```
In [4]: import pandas as pd
     from fractions import Fraction
     class F(Fraction):
         Classe que representa um numero fracionario, extendendo fractions. Fraction, e implentando a lógica o "M grande"
         def __init__(self,n,m=Fraction(0)):
             self.fraction = Fraction(n)
             self.m = Fraction(m)
         def __repr__(self):
              """repr(self)"""
             return str(float(self.fraction)) if self.m == 0 else str(float(self.fraction)) + ' + (' + str(float(self.m)) + '*M)'
         def __str__(self):
             """str(self)"""
             return str(float(self.fraction)) if self.m == 0 else str(float(self.fraction)) + ' + (' + str(float(self.m)) + '*M)'
         def __eq__(self, f):
              """a == b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             return self.fraction.__eq__(f.fraction) and self.m.__eq__(f.m)
         def __add__(self, f):
              """a + b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             return F(self.fraction.__add__(f.fraction),self.m.__add__(f.m))
         def ___sub__(self, f):
             """a - b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             return F(self.fraction.__sub__(f.fraction),self.m.__sub__(f.m))
         def __mul__(self, f):
             """a * b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if f.m == 0:
                 return F(self.fraction.__mul__(f.fraction))
             else:
                 return F(self.fraction.__mul__(f.fraction),self.m.__mul__(f.m))
         def __div__(self, f):
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if f.m == 0:
                 return F(self.fraction.__div__(f.fraction))
             else:
                 return F(self.fraction.__div__(f.fraction),self.m.__div__(f.m))
         def __lt__(self, f):
             """a < b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if self.m == f.m:
                 return self.fraction.__lt__(f.fraction)
             else:
                 return self.m.__lt__(f.m)
         def __gt__(self, f):
              """a > b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if self.m == f.m:
                 return self.fraction.__gt__(f.fraction)
             else:
                 return self.m.__gt__(f.m)
         def __le__(self, f):
             """a <= b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if self.m == f.m:
                 return self.fraction.__le__(f.fraction)
             else:
                 return self.m.__le__(f.m)
         def __ge__(self, f):
"""a >= b"""
             if type(f) is not type(self):
                 f = F(f)
             if self.m == f.m:
                 return self.fraction.__ge__(f.fraction)
             else:
                 return self.m.__ge__(f.m)
     class Tabela(object):
         Classe que repesenta e resolve um PPL, usando o metodo do "M grande", quando necessário.
         def __init__(self, funcaoObjetivo,restricoes=None):
             #preenche as linhas da tabela das restrições
             self.linhasRestricoes = []
             numeroDeVariaveisExtras = len(restricoes) + len([(c,t,tr) for (c,t,tr) in restricoes if <math>t!='<='])
              #preenche a linha da função objetivo
              self.linhaFuncaoObjetivo = [1] + [c*(-1) \text{ for } c \text{ in } funcaoObjetivo] + [0]*numeroDeVariaveisExtras + [0]
              for i,(coeficientes,tipo,termo) in enumerate(restricoes):
                 colExtras = [0]*numeroDeVariaveisExtras
                 if tipo == '<=':
                     colExtras[i] = 1
                 elif tipo=='=':
                     colExtras[i] = 1
                     self.linhaFuncaoObjetivo[1 + len(coeficientes) + i] = F(0, F(1))
                 elif tipo=='>=':
                     colExtras[i] = -1
                     colExtras[i+1] = 1
                     self.linhaFuncaoObjetivo[1 + len(coeficientes) + i + 1] = F(0, F(1))
                 self.linhasRestricoes.append(self._converteParaF([0] + coeficientes + colExtras + [termo]))
          def _converteParaF(self,lista):
             return [F(e) for e in lista]
          def printTabela(self):
              #tabela = [self.linhaFuncaoObjetivo] + self.linhasRestricoes
             df = pd.DataFrame([self.linhaFuncaoObjetivo] + self.linhasRestricoes)
             display(df)
             #print('\n', matrix([[str(f) for f in l] for l in tabela]))
         Encontra a coluna corresponte a variavel que entra da base e retorna seu indice
          def _encontraEntra(self):
             menorCoeficiente = min(self.linhaFuncaoObjetivo[1:-1])
             if menorCoeficiente >= 0:
                 return None
             else:
                 return self.linhaFuncaoObjetivo[0:-1].index(menorCoeficiente)
          Encontra a linha corresponte a variavel que sai da base e retorna seu indice
          def _encontraSai(self, colunaDoPivo):
             termos = [r[-1] for r in self.linhasRestricoes]
             coefisVariavelEntra = [r[colunaDoPivo] for r in self.linhasRestricoes]
             razoes = []
              for i,termo in enumerate(termos):
                 if coefisVariavelEntra[i] == 0:
                     razoes.append(F(1,1)) #Usando o M grande para garantir que essa razao e sempre maior e portando a variavel nao escolhida
                     #razoes.append(99999999 * abs(max(termos)))
                 else:
                     razoes.append(termo/coefisVariavelEntra[i])
              menorRazaoPositiva = min([r for r in razoes if r > 0])
             return razoes.index(menorRazaoPositiva)
         Faz o pivoteamento, tendo como elemento pivo o elemento pi,pj da matrix de restrições
         def _pivoteamento(self, pi, pj):
             #elemento pivo
             p = self.linhasRestricoes[pi][pj]
             #divide a linha do pivo pelo elemento pivo
             self.linhasRestricoes[pi] = [x/p for x in self.linhasRestricoes[pi]]
              #para cada elemento da linha correspondente a F.O. multiplica cada elemento da linha pivo
              tempLinha = [self.linhaFuncaoObjetivo[pj]* x for x in self.linhasRestricoes[pi]]
              #subtrai cada elemendo da linha da F.O. pelo falor calculado acima
             self.linhaFuncaoObjetivo = [self.linhaFuncaoObjetivo[i] - tempLinha[i] for i in range(len(tempLinha))]
              #para cara linha corresponte a restricao i repete o mesmo procedimento feito na linha fa F.O.
             for i,restricao in enumerate(self.linhasRestricoes):
                 if i != pi:
                     tempLinha = [restricao[pj]* x for x in self.linhasRestricoes[pi]]
                     self.linhasRestricoes[i] = [restricao[i] - tempLinha[i] for i in range(len(tempLinha))]
         Testa se a F.O. atual indica que a solução otima foi encontrada
          def _solucaoOtimaEncontrada(self):
              if min(self.linhaFuncaoObjetivo[1:-1]) >= 0:
                 return True
             else:
                 return False
         Executa o metodo simplex
         def executar(self):
              self.printTabela
             while not self._solucaoOtimaEncontrada():
                 c = self._encontraEntra()
                 r = self._encontraSai(c)
                 self._pivoteamento(r,c)
                 print('\nColuna do pivo: %s\nLinha do pivo: %s'%(c+1,r))
                 self.printTabela()
          @property
          def variaveisDentroBase(self):
             dentroDaBase = []
              for c in range(1,len(self.linhaFuncaoObjetivo)-1):
                 valoresColuna = [1[c] for 1 in self.linhasRestricoes]
                 numDeZeros = len([z for z in valoresColuna if z==F(0)])
                 numDeUms = len([u for u in valoresColuna if u==F(1)])
                 if numDeUms == 1 and numDeZeros == len(self.linhasRestricoes) - 1 :
                     dentroDaBase.append(c)
             return dentroDaBase
         @property
          def variaveisForaBase(self):
             return [i for i in range(1,len(self.linhaFuncaoObjetivo)-1) if i not in self.variaveisDentroBase]
          @property
         def solucaoOtima(self):
             if not self._solucaoOtimaEncontrada():
                 self.executar()
             dentro = self.variaveisDentroBase
              fora = self.variaveisForaBase
             solucao = []
              for val in dentro:
                 for 1 in self.linhasRestricoes:
                     if l[val] == F(1):
                         solucao.append((val,l[-1]))
                         break
             solucao += [(val,F(0)) for val in fora]
             return [(t[0],float(t[1])) for t in solucao]
         @property
          def valorOtimo(self):
             if not self._solucaoOtimaEncontrada():
                 self.executar()
             return self.linhaFuncaoObjetivo[-1]
     def getNomeDeVariavel(index):
         return 'X' + str(index)
     def toStringComNomes(lista):
         if type(lista[0]) is type(0):
             return [getNomeDeVariavel(i) for i in lista]
         elif type(lista[0]) is type(()):
             return [(getNomeDeVariavel(l[0]),l[1]) for l in lista]
     if __name__ == '__main__':
                 x + y <= 4
                       y <= 2
                 x,y >= 0
          #t = Tabela([1,2],restricoes=[([1, 1],"<=", 4),([0, 1],"<=", 2)])
         \max z = 5x + 2y
                 x <= 3
                       y <= 4
                  x + 2y <= 9
                 x,y >= 0
         t = Tabela([5,2], restricoes=[([1, 0], "<=", 3), ([0, 1], "<=", 4), ([1, 2], "<=", 9)])
          print("\nValor de Z Ótimo: %s (%s)" % (float(t.valorOtimo),t.valorOtimo))
          print("\nVariáveis Basicas: %s" % (toStringComNomes(t.variaveisDentroBase)))
          print("\nVariáveis Não Basicas: %s" % (toStringComNomes(t.variaveisForaBase)))
          print("\nSolução Ótima: %s" % (toStringComNomes(t.solucaoOtima)))
     Coluna do pivo: 2
     Linha do pivo: 0
       0 1 2 3 4 5 6
    0 1 0 -2 5 0 0 15
    1 0 1 0 1 0 0 3
    2 0 0 1 0 1 0 4
    3 0 0 2 -1 0 1 6
    Coluna do pivo: 3
     Linha do pivo: 2
       0 1 2 3 4 5 6
     0 1 0 0 4 0 1 21
    1 0 1 0 1 0 0 3
    2 0 0 0 1/2 1 -1/2 1
    3 0 0 1 -1/2 0 1/2 3
    Valor de Z Ótimo: 21.0 (21)
    Variáveis Basicas: ['X1', 'X2', 'X4']
    Variáveis Não Basicas: ['X3', 'X5']
```

I

Solução Ótima: [('X1', 3.0), ('X2', 3.0), ('X4', 1.0), ('X3', 0.0), ('X5', 0.0)]