

Cours Scientific Machine Learning

Séance d'exercices du 1er décembre

Exercice 1Soit f une fonction appartenant à $C^2([0, 1])$

1. Soit N appartenant à \mathbb{N}^* , soient les points $x_j = j/N$, $0 \leq j \leq N$, on introduit \hat{f}_N l'interpolant linéaire par morceaux de f aux points précédents. Montrer qu'il existe une constante C telle que

$$\|f - \hat{f}_N\|_\infty \leq C \frac{\|f''\|_\infty}{N^2}.$$

2. Que donne ce résultat pour la fonction qui à x associe x^2 sur $[0, 1]$.

Exercice 2Soit σ la fonction qui à x associe $\max(x, 0)$, on considère la fonction g définie dans le cours que l'on prolonge par 0 en dehors de $[0, 1]$.

1. Montrer que pour tout x appartenant à \mathbb{R} ,

$$g(x) = 2\sigma(x) - 4\sigma\left(x - \frac{1}{2}\right) + 2\sigma(x - 1).$$

2. Montrer de manière générale que toute fonction linéaire par morceaux sur $[0, 1]$ s'écrit à une constante près comme une somme de fonctions σ .

Exercice 3Calculer $g \circ g$.