

# Analisi Matematica B

## Prova scritta parziale n. 1

Corso di laurea in Fisica, 2017-2018

4 dicembre 2017

1. Siano  $z \in \mathbb{C}$  e  $w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ . Mostrare che

$$\frac{|w|^2 \cdot z}{w} + w \cdot \bar{z} \in \mathbb{R}.$$

2. (a) Mostrare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} = +\infty.$$

- (b) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{\frac{(2n)!}{(n!)^2}}.$$

3. Si consideri la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \left( \pi \cdot \frac{(n+x)^2}{n} \right).$$

- (a) Per  $x = 1$  dire se la serie converge e se converge assolutamente.  
(b) Determinare gli  $x \in \mathbb{R}$  per i quali la serie converge.  
(c) (più difficile) Per quali  $x \in \mathbb{R}$  la serie è indeterminata?

4. Si consideri la serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k}{(2k)!}.$$

- (a) Mostrare che la serie converge assolutamente per ogni  $x \in \mathbb{R}$ ;  
(b) calcolare la somma della serie per  $x = -1$ ;  
(c) mostrare che per  $x = 1$  la somma della serie è  $\frac{e + e^{-1}}{2}$ ;  
(d) calcolare la somma della serie per ogni  $x \in \mathbb{R}$ .