TALLER DE ESTADISTICA I

Estadística : Inferencia Estadística

(1) La calibración de una báscula tiene que ser verificada pesando 25 veces un espécimen de prueba de 10 kg. Suponga que los resultados de diferentes pesadas son independientes entre sí y que el peso en cada ensayo está normalmente distribuido con $\sigma = 0.200$ kg. Sea μ la lectura de peso promedio verdadero en la báscula.

a. ¿Qué hipótesis deberá poner a prueba?

b. Suponga que la báscula tiene que ser recalibrada si o $\bar{x} \geq 10.1032$ o $\bar{x} \leq 9.8968$. ¿Cuál es la probabilidad de que se realice la recalibración cuando en realidad no es necesaria?

c. ¿Cuál es la posibilidad de que la recalibración sea considerada innecesaria cuando en realidad $\mu = 10.1$? ¿Cuándo $\mu = 9.8$?

d. Sea $z = (\bar{x} - 10)/(\sigma/\sqrt{n})$. ¿Con qué valor de c la región de rechazo de la parte (b) equivale a la región de "dos colas" *o* $z \geq c$ *o* $z \leq -c$?

e. Si el tamaño de muestra fue de sólo 10 y no de 25, ¿cómo modificaría el procedimiento de la parte (d) de modo que $\alpha = 0.05$?

(2) Reconsidere la situación del ejercicio 11 y suponga que la región de rechazo es $\{\bar{x}: \bar{x} \geq 10.1004$ o $\bar{x} \leq 9.8940\} = \{z: z \geq 2.51$ o $z \leq -2.65\}$.

a. ¿Cuál es α para este procedimiento?

b. ¿Cuál es β cuando $\mu = 10.1$? ¿Cuándo $\mu = 9.9$? ¿Es ésta deseable?

(3) Sean $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de una distribución de población normal con un valor conocido de σ.

a. Para probar las hipótesis H_0: $\mu = \mu_0$, contra H_a: $\mu > \mu_0$ (donde μ_0 es un número fijo), demuestre que la prueba con el estadístico $\bar{X}$ y región de rechazo $\bar{x} \geq \mu_0 + 2.33\sigma/\sqrt{n}$ tiene un nivel de significación de 0.01.

b. Suponga que se utiliza el procedimiento de la parte (a) para probar H_0: $\mu \leq \mu_0$ contra H_a: $\mu > \mu_0$. Si $\mu_0 = 100$, $n = 25$ y $\sigma = 5$, ¿cuál es la probabilidad de cometer un error de tipo I cuando $\mu = 99$? ¿Cuándo $\mu = 98$? En general, ¿qué se puede decir sobre la probabilidad de un error de tipo I cuando el valor real de μ es menor que μ_0? Verifique su aseveración.

(4) Se requiere que la resistencia a la ruptura de la fibra textil usada en la fabricación de material para cortinas sea de al menos 100 psi. La experiencia pasada indica que la desviación estándar de la resistencia a la ruptura es 2 psi. Se prueba una muestra aleatoria de nueve observaciones, y se encuentra que la resistencia a la ruptura promedio es 98 psi.

a) ¿La fibra se considerará aceptable con $\alpha = 0.05$?
b) ¿Cuál es el valor *P* para esta prueba?
c) ¿Cuál es la probabilidad de aceptar la hipótesis nula con $\alpha = 0.05$ si la resistencia a la ruptura real de la fibra es 104 psi?
d) Encuentre un intervalo de confianza de dos colas de 95% para la verdadera media dela resistencia a la ruptura.

(5) Se está estudiando el rendimiento de un proceso químico. Por experiencias previas con este proceso, se sabe que la desviación estándar del rendimiento es 3. En los últimos cinco días de operación se observaron los siguientes rendimientos: 91.6%, 88.75%, 90.8%, 89.95% y 91.3%. Use $\alpha = 0.05$.

a) ¿Hay evidencia de que el rendimiento no es de 90%?
b) ¿Cuál es el valor *P* para esta prueba?
c) ¿Qué tamaño de la muestra se necesitaría para detectar un rendimiento medio real de 85% con probabilidad 0.95?
d) ¿Cuál es la probabilidad del error tipo II si el rendimiento medio real es 92%?
e) Encuentre un intervalo de confianza de dos colas de 95% para el rendimiento medio real.

(6) Se sabe que el diámetro de los agujeros de un arnés para cables tiene una desviación estándar de 0.01 pulgadas. Una muestra aleatoria de tamaño 10 produce un diámetro promedio de 1.5045 pulgadas. Use $\alpha = 0.01$.

a) Pruebe la hipótesis de que la verdadera media del diámetro de los agujeros es igual a 1.50 pulgadas.
b) ¿Cuál es el valor *P* para esta prueba?
c) ¿Qué tamaño de la muestra se necesitaría para detectar una verdadera media del diámetro de los agujeros de 1.505 pulgadas con una probabilidad de al menos 0.90?
d) ¿Cuál es el error β si la verdadera media del diámetro de los agujeros es 1.505 pulgadas?
e) Encuentre un intervalo de confianza de dos colas de 99% para la media del diámetro de los agujeros. ¿Los resultados de este cálcu-

(7) Un fabricante produce anillos para pistones de motor de automóvil. Se sabe que el diámetro de los anillos tiene una distribución aproximadamente normal y que tiene una desviación estándar de $\sigma = 0.001$ mm. Una muestra aleatoria de 15 anillos tiene un diámetro medio de $\bar{x} = 74.036$ mm.

a) Pruebe la hipótesis de que el diámetro medio de los anillos para pistones es 74.035 mm. Use $\alpha = 0.01$.

b) ¿Cuál es el valor P para esta prueba?

c) Construya un intervalo de confianza de dos colas de 99% para el diámetro medio de los anillos para pistones.

d) Construya un límite de confianza inferior de 95% para el diámetro medio de los anillos para pistones.

(8) El ingeniero de desarrollo de un fabricante de llantas está investigando la vida de las llantas para un nuevo compuesto de hule. Ha hecho 16 llantas y las ha probado hasta el fin de su vida útil en una prueba de carretera. La media y la desviación estándar muestrales son 60 139.7 y 3 645.94 km.

a) Al ingeniero le gustaría demostrar que la vida media de esta nueva llanta excede 60 000 km. Formule y pruebe las hipótesis apropiadas, y establezca conclusiones usando $\alpha = 0.05$.

b) Suponga que si la vida media es hasta de 61 000 km, al ingeniero le gustaría detectar esta diferencia con una probabilidad de al menos 0.90. ¿Fue adecuado el tamaño de la muestra $n = 16$ usado en el inciso a)? Use la desviación estándar muestral s como estimación de σ para llegar a una decisión.

c) Encuentre un intervalo de confianza de 95% para la vida media de las llantas.