

# TD 2: Analyse complexe

October 27, 2025

## 1 Calcul des résidus

Trouver les résidus des fonctions suivantes:

$$f(z) = \frac{z^2}{(z-2)(z^2+1)} \quad (1)$$

$$g(z) = \frac{1}{z(z+2)^3} \quad (2)$$

$$h(z) = \frac{ze^{zt}}{(z-3)^2} \quad (3)$$

$$m(z) = \frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)} \quad (4)$$

$$n(z) = \frac{e^z}{\sin(z)} \quad (5)$$

## 2 Expansion en série de Laurent

Développer, pour chaque fonction ci-dessus, l'expansion en série de Laurent autour de chacune de ses singularités. Préciser :

- La nature de chaque singularité (pôle simple, multiple, essentielle).
- L'expansion locale autour des pôles repérés.
- Extraire le coefficient du terme  $(z - z_0)^{-1}$  correspondant au résidu.

## 3 Application du théorème des résidus

1. Calculer  $\int_{\mathcal{C}} f(z) dz$  pour  $\mathcal{C}$  définie par

- a)  $z = \frac{3}{2}e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]$ .
- b)  $z = 10e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]$

2.  $\int_{\mathcal{C}} g(z) dz$  pour  $\mathcal{C}$  définie par

a)  $z = e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]$

b)  $z = 3e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi].$

3.  $\int_{\mathcal{C}} h(z) dz$  pour  $\mathcal{C}$  définie par

a)  $z = 4e^{i\theta}, \theta \in [0, 2\pi]$