciones de este se utilizan en la Ingeniería: en problemas de optimización y diseño donde se puede calcular la derivada de una función de costo o rendimiento, así mismo es crucial en la Investigación y Desarrollo: en el desarrollo de algoritmos para simulaciones y análisis numérico donde la derivada puede ser calculada y utilizada para mejorar la eficiencia y en las Ciencias de Datos: el ajuste de modelos estadísticos y de machine learning donde la derivada es esencial para algoritmos de optimización, como el ajuste de parámetros en regresión.

El método de Newton-Raphson enseña cómo usar derivadas para mejorar la convergencia en la búsqueda de soluciones, una habilidad valiosa para problemas matemáticos complejos.

RStudio es un entorno de desarrollo integrado (IDE) para el lenguaje de programación R, que es ampliamente utilizado en análisis de datos, estadística y modelado numérico, es útil en diferentes áreas como: El análisis de datos: RStudio es una herramienta poderosa para analizar grandes conjuntos de datos, crear visualizaciones y realizar cálculos estadísticos, por ejemplo: Analizar datos de encuestas para obtener insights y tomar decisiones basadas en datos, de igual modo en el desarrollo de Modelos: RStudio se usa para desarrollar modelos matemáticos y estadísticos, aplicar métodos numéricos como la secante y Newton-Raphson, y evaluar sus resultados, por ejemplo: Crear un modelo predictivo para ventas futuras en un negocio basado en datos históricos, así mismo RStudio facilita la creación de gráficos y visualizaciones para comunicar resultados de manera efectiva, por ejemplo: Visualizar la tendencia de datos financieros para presentar a inversores.

Aprender RStudio no solo mejora las habilidades técnicas en programación, sino que también proporciona herramientas prácticas para análisis de datos y modelado numérico. Esto es esencial para resolver problemas reales en diversos campos.

El conocimiento y aplicación de métodos numéricos como el método de la secante y Newton-Raphson, junto con la competencia en herramientas como RStudio, no solo enriquecen el perfil académico y profesional, sino que también que nos preparan para abordar una variedad de problemas en la vida cotidiana y en nuestra carrera, estas habilidades son esenciales para la resolución de problemas complejos, la toma de decisiones informadas y el desarrollo de soluciones innovadoras en diversos contextos.

Referencias:

Catalina´ Stats. (2022, 5 octubre). *Aprende RStudio DESDE CERO (Parte I - introducción)* [Vídeo]. Recuperado el 29 de junio de 2024 de:

YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=SX-bokDJDiQ

De Jorgeyfloreth, L. T. L. E. (2017, 6 abril). *Método de Newton-Raphson*. Métodos Numéricos. Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://jorgeyfloreth.wordpress.com/2017/02/14/metodo-de-newton-raphson/

Libreriaing. (2021, 19 noviembre). *¿Qué son y para qué sirven los métodos numéricos?* La Librería del Ingeniero. Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://www.libreriaingeniero.com/2021/11/que-son-y-para-que-sirven-los-metodos-numericos.html

Matemáticas con Carito. (2020, 26 octubre). *Método Newton-Raphson | ejemplo* [Vídeo]. Recuperado el 29 de junio de 2024 de:

YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=9po1Lt0_4lw

Matemáticas profe Alex. (2018, 5 abril). *Derivada de la secante | Ejemplo 1* [Vídeo]. YouTube. Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://www.youtube.com/watch?v=MwE1UjZ1z8w

METODO DE LA SECANTE. (2018, 31 marzo). Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://metodos-numericos-utb.blogspot.com/2018/04/metodo-de-la-secante.html

Método de la secante | La Guía de Matemática. (s. f.). Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://matematica.laguia2000.com/general/metodo-de-la-secante-2

Método de newton _ AcademiaLab. (s. f.). Recuperado el 29 de junio de 2024 de:

https://academia-lab.com/enciclopedia/metodo-de-newton/

Método de Newton Raphson. (s. f.). Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://notes.valentinottaviano.com/M%C3%A9todos-Num%C3%A9ricos/M%C3%A9todo-de-Newton-Raphson

Métodos numéricos – Matemáticas y métodos numéricos. (s. f.).

Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://blogceta.zaragoza.unam.mx/mnumericos/definicion/

Video conferencing, web conferencing, webinars, screen sharing. (s. f.). Zoom.

Recuperado el 29 de junio de 2024 de:

https://academiaglobal-mx.zoom.us/rec/play/QD1cArb8ycTNbsl1rGg1lPy14jeTZRokA-jghLclh1zpbcjzHCEPNtFGmDX7R4JaqTjJJ5sBwiI1z-RK._2o8UppkgBn14GdM?canPlayFromShare=true&from=share_recording_detail&continueMode=true&componentName=rec-play&originRequestUrl=https%3A%2F%2Facademiaglobal-mx.zoom.us%2Frec%2Fshare%2FY46KSrCq4zXKSrK9sWgmYajxB1DjbWaVzo6LgwjufPnOCDFxV9poPsnOF7umjNhi.9ZOtI--GrCwfYYpg

Yahoo is part of the Yahoo family of brands. (s. f.). Recuperado el 29 de junio de 2024 de: https://mx.video.search.yahoo.com/yhs/search;_ylt=Awrii4v.VoBmuTI0_T_v8wt.;_ylu=Y29sbwNiZjEEcG9zAzEEdnRpZAMEc2VjA3BpdnM-?p=m%C3%A9todo+secante+m%C3%A9todos+num%C3%A9ricos&type=fc_AC934C13286_s58_g_e_d070623_n9998_c999&param1=7&param2=eJwti8EORDAURX%2FlLUmER6m2tvMFsxWLDkWjVDAh8%2FXzZCZvc%2B695w22q6vm%2BUgRM4G8jpqFspRSEN4TlsgzRqH99UR2JbxtlXGhciGVLCjI3HDVSyZUmTKtWqkLkgfjyZ4vwre%2ByX%2BsczopYoTgtEvnzx2

WA1KMsQIqeF7BxfMQ9Lo6c5rXZI%2BkYGXMOATTeMwuAmcnA4NpJx9CO25%2BNkm
a8Rjvg133erP%2Fly9A%2FUFW&hsimp=yhs-2461&hspart=fc&ei=UTF-8&fr=yhs-fc-
2461#id=7&vid=854185450357e8b3c471b5d14b05d773&action=view