

Transformada Z

Yanith Veronica Garcia Castro

Universidad de los Andes
y.garciac@uniandes.edu.co
202215162

Santiago Rodriguez Mora

Universidad de los Andes
s.rodriguez2@uniandes.edu.co
202110332

Juan Sebastián Burbano Salazar

Universidad de los Andes
j.burbanos@uniandes.edu.co
202220463

Resumen—En resumen, esta práctica consiste en implementar e interpretar funciones de transferencia en tiempo discreto usando los conceptos de transformada z y mediante el software *Matlab* poder comprobar los resultados.

I. INTRODUCCIÓN

Este documento contiene el desarrollo de la guía número 5 de laboratorio en la cual usamos los conocimientos adquiridos sobre la transformada z para leer un audio y hacerle algunas modificaciones.

Al desarrollar el primer punto de la guía con las diferentes modificaciones que le hicimos al audio original después de leerlo, obtenemos ecos continuos de la frase dicha en el audio y en el segundo punto obtenemos un tipo de falla, conocida como interferencia.

II. TRABAJO REALIZADO

1. El filtro comb en forma feedforward en audio y sonido es el resultado creado por la suma de dos señales de audio idénticas, donde una está ligeramente retrasada, usualmente en el orden de los milisegundos. La ecuación que representa este proceso es:

$$y(n+1) = (1-g)x(n) + gx(n-v) \quad (1)$$

Los coeficientes g y $(1-g)$ mantienen acotada la magnitud de la salida, v es el número de muestras que representan el retraso en milisegundos lo cual depende de la frecuencia de muestreo de la señal $x(n)$.

- a) Realice el diagrama de bloques que representa la ecuación del sistema usando la transformada z.

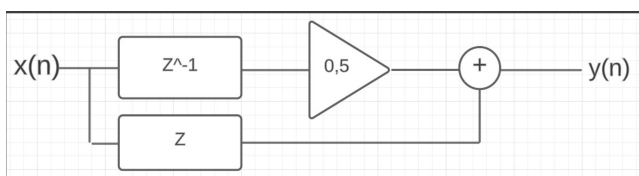


Figura 1. Diagrama de bloques

- b) Calcule la función de transferencia para el sistema.

$$y(z) = (1-g)x(z) + gz^{-v}x(z) \quad (2)$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = x(z)((1-g) + gz^{-v}) \quad (3)$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{(1-g) + gz^{-v}}{z} \quad (4)$$

$$y(z) = z^{-1}(1-g) + gz^{-1} \quad (5)$$

retraso=0,13

$$v = 0,13s * 44100m/s \quad (6)$$

$$z^{-1}(1-g) + gz^{-5733-1} \quad (7)$$

$$z^{-1}(1-g) + gz^{-5734} \quad (8)$$

$$[0, 1-g, 0, \dots, 0, 5] \quad (9)$$

Vector de 5734 elementos

- c) Cargue el audio llamado *Lowbatt_eng.mp3* usando la función *audioread* de Matlab (esta función realiza la lectura de la señal y de la frecuencia de muestreo en [Hz]) y escúchelo empleando la función *sound*. Implemente la función de transferencia encontrada en el numeral anterior haciendo uso de la función *filter* de Matlab, calculando el valor de v que represente 130[ms] y usando $g = 0,5$. ¿El resultado es el esperado? Interpretelo con sus propias palabras analizando las diferencias respecto al audio original.

```
1 clc,clear;
2 %{}
3 Se lee el audio dado con audioread y ...
  se guarda la frecuencia en Fs y la ...
  informacion de la se al en y
4 %}
5 [Y,Fs] = audioread('Audio5.mp3');
6
```

```

7 b=zeros(1,5734); % Se crea un arreglo ...
  b de 0's de tama o 5734
8 b(2)=0.5; % En la posicion 2 se indexa 0.5
9 b(5734)=0.5; % En la ultima posicion ...
  se indexa 0.5
10
11 %{
12 Se aplica un filtro a la se al de ...
  audio y usando el filtro definido por
13 b e 1.
14 %}
15 f=filter(b,1,y);
16 %{
17 Se reproduce el sonido usando sound ...
  con la se al f, la frecuencia fs ...
  y a 24
18 bits
19 %}
20 sound(f,Fs,24);

```

2. El filtro comb en su forma feedforward y feedback tiene la forma como la del siguiente diagrama:

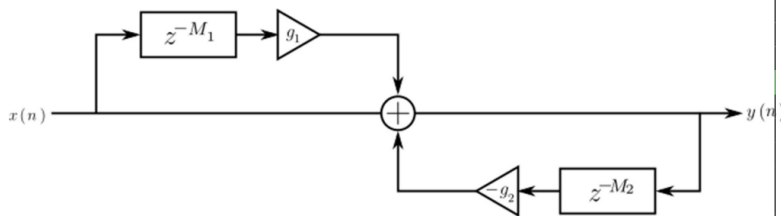


Figura 2. Img2

- a) Encuentre la función de transferencia del sistema

$$y(z) = (x(z) + x(z) * z^{-M_1} * (g_1)) + (y(z) * (z^{-M_2}) * (-g_2)) \quad (10)$$

$$y(z) = x(z) * ((1 + z^{-M_1}) * (g_1) + (y(z) * z^{-M_2} * -g_2)) \quad (11)$$

$$y(z) - y(z) * z^{-M_2} * (-g_2) = x(z) * (1 + g_1 z^{-M_1}) \quad (12)$$

$$y(z) * (1 + g_2 z^{-M_2}) = x(z) * (1 + g_1 z^{-M_1}) \quad (13)$$

$$\frac{y(z)}{x(z)} = \frac{1 + g_1 z^{-M_1}}{1 + g_2 z^{-M_2}} \quad (14)$$

$$\frac{1 + (0,5^3 * z^{-5000})}{1 + (0,9^5 * z^{-8820})} \quad (15)$$

- b) Con el audio del punto anterior y considerando los siguientes valores $g_1 = 0,5^3$, $g_2 = 0,9^5$, $M_1 = 5000$, $M_2 = 8820$ implemente la función de transferencia calculada en el numeral anterior. ¿Cómo se podría interpretar este resultado?

```

1 [y,Fs] = audioread('Audio5.mp3');
2
3 b=zeros(1,5001); % Se crea un arreglo ...
  b de 0's de tamaño
4 b(1)=1;
5 b(5001)=(0.5)^3;
6 c=zeros(1,8821); % Se crea un arreglo ...
  c de 0's de tamaño
7 c(1)=1;
8 c(8821)=(0.9)^5;
9
10 f=filter(b,c,y);
11
12 sound(f,Fs);

```

- c) Cambie el valor de la ganancia feedback a $g_2 = 0,96^5$ ¿Qué cambios identifica? ¿Esto es lo esperado?

```

1 [y,Fs] = audioread('Audio5.mp3');
2
3 b=zeros(1,5001); % Se crea un arreglo ...
  b de 0's de tamaño
4 b(1)=1;
5 b(5001)=(0.5)^3;
6 c=zeros(1,8821); % Se crea un arreglo ...
  c de 0's de tamaño
7 c(1)=1;
8 c(8821)=(0.96)^5;
9
10 f=filter(b,c,y);
11
12 sound(f,Fs);

```

- d) Cambie el valor de la ganancia feedback a $g_2 = 1,05^5$ ¿Qué cambios identifica? ¿qué se podría concluir en términos de estabilidad? ¿Cuál sería un caso común en que esta situación se presenta?

```

1 clear,clc;
2
3 [y,Fs] = audioread('Audio5.mp3');
4
5 b=zeros(1,5001); % Se crea un ...
  arreglo b de 0's de tamaño
6 b(1)=1;
7 b(5001)=(0.5)^3;
8 c=zeros(1,8821); % Se crea un ...
  arreglo c de 0's de tamaño
9 c(1)=1;
10 c(8821)=(1.05)^5;
11
12 f=filter(b,c,y);
13
14 sound(f,Fs);
15 pause(4); %Pausa la ejecucion ...
  durante 4segundos para darle ...
  tiempo al sonido

```

III. RESULTADOS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

1. ■ c) Al implementar la función de transferencia encontrada y hacer uso de la función filter de Matlab, calculando el valor de v que represente 130[ms] y usando $g = 0,5$ notamos que se escucha el mismo audio pero con ecos consecutivos, es decir uno tras otro consecutivamente, esto hasta que termina de reproducirse el audio. Lo explicado anteriormente sucede

debido a que al usar la función de transferencia esta lo único que causa es que el audio se reproduzca varias veces una detrás de otra, lo anterior causado por un tipo de retraso

2. a) La función de transferencia está en la sección de **Trabajo Realizado**

b) Con el audio del punto anterior y considerando los siguientes valores $g_1 = 0,5^3$, $g_2 = 0,9^5$, $M_1 = 5000$, $M_2 = 8820$ implementados a la función de transferencia calculada en el numeral anterior, se podrían interpretar los resultados de la siguiente manera. El audio se parece al de la primera práctica pero lo que cambia es que después de cada eco suena otro detrás y así consecutivamente hasta que no se escucha nada. Esto se explica de diversas maneras, primero, como se puede ver en el diagrama del filtro comb, existe una retroalimentación. Por lo que las señales que vienen de $x(n)$ y $y(n)$ se están sumando y retroalimentando. Segundo, por la estructura de la función de transferencia de del sistema también se puede evidenciar la retroalimentación en el sistema, por lo que es esperado que el eco que se escucha se comporte así. Además, los parámetros definen que tan prolongado es el eco ya que el audio se modifica mediante la matriz que dependerá de los exponentes de la función de transferencia.

c) Al cambiar la ganancia feedback a $g_2 = 0,96^5$, se identifica que el audio se distorsiona de mayor manera pero sin perderse el entendimiento de lo que dice el audio. No obstante, los ecos son mas notorios. Esto se podría interpretar ya que los polos son los que determinan la estabilidad. Siendo que los polos que en este caso serían las raíces del denominador que estarían definidos por g_2 son menores a 1, entonces se puede decir que el sistema es estable. Lo que esto nos dice es que no se van a perder las propiedades del audio y se va a seguir escuchando bien así como se esperaba y como sucedió.

d) Al cambiar la ganancia feedback a $g_2 = 1,05^5$ se altera completamente el audio con una gran diferencia con respecto al g_2 planteado anterior. En este caso, se pierde completamente las propiedades del audio y se distorsiona a tal forma que no se entiende lo que dice. Esto se explica ya que en términos de estabilidad, el sistema ahora es inestable. Esto sucede porque como se explicaba en el punto anterior, la estabilidad depende de los polos. En este caso el polo sería mayor a 1, por lo que el sistema se vuelve inestable y es común que el resultado al darle play al audio fuera ese.

Un caso común de esta situación se ve en los micrófonos. Si se tiene un sistema de micrófono y altavoces en un entorno amplificado, como una sala de conferencias o un escenario de concierto, y no se controla adecuadamente el nivel de realimentación (feedback) de audio, el sistema podría volverse inestable. Esto puede dar lugar a un ruido fuerte que es causado por la realimentación continua y creciente de la señal de

salida al micrófono y a la inestabilidad en el sistema.

IV. CONCLUSIONES

Durante este laboratorio se implementó la implementación de filtros comb en el procesamiento de audio utilizando la transformada Z. Se pudo observar que al aplicar una función de transferencia con un retraso de 130 ms y una ganancia de 0.5, se generaron ecos consecutivos en el audio, lo que era esperado debido a la retroalimentación en el sistema. Luego, al ajustar la ganancia feedback, notamos que cambios en la estabilidad del sistema afectaron la calidad del audio. Una ganancia adecuada mantuvo la inteligibilidad, mientras que una ganancia alta condujo a una distorsión incomprensible debido a la inestabilidad del sistema.

Finalmente, al estudiar una función de transferencia en tiempo discreto utilizando los conceptos de la transformada Z se puede interpretar cómo esta función modifica una señal de entrada lo que nos permite comprender cómo ciertos parámetros, como la ganancia y el retraso en este caso, influyen en la salida de la señal.

REFERENCIAS

- [1] MATLAB Plot Documentation. Recuperado de: <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/audioread.html>
- [2] MATLAB Plot Documentation. Recuperado de: <https://la.mathworks.com/help/matlab/ref/filter.html>