Modélisation Géométrique
TD - Courbes Splines.

Exercice 1. On considère une courbe de Bézier $\mathcal{C}$ de degré 2 définie par les points de contrôle

$$P_0 = (0,0)\,,\ P_1 = (2,2)\,,\ P_2 = (4,0)\,,$$

i.e. $\mathcal{C}$ est définie par la paramétrisation $\sum_{i=0}^{2} P_i B_i^2(t)$, $t \in [0;1]$.

1. Donner les points de contrôle de la courbe de Bézier obtenue par restriction de $\mathcal{C}$ à l'intervalle $t \in [0;1/2]$.
2. Donner les points de contrôle de la courbe $\mathcal{C}$ comme courbe B-spline uniforme de degré 2.

Exercice 2. Soit une courbe B-spline quadratique uniforme définie par quatre points de contrôle sur l'intervalle $t \in [0,2]$.

1. Combien de segments de Bézier cette courbe contient-elle, et quels sont leur intervalle de définition ? Justifier que le vecteur de noeuds de cette courbe est $[-1,0,1,2,3]$.
2. Donner les points de contrôle de chaque segment de Bézier en fonction des points définissant cette courbe B-Spline (on pourra illustrer par un dessin).

Exercice 3. Soit une courbe B-spline cubique $\mathcal{C}$ définie par 6 points de contrôle sur l'intervalle $t \in [0;6]$.

1. Combien de segments de Bézier cette courbe contient-elle ?
2. Donner son vecteur de noeuds comme courbe B-spline uniforme.
3. Donner son vecteur de noeuds afin que les deux points de contrôle aux extrémités interpolent la courbe.

Exercice 4. On considère la cubique plane de Bézier $\mathcal{C}$ définie par les points de contrôle suivants :

$$P_0 = (0,0)\,,\ P_1 = (1,2)\,,\ P_2 = (3,2)\,,\ P_3 = (3,0)\,,$$

de telle sorte que la paramétrisation de $\mathcal{C}$ est donnée par $\sum_{i=0}^{3} P_i B_i^3(t)$, $t \in [0;1]$.

1. Donner les points de contrôle, comme courbe de Bézier cubique, de l'arc de courbe de $\mathcal{C}$ correspondant à $t \in [0;1/2]$.
2. Donner les points de contrôle de la courbe $\mathcal{C}$ vue comme courbe B-spline cubique uniforme.
3. Donner les points de contrôle de la courbe $\mathcal{C}$ comme courbe de Bézier de degré 4.