

1. จำนวนสมาชิกที่มากที่สุดที่ผลรวมเท่ากับ k

จงเขียนโปรแกรมเพื่อ ค้นหาเซตตัวเลขที่มีผลรวมเท่ากับ k จากข้อมูล n จำนวน

Input ประกอบด้วย 3 บรรทัด

บรรทัดที่ 1 คือ ค่า n โดย $1 \leq n \leq 31$

บรรทัดที่ 2 คือ ชุดตัวเลข n จำนวน

บรรทัดที่ 3 คือ ค่า k โดย $1 \leq k \leq 1000000$

Output

จำนวนสมาชิกที่มากที่สุดที่ผลรวมได้เท่ากับ k ถ้าไม่มีคำตอบใส่ 0

ตัวอย่าง Input	ตัวอย่าง Output
5 1 1 2 1 3 5	4
5 1 1 2 1 3 4	3

2. $C(n, k)$

กำหนดให้ของ n ชิ้นที่แตกต่างกัน ต้องการเลือกของ k ชิ้น โดยวิธีทั้งหมดที่เลือกสิ่งของ k ชิ้น เป็นตามสมการ

$$C(n, k) = \frac{n!}{(n-k)! k!}$$

โดย $0! = 1$ และ $1! = 1$ ตัวอย่าง เช่น $C(6,3)$ คือ $n = 6$ และต้องการเลือก $k = 3$ จะได้วิธีทั้งหมดเท่ากับ 20 วิธี

ให้นักศึกษาเขียนโปรแกรมหาค่า $C(n, k)$

โดยงานมีผู้ใจดีจากทางบ้าน เห็นว่านักศึกษาผ่านการสอบอันโหดร้ายมาหลายครั้ง จึงได้สนับสนุน สูตรลับในการหาคำตอบดังนี้

$$C(n, k) = C(n-1, k-1) + C(n-1, k) \quad \text{เมื่อ } n > k > 0$$

โดย $C(i, 0) = 1$; เมื่อ $1 \leq i \leq n$ ตัวอย่างเช่น $C(1,0) = 1$, $C(5,0)=1$

$C(i, j) = 1$; เมื่อ $i = j$, $0 \leq i, j \leq n$ ตัวอย่างเช่น $C(0,0) = 1$, $C(5,5)=1$

ข้อมูลนำเข้า

บรรทัดที่ 1 แสดงจำนวน n k โดยคั่นด้วยช่องว่าง โดยที่ $2 \leq n \leq 1000$ และ $2 \leq k \leq 1000$

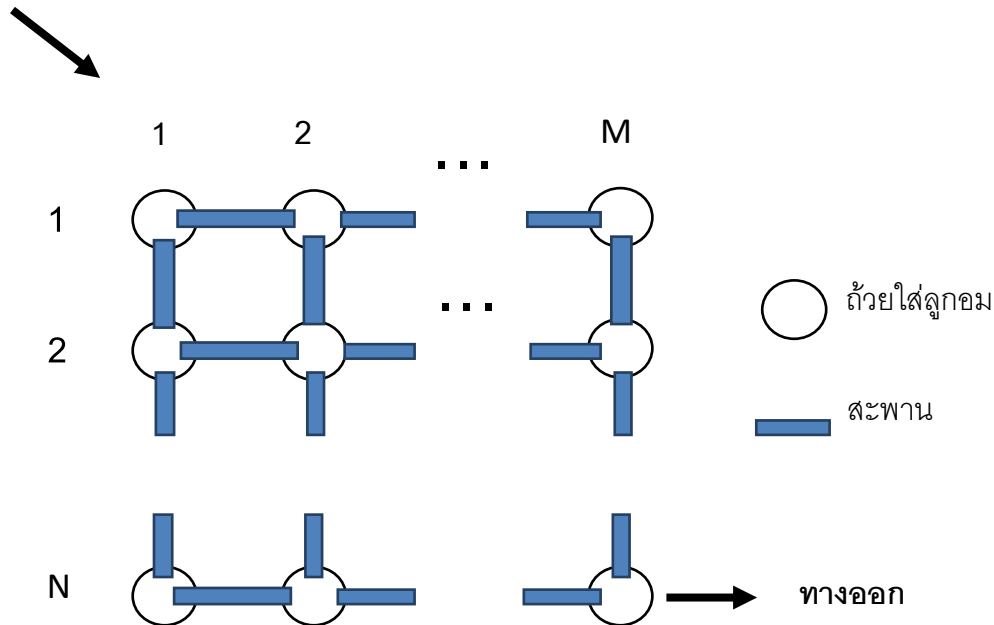
ข้อมูลส่งออก

ผลลัพธ์ของค่า $C(n, k)$

ตัวอย่างข้อมูลนำเข้า	ตัวอย่างข้อมูลส่งออก
6 3	20

3. ไม่นานมานี้ นักวิทยาศาสตร์ได้ค้นพบว่ามด (ant) เป็นสัตว์ที่มีระดับสติปัญญาสามารถค้นหาเส้นทางอาหารที่ดีที่สุดได้ คุณโรบินทร์เกิดความสงสัยว่ามดจะหาเส้นทางนั้นได้อย่างไร จึงไปหาหมดจากต้นมะม่วงหน้าบ้านมาทดลองให้ลองหาเส้นทางที่มีน้ำตาลเยอะที่สุด ในการทดลองคุณโรบินทร์ได้วางถ้วยใส่น้ำตาลเรียงกันเป็นแนวเส้นตรงจำนวน N แถว M คอลัมน์ และวางสะพานเชื่อมต่อถ้วยให้มดเดินในรูปแบบตาราง แสดงดังภาพด้านล่าง โดยคุณโรบินทร์นำน้ำตาลใส่ถ้วยแบบสุ่ม (random) ดังนั้นแต่ละถ้วยอาจมีจำนวนเม็दन้ำตาลไม่เท่ากัน

ทางเข้า



กำหนดให้มดจะต้องเริ่มต้นเดินจากถ้วยในตำแหน่งมุมบนซ้าย (แถวที่ 1 คอลัมน์ที่ 1) และออกจากถ้วยตำแหน่งมุมขวาล่าง (แถวที่ N คอลัมน์ที่ M) โดยธรรมชาติมดจะเดินได้ในทิศทางจากซ้ายไปขวา (จากคอลัมน์ที่ i ไป $i+1$) หรือจากบนลงล่าง (จากแถวที่ j ไป $j+1$) เท่านั้น

จงเขียนโปรแกรมเพื่อหาจำนวนเม็दन้ำตาลที่เยอะที่สุดที่มดน้อยตัวนี้จะสามารถสะสมได้จากเส้นทางเดินตามทิศทางจากซ้ายไปขวาและบนลงล่างเท่านั้น

อินพุต ประกอบด้วย $N + 1$ บรรทัด

บรรทัดที่ 1 มีตัวเลข 2 จำนวน คือ N และ M คั่นด้วยช่องว่าง(space) โดย N คือ จำนวนแถว และ M คือจำนวนคอลัมน์ของการวางถ้วย กำหนดให้ $1 \leq N \leq 1000$ และ $1 \leq M \leq 1000$

บรรทัดที่ 2 ถึงบรรทัดที่ $N+1$ คือจำนวนลูกอมในแต่ละแถว มีทั้งสิ้น M จำนวน(คอลัมน์) แต่ละจำนวนคั่นด้วยช่องว่าง(space) โดยจำนวนน้ำตาลในแต่ละถ้วยมีได้สูงสุดไม่เกิน 1,000,000 เม็ด

เอาต์พุต มี 1 บรรทัด คือจำนวนเม็दन้ำตาลที่เยอะที่สุดที่มดน้อยจะสามารถหาได้

ตัวอย่าง

อินพุต	เอาต์พุต
2 2 1 1 5 1	7
3 2 1 1 1 5 6 1	9

4. จงใช้ Recurrence Relation ต่อไปนี้

- a. $F(n, k) = F(n-1, k) + F(n-1, k-2)$ เมื่อ $n \geq k$, $F(n,0) = 1$, $F(n,1) = 1$, $F(n,n) = 1$
b. $G(n) = G(n-1) + G(n-2) - G(n-3)$, $G(0) = 0$, $G(1) = 1$, $G(2) = 1$

ข้อ 4.1 จงหาค่าต่อไปนี้

- $F(6,4)$
- $G(7)$

ข้อ 4.2 จงวาดภาพ tree เพื่อแสดงการทับซ้อนของปัญหา (overlapping problem)

- $F(6, 4)$
- $G(7)$

ข้อ 4.3 จงเขียนโปรแกรมข้อ a, b โดยใช้เทคนิค Dynamic programming ทั้งแบบ bottom up และ top down

5. กำหนดให้ลำดับ 1, 1, 4, 13, 43, 142, 469, 1549, ... จงหาสมการ recurrence relation และค่าพจน์ที่ a_n

ตัวอย่างเช่น $a_1 = 1$, $a_2 = 1$ และ $a_6 = 142$

Input

บรรทัดที่ 1 n แสดงพจน์ที่ a_n โดย $1 \leq n \leq 50$

Output

บรรทัดที่ 1 ผลลัพธ์ของ a_n

ตัวอย่างข้อมูล

<u>Input</u>	<u>Output</u>
4	13
5	43

6. กำหนดให้ถนนมีทางม้าลาย n ช่อง (รวมทั้งช่องขาวและช่องดำ) เด็กชายคนหนึ่งกำลังข้ามถนน ตรงทางม้าลาย โดยเด็กชายสามารถ เดินได้ทีละไม่เกิน m ช่องและต้องจบลงที่ช่องสุดท้ายเสมอ กล่าวคือสามารถเดินทีละ 1 ช่องหรือข้าม 1 ช่องก็ได้หรือข้าม m ช่องก็ได้

ตัวอย่าง $n = 3, m = 2$

จุดเริ่ม	1	2	3	คำอธิบาย
				เดินทีละ 1 ช่อง
				เดินก้าว 2 ช่องและ 1 ช่องตามลำดับ
				เดินก้าว 1 ช่องและ 2 ช่องตามลำดับ

จากตัวอย่าง $n = 3, m = 2$ วิธีการเดินข้ามถนนจะมีทั้งหมด 3 วิธี ดังรูป ให้นักเรียนเขียนโปรแกรมหาวิธีทั้งหมดในการเดินข้ามถนนดังกล่าว

Input

บรรทัดที่ 1 n m แสดงจำนวน n และความสามารถการข้าม m โดย $1 \leq n \leq 40, 1 \leq m \leq 5$

บรรทัดที่ 2 จำนวน n จำนวนสำหรับ array a เว้นวรรคด้วยช่องว่าง

บรรทัดที่ 3 จำนวน n จำนวนสำหรับ array b เว้นวรรคด้วยช่องว่าง

Output

บรรทัดที่ 1 วิธีทั้งหมดในการเดินข้ามถนน

ตัวอย่างข้อมูล

<u>Input</u>	<u>Output</u>
4 2	5
3 2	3

7. ตะลุยเดิน

เจ้าหน้าที่ป่าไม้ เดินสำรวจป่าเพื่อหาเส้นทางที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการในการไปช่วยเสือด่า โดยกำหนดให้ พื้นที่ป่าเป็นพื้นที่สี่เหลี่ยมขนาด $m \times n$ และแบ่งพื้นที่ออกเป็น cell ขนาด 1×1 แต่ละ cell จะเรียกตามคู่ลำดับ (x, y) $1 \leq x \leq m, 1 \leq y \leq n$ โดยเจ้าหน้าที่อยู่ที่ $(1, 1)$ และเสือด่าอยู่ที่จุด (m, n) โดยในแต่ละ cell เจ้าหน้าที่สามารถเดินได้แค่ 2 ทิศทาง คือ เดินไปทางขวาหรือเดินลง ไปยัง cell ถัดไปได้เท่านั้น ตัวอย่างเช่น พื้นที่ป่าขนาด 2×3 จะได้เส้นทางทั้งหมด 3 เส้นทาง

Input

บรรทัดที่ 1 m n แสดงจำนวนเต็ม m n โดย $2 \leq m, n \leq 50$

Output

บรรทัดที่ 1 จำนวนเส้นทางทั้งหมดจากจุด (1,1) ไปยังจุด (m,n)

ตัวอย่างข้อมูล

Input	Output
2 2	3
2 5	5

8. ค่าเฉลี่ยแบบ recursive (RecursiveMean)

กำหนดจำนวนเต็ม n จำนวน จงเขียนโปรแกรม หาค่าเฉลี่ยของข้อมูล n จำนวนดังกล่าว โดยให้เขียนอยู่ในรูป recursive function

ข้อกำหนด

ให้ฟังก์ชันชื่อ findMean() เท่านั้น และต้องเขียนแบบ recursive function โดยข้อสอบข้อนี้จะทำการตรวจ code ถ้าไม่ได้เขียนแบบ recursive จะไม่ได้คะแนนในข้อนี้

```
double findMean() //ออกแบบ พารามิเตอร์ที่ใช้ ทั้งชนิดตัวแปร และจำนวนพารามิเตอร์
{
    return
}
int main()
{
    findMean(); // เรียกใช้ฟังก์ชัน findMean( )
    return 0;
}
```

Input

บรรทัดที่ 1 n แสดงจำนวนเต็ม n จำนวน $1 \leq n \leq 1000000$

บรรทัดที่ 2 i แสดงจำนวนเต็ม n จำนวนเว้นด้วยช่องว่าง $1 \leq i \leq 1000$

Output

บรรทัดที่ 1 ผลลัพธ์ค่าเฉลี่ยของข้อมูล n จำนวน จำนวนทศนิยม 2 ตำแหน่ง

ตัวอย่างผลลัพธ์

Input	Output
2	1.50
1 2	

4 5 11 9 1	6.50
3 1 2 3	2.00

๑. กำหนดให้กราฟเป็นกราฟแบบมีทิศทาง (Directed Graph), n คือ จำนวนโหนดของกราฟ และ ให้ $k \leq n$ โดยระยะทางระหว่างโหนดต้นทางและปลายทางแสดงดังตาราง

ต้นทาง	ปลายทาง	ระยะทาง
a	b	9
b	c	1
c	a	4
a	d	1
d	b	2
d	c	10

Floyd's Algorithm

ALGORITHM *Floyd*($W[1..n, 1..n]$)

//Implements Floyd's algorithm for the all-pairs shortest-paths problem

//Input: The weight matrix W of a graph

//Output: The distance matrix of the shortest paths' lengths

$D \leftarrow W$ //is not necessary if W can be overwritten

for $k \leftarrow 1$ **to** n **do**

for $i \leftarrow 1$ **to** n **do**

for $j \leftarrow 1$ **to** n **do**

$D[i, j] \leftarrow \min\{D[i, j], D[i, k] + D[k, j]\}$

return D

จงหา matrix D

จงหา $D[1,3]$ เมื่อ $k = 2$

กำหนดสมการ

$$M_{ij} = \begin{cases} \max\{V_i + M_{i-1,j-w_i}, M_{i-1,j}\}, & w_i < j \\ M_{i-1,j}, & \text{otherwise} \end{cases}$$

กำหนดให้ ถุงเป้สามารถรับน้ำหนักได้ 15 KG และมีของจำนวน 7 ชิ้น

หมายเลข วัตถุ	น้ำหนัก	มูลค่า
1	2	3
2	3	4
3	4	5
4	15	25
5	10	20
6	8	12
7	7	11

จงหาค่า M

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7
	0	0	0	0	0	0	0	0
(1, 1)	0							
(4, 3)	0							
(5, 4)	0							
(5, 7)	0							

จงหาค่า M_{32}