

COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E Gómez Ibarra

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ciencias Físico - Matemáticas

18 de Noviembre del 2020

Contenido

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

1 Introducción

2 Teoría

3 Resultados

4 Comparación de los modelos

5 Conclusión

Introducción

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

La COVID-19 es la enfermedad infecciosa causada por el coronavirus; dicha enfermedad tuvo origen en Wuhan (China) en diciembre de 2019. Actualmente la COVID-19 es una pandemia que afecta a muchos países de todo el mundo.

Este estudio tiene como objetivo el comparar los modelos Gompertz, Logístico y Normal, estimados con los datos arrojados de diferentes países, para validar cual es el desempeño que tiene cada uno de estos y así finalmente descubrir cual es el modelo que mejor se acople al comportamiento de la pandemia en los países afectados.

Contenido

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

1 Introducción

2 Teoría

3 Resultados

4 Comparación de los modelos

5 Conclusión

Modelos considerados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

Los modelos a elegir son funciones sigmoidales o bien funciones de distribución acumulada. Se escogen este tipo de funciones ya que las sigmoides tienen su dominio en todos los números reales, el valor de retorno aumenta monótonamente, por esto mismo se escogieron los siguientes modelos:

- 1 Modelo Gompertz
- 2 Modelo Logístico
- 3 Modelo Normal

Modelo Gompertz

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

La curva de Gompertz tiene nombre de su diseñador Benjamin Gompertz, el cual diseñó el modelo para la Royal Society para detallar su ley de mortalidad humana. El modelo Gompertz está definido como:

$$G(t) = \alpha e^{-\beta e^{-\kappa t}} \quad (1)$$

Donde:

- $G(t)$ es el número acumulado de casos confirmados en el tiempo t .
- α corresponde a la asíntota, en este caso α estima el número de casos al final de la epidemia.

Datos de interés para la pandemia

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

- La derivada de la ec. (1) nos arroja la curva que modela el número casos diarios confirmados en el tiempo t , la cual es:

$$g(t) = \beta \kappa G(t) e^{-\kappa t} = \beta \kappa \alpha e^{-\beta e^{-\kappa t}} e^{-\kappa t} \quad (2)$$

- El tiempo en el cual se espera la máxima incidencia diaria

$$t_{max} = \frac{\log(\beta)}{\kappa} \quad (3)$$

- Cuantos casos se estiman para el tiempo t_{max}

$$g(t_{max}) = \beta \kappa \alpha e^{-\beta e^{-\kappa t_{max}}} e^{-\kappa t_{max}} \quad (4)$$

- Estimar el numero de casos acumulados al tiempo t_{max} , esto se estima como $G(t_{max})$

Modelo Logístico

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

El Modelo de Regresión Logística fue publicado en 1844 por Pierre François, con el fin de estudiar el crecimiento de la población. El modelo logístico es de la siguiente manera:

$$H(t) = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t}} \quad (5)$$

Donde:

- $H(t)$ es el número acumulado de casos confirmados en el tiempo t .
- γ_0 es el valor de crecimiento máximo, para este estudio γ_0 representa los casos predichos para el final de la pandemia.
- γ_2 es la tasa de crecimiento logístico o la pendiente de la curva.

Datos de interés para la pandemia

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Saraí E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

- La derivada de la ec. (5) nos arroja la curva que modela el número casos diarios confirmados en el tiempo t , la cual es:

$$h(t) = \frac{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 e^{(-\gamma_2 t)}}{(1 + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t})^2} \quad (6)$$

- El tiempo en el cual se espera la máxima incidencia diaria

$$t_{maxL} = \frac{\ln(\gamma_1)}{\gamma_2} \quad (7)$$

- Cuantos casos se estiman para el tiempo t_{maxL}

$$h(t_{maxL}) = \frac{\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 e^{(-\gamma_2 t_{maxL})}}{(1 + \gamma_1 e^{-\gamma_2 t_{maxL}})^2} \quad (8)$$

- Estimar el numero de casos acumulados al tiempo t_{max} , esto se estima como $H(t_{maxL})$

Modelo Normal

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

El modelo normal es la distribución normal acumulada con modificaciones, este modelo asume que los casos acumulados siguen una función de error gaussiana parametrizada, la cual esta definida como:

$$N(t) = \frac{p}{2}(\Psi(\alpha(t - \beta))) = \frac{p}{2} \left(1 + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\alpha(t-\beta)} \exp(-\tau^2) d\tau \right) \quad (9)$$

Donde:

- la función Ψ es la función de error gaussiana (escrita explícitamente arriba).
- $\frac{p}{2}$ es el valor de crecimiento máximo, o bien, la estimación de cuantos casos se esperan para el final de la pandemia.
- α es un parámetro de crecimiento.
- β es el tiempo en el que la tasa de aumento es máxima.

Datos de interés para la pandemia

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

- La derivada de la ec. (9) nos arroja la curva que modela el número casos diarios confirmados en el tiempo t , la cual es:

$$n(t) = \frac{p\alpha}{2\sqrt{\pi}} \left(e^{-\frac{1}{2}\alpha^2(t-\beta)^2} \right) \quad (10)$$

- Para estimar el tiempo t en el cual se encuentre la incidencia máxima de casos diarios, basta con estimar el parámetro β .
- Cuantos casos se estiman para el pico

$$n(\beta) = \frac{p\alpha}{2\sqrt{\pi}} \quad (11)$$

- Estimar el numero de casos acumulados al tiempo $t = \beta$, esto se estima como $N(\beta)$

Contenido

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

1 Introducción

2 Teoría

3 Resultados

4 Comparación de los modelos

5 Conclusión

Países considerados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

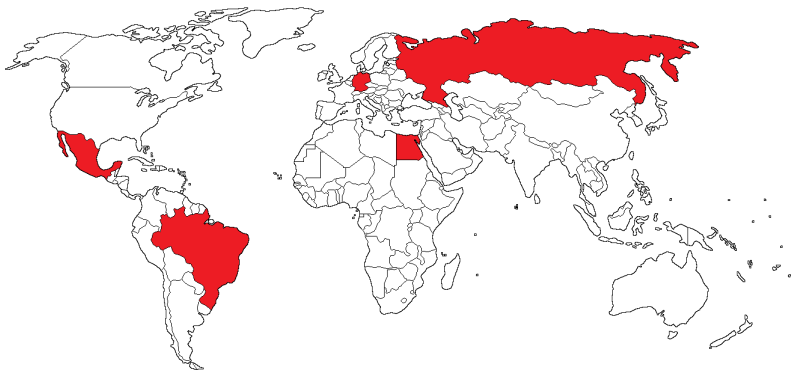
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



México, Modelos para casos acumulados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

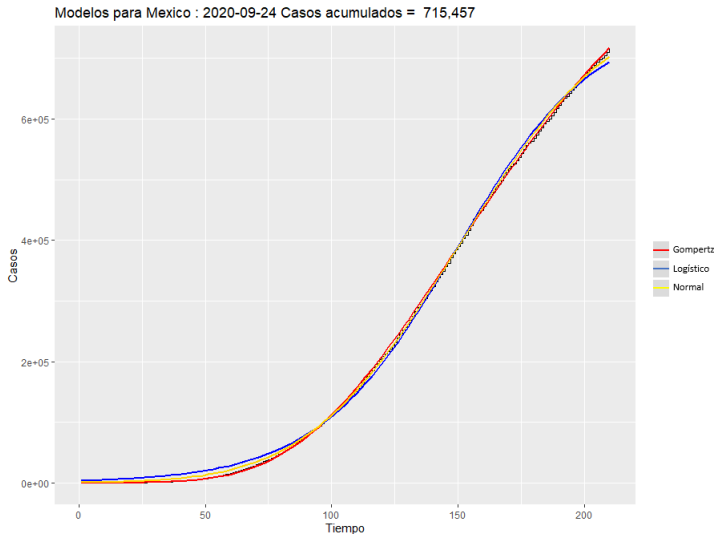
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

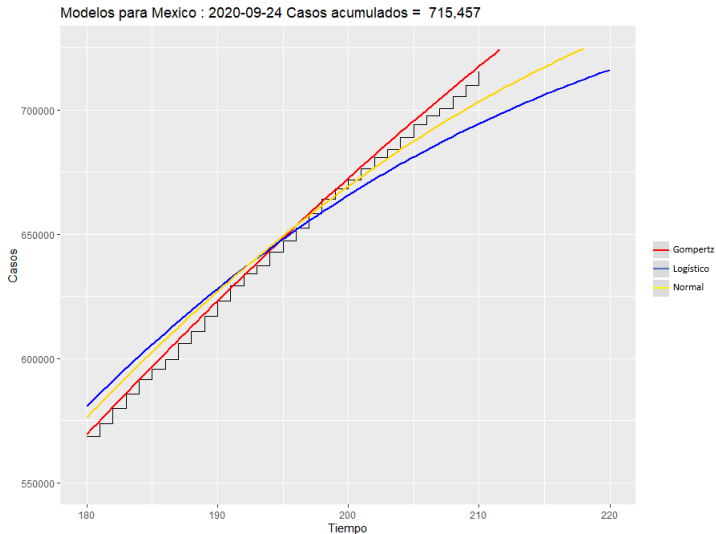
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



México, Modelos para casos diarios

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

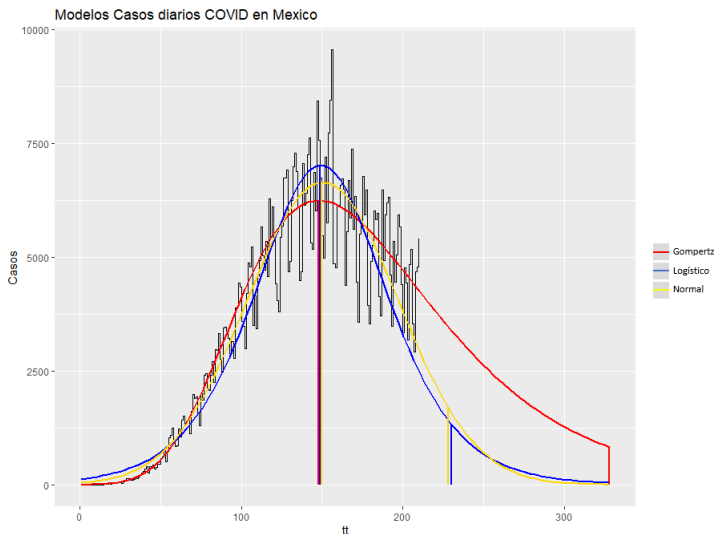
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

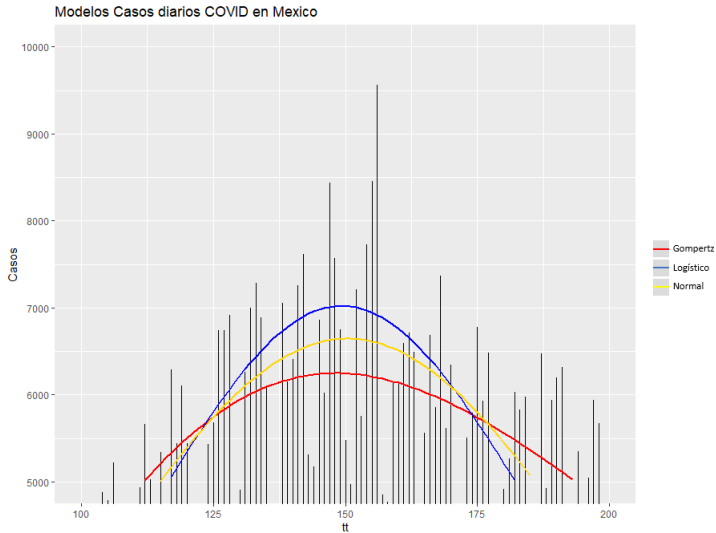
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Egipto, Modelos para casos acumulados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

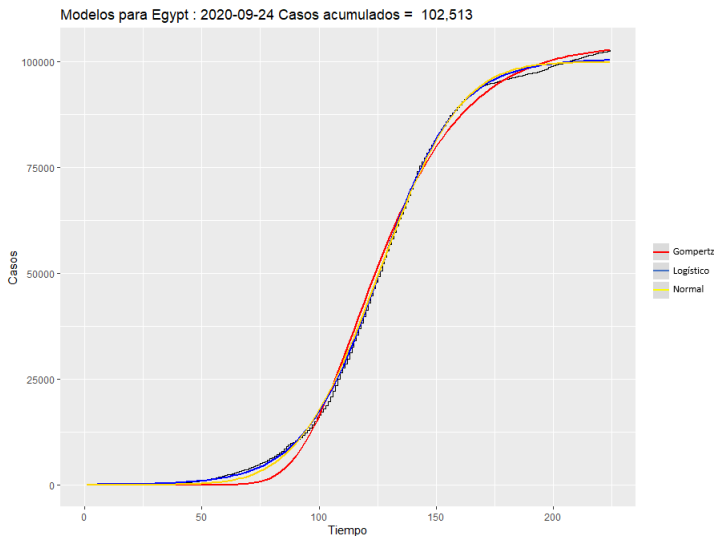
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

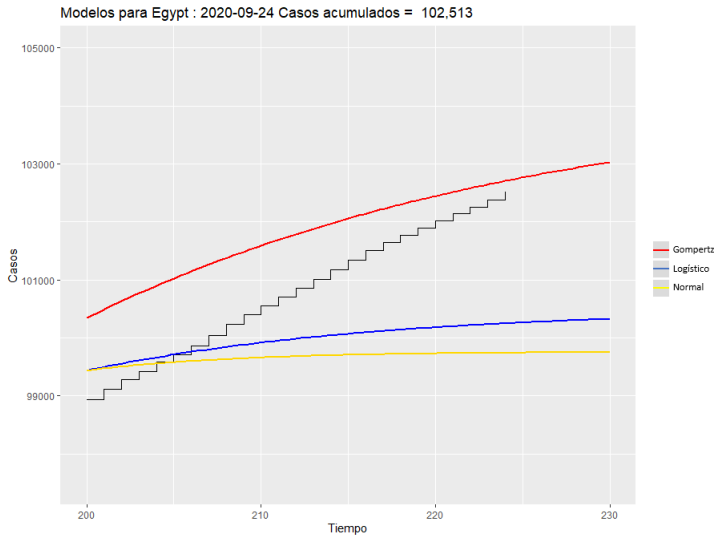
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Egipto, Modelos para casos diarios

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

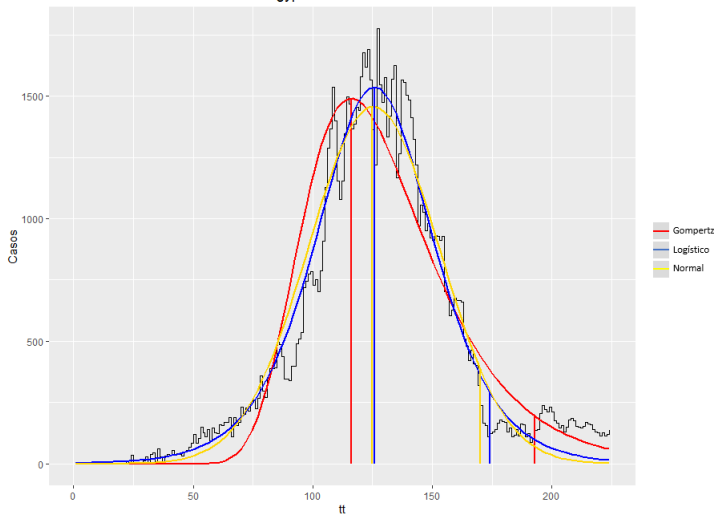
Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

Modelos Casos diarios COVID en Egypt



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

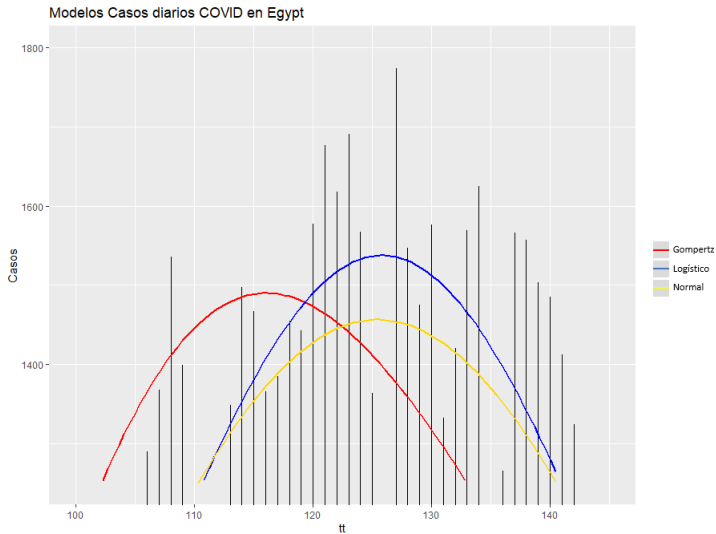
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Rusia, Modelos para casos acumulados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

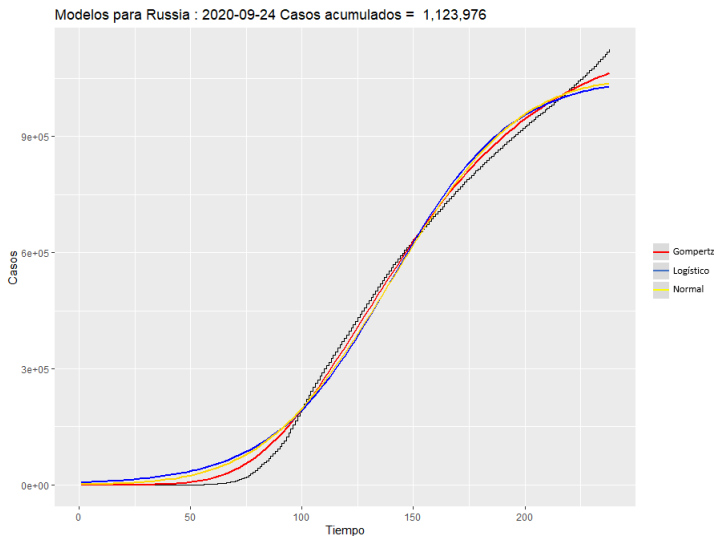
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

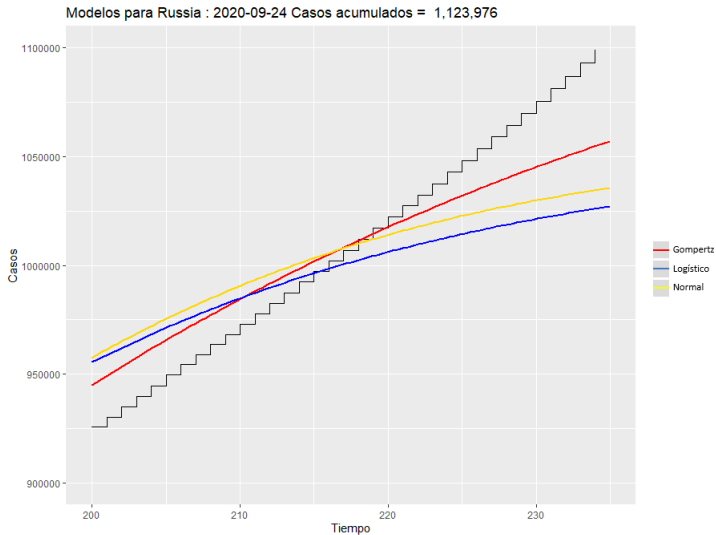
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Rusia, Modelos para casos diarios

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

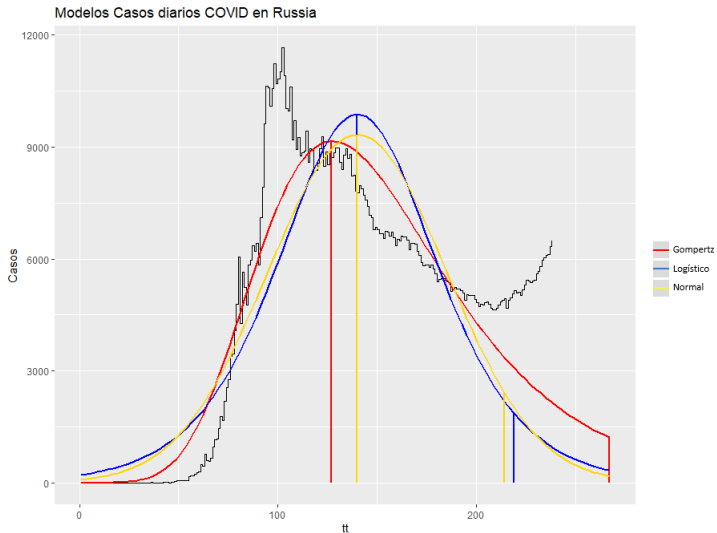
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

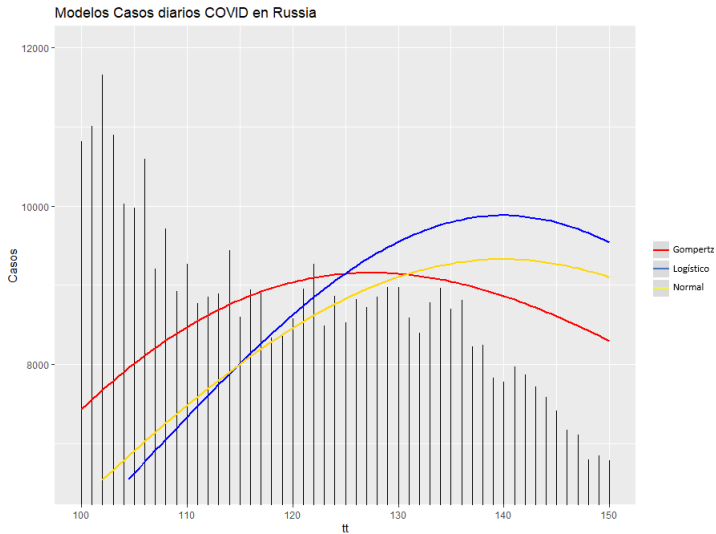
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Brasil, Modelos para casos acumulados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

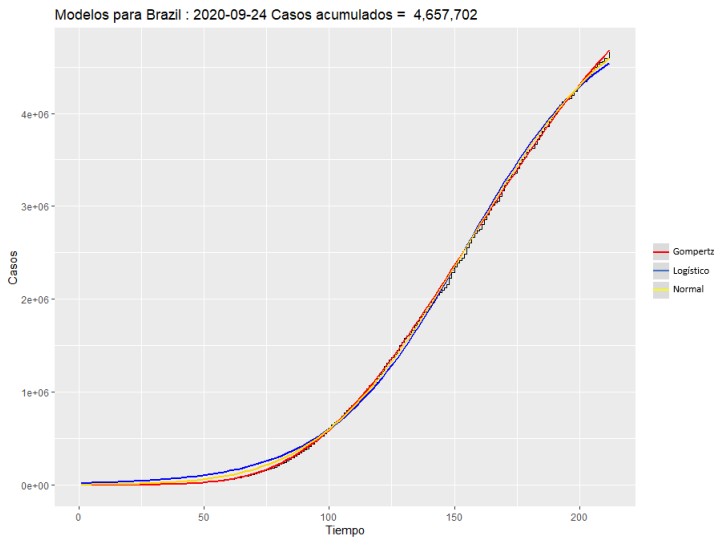
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

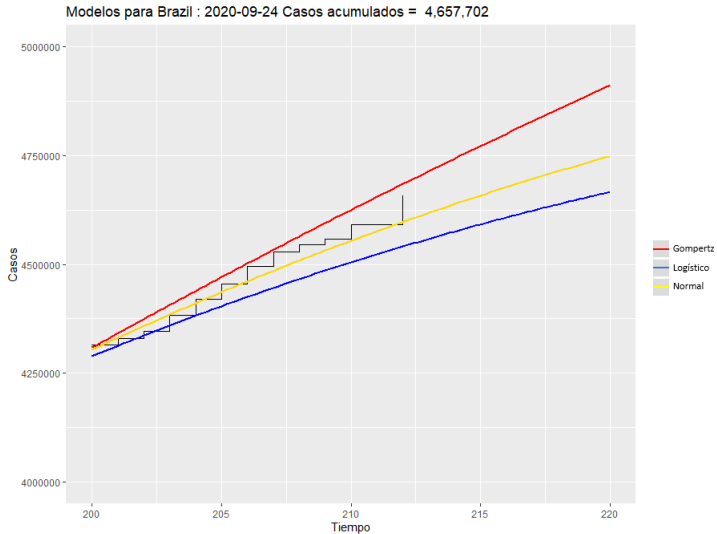
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Brasil, Modelos para casos diarios

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

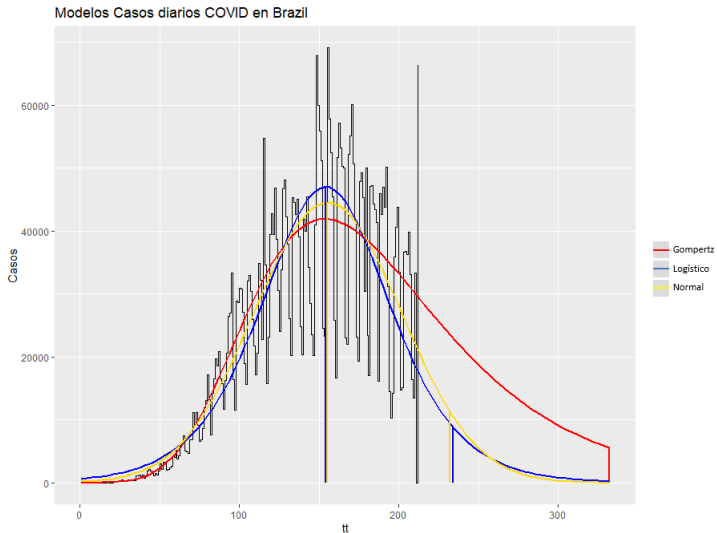
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

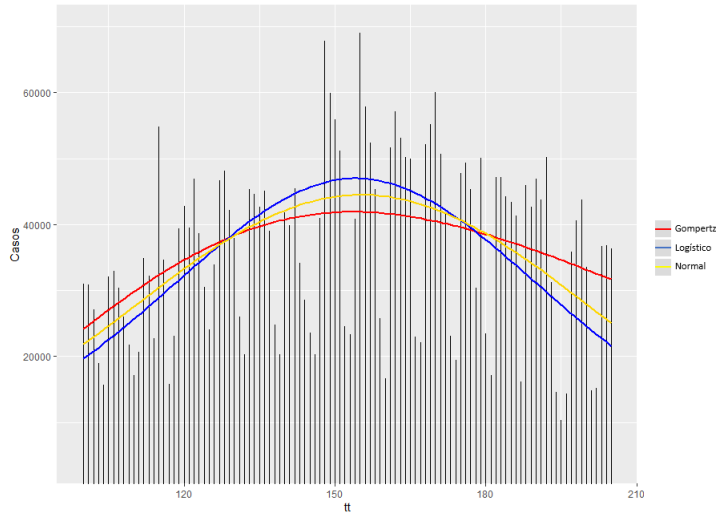
Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

Modelos Casos diarios COVID en Brazil



Alemania, Modelos para casos acumulados

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

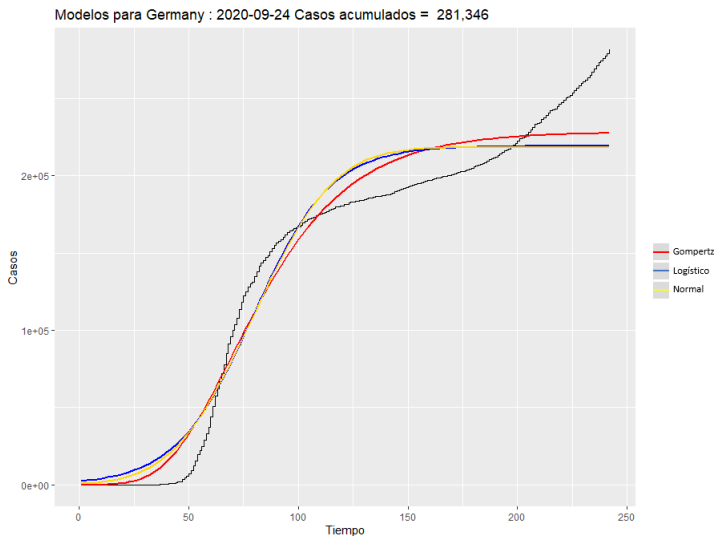
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

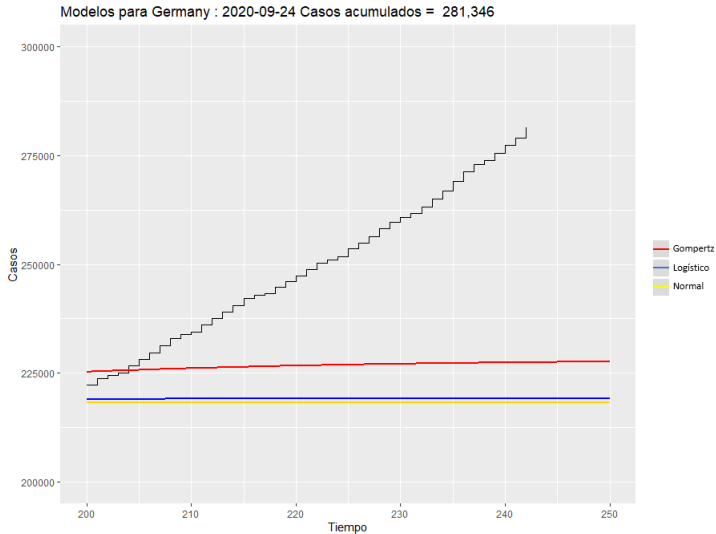
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Alemania, Modelos para casos diarios

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

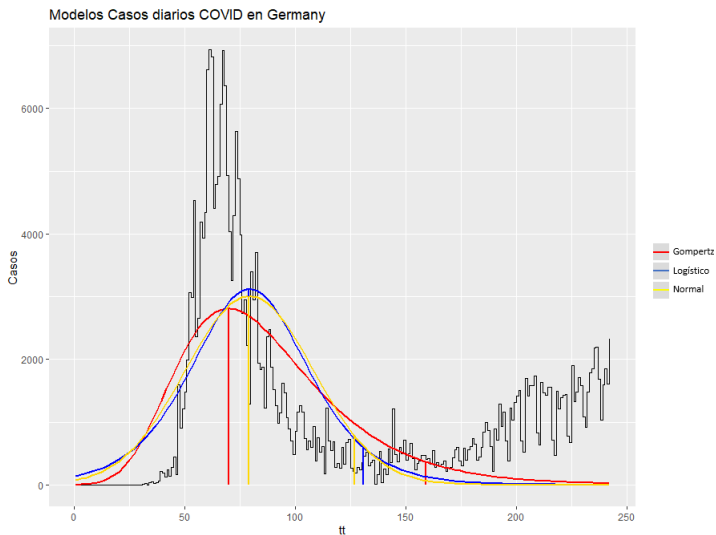
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



COVID-19 y Modelos No lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

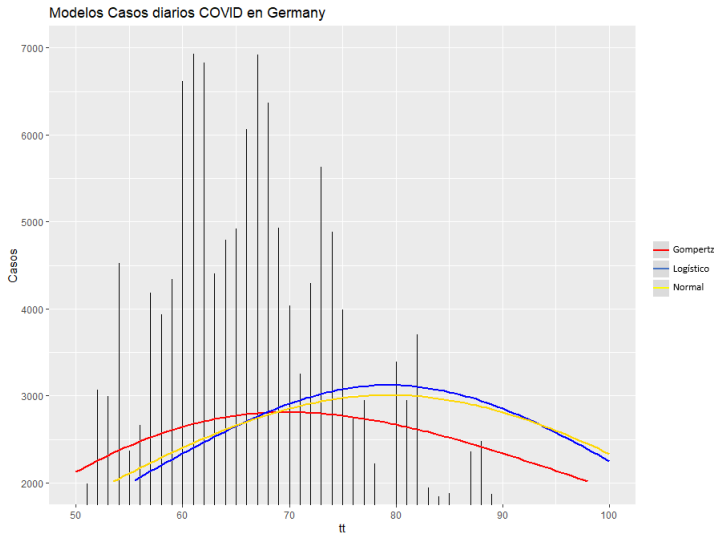
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión



Contenido

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

1 Introducción

2 Teoría

3 Resultados

4 Comparación de los modelos

5 Conclusión

La comparación de modelos a través de procesos estocásticos es una tarea muy complicada, aun mas si los modelos tienen diferente tipo de parámetros; Por tal motivo se optó por realizar la comparación de los modelos midiendo el MAE de los casos acumulados con los casos predichos por el modelo.

Comparación a través del MAE

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

		<i>Pais</i>				
		<i>México</i>	<i>Egipto</i>	<i>Rusia</i>	<i>Brasil</i>	<i>Alemania</i>
<i>Modelo</i>	<i>Gompertz</i>	1625.118	1680.521	12384.46	10991.82	11382.71
	<i>Logístico</i>	6250.701	414.5745	27771.95	50541.51	13903.18
	<i>Normal</i>	2443.945	752.739	22894.85	25270	13864.07

Contenido

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

1 Introducción

2 Teoría

3 Resultados

4 Comparación de los modelos

5 Conclusión

Conclusión

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión

Nótese que el modelo Gompertz es el que tuvo un mejor desempeño en la mayoría de los países, por tanto, es recomendable usar el modelo Gompertz como primera opción para la modelación de la pandemia, en cambio esto no implica que el Modelo Gompertz es el mejor, esto nos dice que de los 3 modelos considerados el Gompertz tiene un mejor ajuste para la pandemia, en cambio también es importante hacer uso de los demás modelos mencionados ya que cada país tiene un comportamiento distinto ante la situación, estas variaciones pueden ser efecto de muchas cosas, como las medidas preventivas, el tiempo que duro la cuarentena, las bases económicas, entre otras cosas.

Fechas de interés de la pandemia

COVID-19 y
Modelos No
lineales

Sarai E
Gómez Ibarra

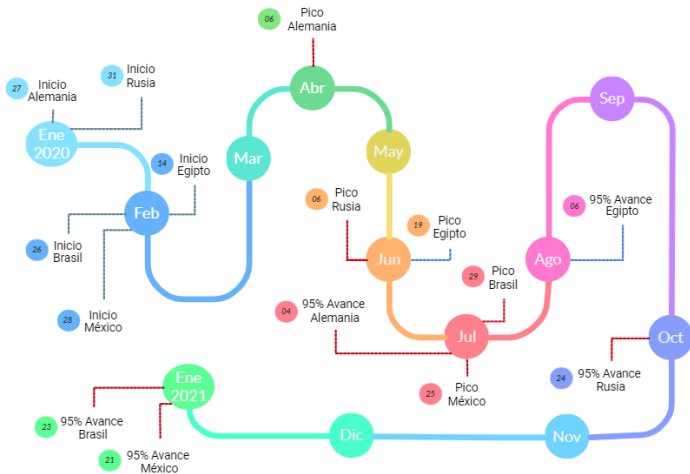
Introducción

Teoría

Resultados

Comparación
de los modelos

Conclusión





Prats, C. et al. (2020) Analysis and prediction of COVID-19 for different regions and countries. Daily report 27-03-2020. UPC, BioComSC, CMCiB, IGTP.



IHME COVID-19 forecasting team (2020). Forecasting COVID-19 impact on hospital beddays, ICU-days, ventilator days and deaths by US state in the next 4 months. Report.



Huet, S. et al. (2004). Statistical Tools for Nonlinear Regression. Springer.



Michael H. Kutner, Christopher J. Nachtsheim. (2005). Applied Linear Statistical Models. New York: McGraw-Hill Irwin.



Cornejo-Zúñiga, Ó.; Rebolledo-Vega, R. (2016). Estimación de parámetros en modelos no lineales: algoritmos y aplicaciones. Revista EIA, 13(25), enero-junio, pp. 81-98. [Online]. Disponible en: DOI: <http://dx.doi.org/10.14508/reia.2016.13.25.81-98>



Organización Mundial de la Salud (2020). Preguntas y respuestas sobre la enfermedad por coronavirus (COVID-19), de Organización Mundial de la Salud Sitio web: <https://www.who.int/es/emergencies/diseases/novel-coronavirus-2019/advice-for-public/q-a-coronaviruses>