|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Laboratorium Fizyki Ciała Stałego** | **3** | Przewodnictwo cieplne | | Zespół w składzie:  Maciej Muzyka  Sebastian Kubalski  Radosław Szostak |
| Wydział: FiIS | Kierunek:  Fizyka Techniczna | | Rok: III |
| Data wykonania:  5.11.2015 | Data oddania: | | Ocena: |

## Wstęp.

Temperatura bezwzględna ciał jest ściśle związana z jego energią wewnętrzną drgań sieci krystalicznej. Energię tę można zmieniać poprzez dostarczanie lub odprowadzanie ciepła z układu. Jeżeli pomiędzy punktami wewnątrz układu (ciała) występuje różnica temperatur, następuje wymiana ciepła pomiędzy tymi punktami.

Transport ciepła może odbywać się za pośrednictwem fal mechanicznych zwanych fononami, rozchodzących się wewnątrz sieci krystalicznej. Fale te wywoływane są przez drgania termiczne atomów. Im większa jest energia drgań atomów tym więcej energii transportowane jest do innych części układu poprzez wywołane przez nie fale. Ponadto w metalach ciepło może być transportowane również przez elektrony pasma przewodnictwa, które uzyskały energie kinetyczną po zderzeniu z drgającym atomem sieci krystalicznej. Wydajność tego typu transportu jest około dwukrotnie większa od wydajności dyfuzji za pośrednictwem fononów. Z tego powodu metale są bardzo dobrymi przewodnikami ciepła.

Przepływ ciepła nazywamy **stacjonarnym**, jeżeli różnica temperatur pomiędzy punktami przewodnika, pomiędzy którymi następuje przepływ ciepła jest stała. **Niestacjonarnym** nazywamy przepływ ciepła, w trakcie którego różnica temperatur wywołująca dyfuzję ulega zmianie.

W przypadku jednowymiarowym prąd cieplny można opisać wzorem:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

gdzie:

– strumień energii cieplnej (prąd cieplny płynący poprzez przekrój poprzeczny rozważanego materiału.

- pole przekroju poprzecznego przewodnika,

- prąd cieplny,

- współczynnik przewodnictwa cieplnego,

- zmiana temperatury przypadająca na odcinek długości przewodnika.

W ogólności przepływ ciepła można zapisać jako

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Wektor strumienia energii cieplnej jest przeciwny i proporcjonalny do gradientu rozkładu temperatur wewnątrz ciała.

Równanie dyfuzji opisujące przepływ ciepła w pręcie o niejednorodnym rozkładzie temperatur ma następującą postać:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

gdzie:

- współczynnik przewodnictwa temperaturowego.

T(x,t) – różnica temperatur pomiędzy punktem x pręta, a jego otoczeniem.

Zależność współczynnika przewodnictwa temperaturowego i cieplnego jest następująca:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

gdzie:

– ciepło właściwe,

- gęstość.

Współczynnik można wyznaczyć doświadczalnie. Aby było te możliwe, najpierw należy dokonać poniższych operacji na wzorach.

Zakładamy że rozkład temperatur może zostać zapisany w postaci iloczynu funkcji zależącej tylko od położenia i funkcji zależącej tylko od czasu.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Podstawiając wzór (5) do wzoru (3), i dzieląc przez iloczyn części czasowej i przestrzennej temperatury otrzymujemy

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Lewa i prawa strona równania pozostają stałe, gdyż równanie pozostaje prawdziwe mimo zmiany zmiennych czasowych i przestrzennych.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

Rozwiązaniem równania (7) jest

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Rozwiązaniem równania (8) jest

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Wyrażenie przyjmuje więc postać

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Założono, że różnica temperatur pomiędzy końcami pręta, a otoczeniem jest równa .

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Stosując powyższe wartości brzegowe do równania (11) otrzymujemy

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Wyrażenie (13) można przybliżyć tylko do wartości pierwszego wyrazu sumy

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Dla trzech wymiarów wyprowadzenie funkcji jest analogiczne. Otrzymuje się następującą zależność:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

gdzie:

– część przestrzenna funkcji (x,y,z).

Po obustronnym obłożeniu logarytmem wzoru (15) otrzymujemy liniową zależność

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Możliwe jest dopasowanie fragmentu doświadczalnej zależności do wzoru (16) i przy znajomości parametru obliczenie wartości współczynnika przewodnictwa temperaturowego. Zależność doświadczalna nie będzie w całości liniowa ze względu na to, że wzór (16) jest jedynie przybliżeniem.

## Wykonanie doświadczenia i analiza danych.

Przystępując do wykonania ćwiczenia wybrano sześć spośród dostępnych na stanowisku próbek materiałów. Były to:

* kula wykonana z drzewa bukowego,
* aluminiowy walec,
* mosiężny walec,
* walec wykonany z teflonu,
* prostopadłościan wykonany ze stali węglowej,
* prostopadłościan wykonany z brązu.

Badanie każdej z brył przeprowadzano w następujących krokach:

1. Mierzono wymiary próbek za pomocą suwmiarki (dla każdego wymiaru wykonywano po dziesięć pomiarów w celu ich wykorzystania w rachunku niepewności).
2. Podłączano próbkę do układu pomiaru temperatury.
3. Wkładano próbkę do kąpieli wodnej o temperaturze 35,7°C (ok. 308,85K).
4. Uruchamiano pomiar temperatury (z zapisem do pliku) na komputerze.
5. Wyłączano pomiar gdy odnotowywana temperatura przestawała wyraźnie wzrastać.
6. Wyjmowano próbkę z wody, osuszano za pomocą papierowego ręcznika i odłączano od aparatury pomiarowej .

Zebrane wymiary brył przedstawiono wraz z oszacowaniem ich wartości (za pomocą średniej arytmetycznej) oraz ich niepewnościami (oszacowanymi za pomocą estymatora odchylenia standardowego średniej) w tabelach: Tabela 4 i Tabela 5 (Aneks). Uzyskane wymiary były niezbędne do obliczenia wartości własnych 𝜆 (wykorzystywanych do dalszych obliczeń). Wzory pozwalające obliczyć oraz jej niepewność (uzyskaną z prawa przenoszenia niepewności) w zależności od kształtu brył, są następujące:

* dla kuli:
* dla walca:
* dla prostopadłościanu:

Uzyskane w ten sposób wartości współczynnika i jego niepewności zawiera poniższa tabela:

**Tabela 1.** Wartości i dla badanych próbek.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Aluminium | Drzewo bukowe | Stal węglowa | Mosiądz | Brąz | Teflon |
|  | 28059,8 | 15187,1 | 14092,1 | 28317,6 | 17338,0 | 26263,6 |
|  | 18,4 | 119,2 | 39,6 | 32,3 | 14,9 | 32,9 |

Wyniki pomiaru zależności temperatury od czasu w trakcie podgrzewania przedstawiono na poniższych wykresach w postaci wyrażenia: ( oznacza największą odnotowaną temperaturę w danym pomiarze). Na wykresy naniesiono proste dopasowane do liniowej części tej zależności wraz z zaznaczonymi współczynnikami nachylenia i ich niepewnościami (wykresy wykonano w programie Origin):



**Wykres 1.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla aluminium.



**Wykres 2.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla drzewa bukowego.



**Wykres 3.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla stali węglowej.



**Wykres 4.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla mosiądzu.



**Wykres 5.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla brązu.



**Wykres 6.** Zależność wraz z dopasowaną prostą dla teflonu.

Zbiorcze zestawienie współczynników nachylenia prostych dla poszczególnych materiałów wraz z ich niepewnościami zawiera poniższa tabela:

**Tabela 2.** Współczynniki nachylenia prostych i ich niepewności.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Aluminium | Drzewo bukowe | Stal węglowa | Mosiądz | Brąz | Teflon |
|  | -0,07940 | -0,0034064 | -0,032110 | -0,06353 | -0,038700 | -0,0030314 |
|  | 0,00055 | 0,0000024 | 0,000055 | 0,00011 | 0,000055 | 0,0000040 |

Do wyliczenia współczynnika przewodności temperaturowej i jego niepewności wykorzystano następujące wzory ( jest poprawką na przewodnictwo cieplne termometru):

Wyniki uzyskane za pomocą powyższych wzorów zawiera tabela:

**Tabela 3.** Przewodności temperaturowe wraz z niepewnościami.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Aluminium | Drzewo bukowe | Stal węglowa | Mosiądz | Brąz | Teflon |
|  | 2,90E-05 | 2,333E-07 | 3,588E-06 | 8,073E-06 | 3,985E-06 | 1,1954E-07 |
|  | 2,1E-06 | 1,8E-09 | 1,4E-08 | 5,1E-08 | 1,1E-08 | 2,2E-10 |

## Podsumowanie i wnioski.

W tabeli 4 przedstawiono zestawienie otrzymanych wyników z wartościami tabelarycznymi.

**Tabela 4.** Porównanie przewodności temperaturowych z wartościami tabelarycznymi.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Aluminium | Drzewo bukowe | Stal węglowa | Mosiądz | Brąz | Teflon |
|  | 29,0(21) | 0,2333(18) | 3,588(14) | 8,073(51) | 3,985(11) | 0,11954(22) |
| [2] | 48,36 | 0,24 | 9,55 | 110 | 125 | 0,124 |
| Różnica | 19,36 | 0,0067 | 5,962 | 101,927 | 121,015 | 0,00446 |

Przewodność temperaturowa teflonu oraz drzewa bukowego nieznacznie różni się od wartości otrzymanych w doświadczeniu. Przyczyna tego jest różna temperatura, w której wykonywano pomiary. W doświadczeniu wynosiła ona 35,7°C, a wartości tabelaryczne są podawane dla 20°C. W przypadku aluminium oraz stali węglowej wartość tabelaryczna jest blisko dwukrotnie większa od wartości otrzymanej. Przewodność pozostałych materiałów znacznie różni się od odpowiadających im wartością tabelarycznym. Jest to spowodowane bardzo dużą czułością oraz przyczynkiem pochodzącym od dopasowania prostej do wykresu. W trakcie wykonywania sprawozdania zauważono, że rozpiętość przedziału, do którego dopasowujemy prostą diametralnie wpływa na wynik doświadczenia.

## Bibliografia.

[1]Laboratorium fizyki fazy skondensowanej - skrypt.

[2] <http://www.engineeringtoolbox.com/thermal-conductivity-d_429.html> data: 18.11.2015 19:14