Cálculo del Valor en Riesgo (VaR)

Sara Eugenia Rodríguez Reyes

INTRODUCCIÓN

La materia de análisis de riesgo es de suma importancia para la carrera de Ingeniería Financiera ya que es básico tener conocimiento de distintos métodos para calcular y controlar el riesgo. Saber qué riesgo tiene una inversión no es tarea fácil ya que depende de distintas variables financieras que no tienen comportamientos predecibles, ya sea tasas de interés, tipo de cambio, volatilidad, etc.; a pesar de esto, podemos predecir la volatilidad así como la pérdida máxima (VAR) que puede tener nuestra cartera.

El propósito del trabajo es estimar el riesgo de mercado de un portafolio que consiste de 3 acciones; en este caso elegimos analizar las empresas de productos deportivos NIKE, ADIDAS y PUMA, utilizando métodos paramétricos: Monte Carlo, Delta Normal e Histórico (proyecto 2).

Se seleccionó un intervalo de confianza del 95% ya que es un intervalo apropiado para medir el riesgo, contener toda la cantidad de datos y predecir la posibilidad de que la pérdida ocurra de manera razonable.

Las varianzas y covarianzas correspondientes para poder utilizar los métodos, se calcularan mediante los métodos auto regresivos de EWMA y GARCH(1,1). Se va a estimar el valor que va a tener la volatilidad en un tiempo corto en el futuro, dado que conocemos los rendimientos pasados y actuales. Los parámetros presentes en los métodos mencionados anteriormente serán calculados utilizando la función de máxima verosimilitud. Como resultado, esperamos obtener el análisis del riesgo de mercado de un portafolio de acciones.

MARCO TEÓRICO

El VAR o Valor en Riesgo es la máxima pérdida esperada debido a un movimiento adverso, dentro de un intervalo de confianza a lo largo de un determinado horizonte de tiempo.

EWMA

El método de EWMA tiene la ventaja de que no requiere muchos cálculos; sólo necesita ser almacenado el estimado actual de la varianza y el valor más reciente del rendimiento de la variable de mercado.

Al obtener un valor de lambda bajo, hace que el estimado de la volatilidad sea muy sensible a los cambios de la variable de mercado; mientras que si se obtiene un valor alto de lambda, hace que la volatilidad estimada responda lentamente a los cambios de la variable de mercado.

GARCH (1,1)

Es un método parecido al EWMA excepto que contiene una tasa de varianza en estado estable ponderado por una constante ϒ.

Las constantes deben de cumplir $ϒ + \alpha + \beta = 1$

Delta Normal

El método de Delta Normal supone una distribución normal. Se calcularon los rendimientos de las acciones (nike, adidas y puma), ya que se tienen estos datos, calculamos la media de los rendimientos. Con MATLAB, se calculan los parámetros óptimos para calcular las varianzas y covarianzas a través de los métodos de GARCH y EWMA. Se propone un monto de inversión para cada activo y creamos matrices que se van multiplicando para de esta manera encontrar el VAR, utilizando también el intervalo de confianza.

MonteCarlo

Este método muy parecido al método histórico solo que en este es necesario calcular los rendimientos de las acciones y obtener la media de los rendimientos. Se calcula con MATLAB los parámetros óptimos para tener la varianza y volatilidad para cada uno de los rendimientos. Se proponen distintos montos para cada activo para de esta manera calcular los posibles precios para mañana, las ganancias de la inversión y la distribución de frecuencias, que a través de esta última se calcula el VAR.

DESARROLLO

A lo largo del proyecto se llevaron a cabo cálculos que no se habían estimado en los primero proyectos, estos cálculos fueron las varianzas y las covarianzas por medio de dos métodos vistos en clase: EWMA y GARCH.

Estos métodos utilizados tienen parámetros o constantes que pueden ajustarse de distintas formas al modelo, la variación de estos parámetros puede oscilar entre varios resultados posibles. No sería de gran utilidad el GARCH y el EWMA si no existiera en ellos alguna forma de encontrar los óptimos parámetros antes mencionados. La estimación de las "*constantes*" por **máxima verosimilitud,** conocida también como **EMV** o **MLE,** por sus siglas en inglés, es un método habitual para ajustar un modelo y encontrar sus parámetros idóneos. También es importante mencionar que en caso no existe el máximo o existe más de un máximo.

En el programa de Matlab se trató de estimar el EWMA y GARCH por medio de Máxima Verosimilitud; se calcularon todas las varianzas para una combinación específica de los parámetros, ayudado con la matriz de covarianzas se calculó una función para maximizarla, teniendo un máximo provisional y modificándose cada que lo requería el valor en constancia actualización. Los parámetros se manejaron diferentes en cada uno de los modelos, teniendo lambda por el lado del EWMA y contando con omega, alpha y beta del lado GARCH.

Para el cálculo de varianzas y covarianzas por medio de EWMA se observó una óptima funcionalidad en sus parámetros reflejados en los VaR´s calculados por el método de Montecarlo y el Delta Normal. Sus valores de riesgo provenientes del cálculo de varianzas y covarianzas fueron aceptables en gran medida.

Es importantísimo resaltar el problema al utilizar los parámetros usados en GARCH. Debido a que los programas arrojaban una variación muy amplia entre los VaR´s obtenidos de los cálculos de GARCH y EWMA, nos vimos en la necesidad de calcular para las volatilidades procedentes del GARCH el *Vl* (Varianza en estado estable) con la herramienta de Excel directamente, por parte de las covarianzas de este mismo modelo también se utilizaron las herramientas de Excel. Con respecto a este apartado concluyo en las diversas influencias que acechan en el análisis de riesgos, pudiendo ser la selección de la cartera el problema por el que el VaR por medio del GARCH se obtuvo tan elevado o pudiendo ser otro factor de suma influencia.

FUNCIÓN DE MÁXIMA VEROSIMILITUD

Existen muchas técnicas para estimar parámetros desconocidos, usando el método de Máxima Verosimilitud, se busca encontrar un parámetro que maximice la probabilidad de ocurrencia de los valores de la muestra. Suponiendo que la función de densidad de probabilidad de los rendimientos es normal, con media cero y varianza vi, la función de densidad es:

$$f(R_i, v_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi v_i}} e^{\left(-\frac{R_i^2}{2v_i}\right)}.$$

Por lo tanto hay que encontrar los parámetros que maximicen la función; se aplica ln (logaritmo natural) para eliminar la exponencial y que quede en términos de sumas. Ignoramos los términos constantes llegando a la función:

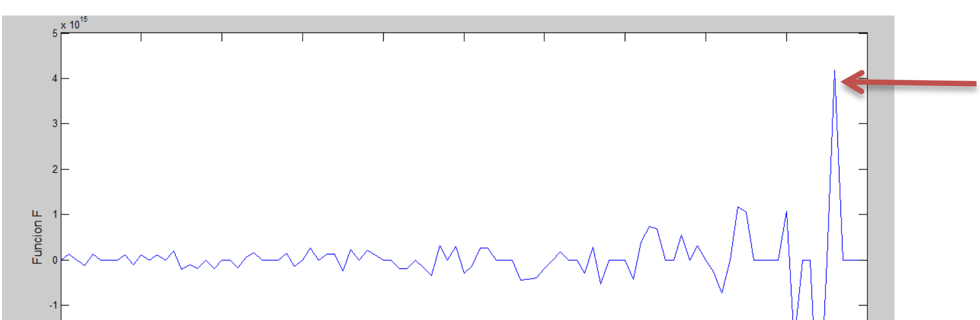
$$\sum_i^n \left(-\ln(v_i) - \frac{R_i^2}{v_i} \right).$$

La cual fue utilizada en MATLAB tanto para EWMA y GARCH para encontrar el valor de los parámetros que maximicen dicha función.

<u>EWMA</u>

El parámetro Lambda calculado mediante Matlab fue de: 0.96. Debido a que el valor de Lambda es alto y muy cercano a uno, hace que la volatilidad estimada responda lentamente a los cambios de la variable del mercado (se le da menos importancia a los rendimientos). En el Anexo se encuentra el código del programa que calculó este valor. A grandes rasgos, lo que el programa hizo fue:

i. Se hace un barrido para el parámetro de sus valores posibles desde un valor inicial hasta un valor final con incrementos dados.
ii. Para cada uno de los distintos parámetros calculados se calculan todas las varianzas mediante el método de EWMA.
iii. Se calcula el valor de la función a maximizar.
iv. Se hace una comparación de las funciones maximizadas y, si el valor obtenido es mayor al de iteraciones anteriores, se registra un nuevo máximo y se guarda el valor del parámetro que lo produjo.



Se puede comprobar a través de la gráfica que el valor lambda obteniendo fue efectivamente el que maximiza la función de máxima verosimilitud F, que es: 4.188748255430091e+015

CÁLCULO DE VARIANZAS Y COVARIANZAS CON EWMA

Se realizó el cálculo de varianzas, volatilidades y covarianzas desde un mes anterior, calculadas con el parámetro obtenido (Lambda) de 0.96. A través de la fórmula de EWMA:

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1-\lambda)R_{n-1}^2 \qquad cov_n = \lambda cov_{n-1} + (1-\lambda)R_{x,n-1}R_{y,n-1}$$

Obteniendo:

27/02/2013	28/02/2013	01/03/2013	04/03/2013	05/03/2013	06/03/2013	07/03/2013		
0.001294858	0.006096435	0.006610356	-0.001641737	0.003106158	0.007285974	-0.001446655		NIKE REND.
0.0000759475	0.0000729767	0.0000715443	0.0000704304	0.0000677210	0.0000653981	0.0000649055		VARIANZA
0.0087147864	0.0085426382	0.0084583841	0.0083922800	0.0082292746	0.0080869061	0.0080563978	**EWMA**	VOLATILIDAD
0.0054288817	0.0082073434	0.0132819195	- 0.0196617336	0.0012939400	- 0.0027999138	0.0248380130	0.96	PUMA REND
0.0000320828	0.0000319784	0.0000333937	0.0000391143	0.0000530131	0.0000509595	0.0000492347		VARIANZA
0.0056641673	0.0056549439	0.0057787260	0.0062541428	0.0072810083	0.0071385943	0.0070167463		VOLATILIDAD
0.0052181476	0.0064888248	0.0106017192	- 0.0036858520	0.0193511668	0.0004187605	0.0657178736		ADIDAS
0.0003925863	0.0003779720	0.0003645373	0.0003544516	0.0003408170	0.0003421630	0.0003284835		VARIANZA
0.0198137894	0.0194415011	0.0190928594	0.0188268863	0.0184612297	0.0184976492	0.0181241143		VOLATILIDAD

Nota: el resto de las volatilidades, varianzas y covarianzas se pueden ver en la Hoja1 de EXCEL

0.0001242507	0.0001208630	0.0001188318	0.0001143205	0.0001121520	0.0001077880	NIKE/ADIDAS
0.0000080440	0.0000097236	0.0000128466	0.0000136239	0.0000132397	0.0000118941	NIKE/PUMA
0.00001780472	0.00001922277	0.00002408631	0.00002602166	0.00002598237	0.00002489617	ADIDAS/PUMA

A partir del cálculo de estos valores podemos obtener el VAR, con los métodos de Montecarlo y Delta Normal.

GARCH

Mediante el mismo criterio de máxima verosimilitud, los parámetros calculados mediante Matlab fueron:

```
omegaOptima =

   0.100100000000000


alphaOptima =

   0.900100000000000


betaOptima =

    1.000000000000000e-004


gammaOptima =

   0.099800000000000
```

VL= W/gamma =1.0030060 Debido a que VL es muy grande, nos dimos cuenta que esto iba a influenciar mucho al calcular las varianzas y covarianzas y que el VAR iba a ser muy grande (como mencionamos en un principio), por lo que calculamos VL como el promedio de las varianzas de los rendimientos de los datos.

Utilizando ahora:

ALFA	0.9001
BETA	0.0001
GAMMA	0.0998

Garch	puma
W	0.00001134
VL	0.00011359

Garch	adidas
W	0.00003258
VL	0.00032647

Garch	Nike
W	0.00000426
VL	0.00004266

Lo que hizo el programa de MATLAB para elegir los parámetros óptimos fue muy parecido a lo que se hizo en EWMA solo que en este caso para cada uno de los parámetros se les dio valores iniciales hasta un valor final con incrementos dados.

Debido a que el valor de alfa es muy cercano a uno, esto hace que responda rápidamente a los cambios en la variable de mercado, (se le da mucha importancia a los rendimientos). Por otro lado, beta casi no le da importancia a las varianzas anteriores por su valor pequeño. Cada acción va a tender a una varianza en estado estable distinta.

CÁLCULO DE VARIANZAS Y COVARIANZAS CON GARCH

Se realizó el cálculo de varianzas, volatilidades y covarianzas desde un mes anterior, calculadas con los parámetros obtenidos. A través de la fórmula de GARCH:

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha R_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2.$$

$$cov_n = \gamma cov_{VL} + \alpha R_{x,n-1} R_{y,n-1} + \beta cov_{n-1}.$$

Las constantes de ponderación deben cumplir

1. $\gamma + \alpha + \beta = 1$

0.0000057684	0.0000377113	0.0000435925	0.0000066876	0.0000129422	0.0000520407	NIKE VAR.
0.0024017532	0.0061409565	0.0066024586	0.0025860373	0.0035975294	0.0072139223	VOLATILIDAD
0.0000378661	0.0000719708	0.0001701291	0.0003593169	0.0000128788	0.0000183935	PUMA VAR.
0.0061535435	0.0084835595	0.0130433549	0.0189556558	0.0035887009	0.0042887598	VOLATILIDAD
0.0000571463	0.0000704858	0.0001337566	0.0000448232	0.0003696443	0.0000327763	ADIDAS VAR
0.0075595152	0.0083955800	0.0115653175	0.0066950104	0.0192261357	0.0057250574	VOLATILIDAD

Nota: el resto de las volatilidades, varianzas y covarianzas se pueden ver en la Hoja1 de EXCEL

0.00000577562	0.00003531056	0.00006278676	0.00000515616	0.00005380672	0.00000245485	NIKE/ADIDAS
0.00000645	0.00003599	0.00006346	0.00000583	0.00005448	0.00000313	NIKE/PUMA
0.00003389	0.00005632	0.00013513	0.00007363	0.00003093	0.00000733	ADIDAS/PUMA

A partir del cálculo de estos valores podemos obtener el VAR, con los métodos de Montecarlo y Delta Normal.

MONTECARLO

En el proyecto tratamos de llegar a la perfección de nuestro VaR del portafolio elegido, teniendo como excelente medida el promediar las múltiples estimaciones por medio del *Montecarlo,* sabiendo y teniendo presente el cambio y las características individuales que contiene cada estimación por separado. Conjuntando varios de los resultados obtenidos llegamos a un promedio que refleja claridad, mayor exactitud y principalmente el objetivo final, el cual cumple con el óptimo riesgo de mercado de nuestra cartera.

MONTECARLO EWMA

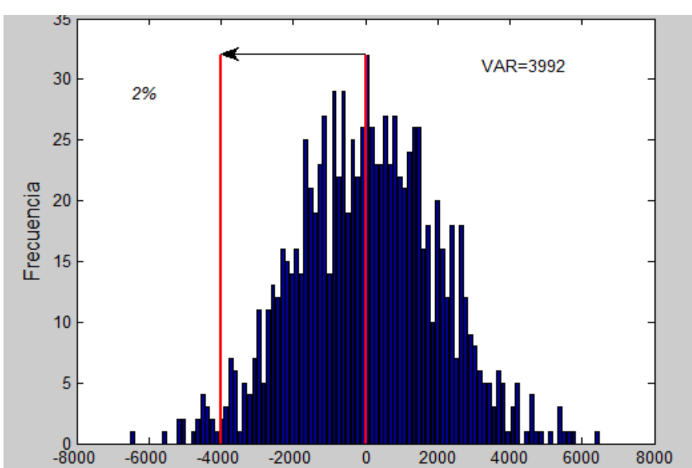


Figura 1 Distribución de frecuencias del cambio en el valor de la inversión, calculado mediante simulación Montecarlo con el método de EWMA. Nivel de confianza: 95%

La Figura 1 muestra el histograma y el VaR(1 día)=3992 para una de las ejecuciones del programa. Esto significa que con una probabilidad del 95% las pérdidas para el día de mañana del portafolio no van a superar los 3,992 pesos. O dicho de otra manera, existe una probabilidad del 5% que mañana se tenga una pérdida superior a los 3,992 pesos.

3628		
3885		
4108		
3859		
4172		
3847		
4108		
4028		
4072		
3391		
3876		
3887		
3917		
3748		
3912		
3895.86667	VAR PROMEDIO EWMA	

Tabla 1

Debido a que el método Monte Carlo es un método paramétrico y que los resultados del valor en riesgo (VaR) cambian cada vez que se ejecuta el programa y esto induce variabilidad, se realizaron 15 ejecuciones distintas del programa y se calculo el promedio de ellas para obtener a un valor en riesgo promedio. (Véase Tabla 1). Por lo que con un 95% de confianza, la pérdida para el día de mañana del portafolio no será superior a un VaR promedio de 3,895.86667 pesos.

MONTECARLO GARCH

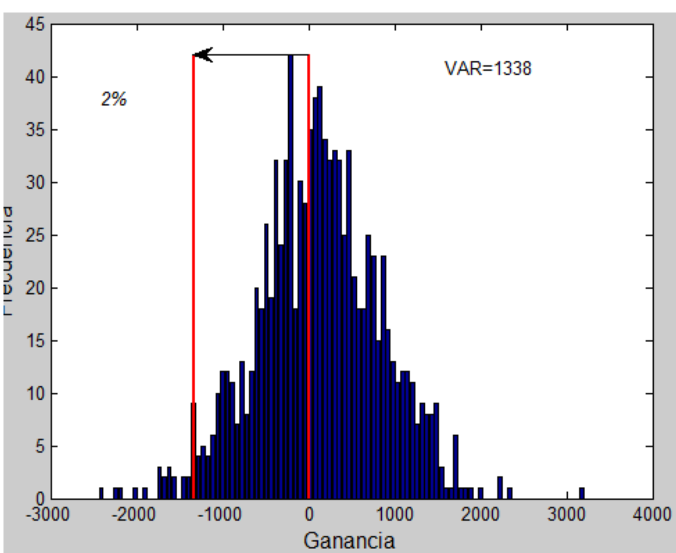


Figura 2: Distribución de frecuencias del cambio en el valor de la inversión, calculado mediante simulación Monte Carlo con el método de GARCH. Nivel de confianza: 95%.

La Figura 2 muestra el histograma y el VaR(1 día)=1,338 pesos. Esto significa que con una probabilidad del 95% las pérdidas del portafolio el día de mañana no van a superar los 1,338 pesos. O en forma alternativa, existe una probabilidad del 5% que mañana se tenga una pérdida del portafolio superior a 1,338 pesos.

1383		
1428		
1401		
1379		
1321		
1463		
1396		
1345		
1240		
1390		
1409		
1480		
1364		
1441		
1389		
1388.6	**VAR PROMEDIO GARCH**	

Tabla 2

Debido a que cada que se ejecuta el programa el resultado del valor en riesgo es distinto, ya que Monte Carlo es un método paramétrico, se procedió a ejecutar 15 veces el programa para converger a una medición estable del VaR (Valor en Riesgo promedio). Por lo que con un 95% de confianza las pérdidas para el día de mañana no van a superar 1,388.6 pesos. (Véase Tabla 2)

DELTA NORMAL

EWMA

DELTA NORMAL CON EWMA					
COV	NIKE	ADIDAS	PUMA		
NIKE	0.000064906	0.0001077880	0.0000118941		
ADIDAS	0.0001077880	0.0003284835	0.00002489617		
PUMA	0.0000118941	0.00002489617	0.000049235		
alpha1=	50000		50000	80000	10000
alpha2=	80000		alpha1	alpha2	alpha3
alpha3=	100000				
varianza(dP)=	11.98725808	31.91704303	3.07874751		
varianza(dP)=	3460601.097				
desviación(dP)=	1860.269093				
El VaR es de	**3059.870364**				

Tabla 3

Utilizando el método paramétrico delta normal y suponiendo que los rendimientos de nuestras acciones tienen una distribución normal se calculó la matriz de covarianzas de cada activo con otro.

Debido a que no se puede calcular la varianza del portafolio como la suma de las varianzas de cada activo, dado que casi siempre existe correlación entre los activos, se procedió a calcular con la siguiente fórmula:

$$[\sigma(\Delta P)]^2 = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \cdots & \alpha_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & cov(1,2) & \cdots & cov(1,n) \\ cov(2,1) & \sigma_2^2 & \cdots & cov(2,n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(n,1) & cov(n,2) & \cdots & \sigma_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix}$$

Ecuación 1 para el cálculo de la varianza del portafolio con el método de Delta Normal.

La varianza calculada del portafolio es de 3´460,601.097. Se calculo la desviación estándar obteniendo un valor de 1,860.269093. Una vez conocida la desviación del portafolio y sabiendo que la media es cero, se puede calcular el VaR(1 día) con un 95% de confianza con un valor de 3,059.870364. Lo que significa que existe una probabilidad del 5% de que el día de mañana el portafolio tenga una pérdida superior a 3,059.87 pesos. (Nótese que el VaR calculado con este método es muy similar al VaR promedio calculado con Monte Carlo).

GARCH

DELTA NORMAL CON GARCH					
COV	NIKE	ADIDAS	PUMA		
NIKE	0.0000520407	0.00000245485	0.00000313		
ADIDAS	0.00000245485	0.0000327763	0.00000733		
PUMA	0.00000313	0.00000733	0.0000183935		
alpha1=	50000		50000	80000	10000
alpha2=	80000		alpha1	alpha2	alpha3
alpha3=	100000				
varianza(dP)=	2.82972387	2.818143891	0.926832278		
varianza(dP)=	459620.9326				
desviación(dP)=	677.9534885				
VAR	**1115.134254**				

Tabla 4

Utilizando el método Delta Normal, se calculó la matriz de varianzas y covarianzas calculadas anteriormente con el modelo GARCH y los parámetros obtenidos mediante la simulación. Se procedió a calcular la varianza del portafolio (con la misma ecuación del Delta Normal para EWMA), obteniéndose una varianza de 459,620.9326. Se obtuvo la desviación estándar del portafolio de 677.9535. De esta manera se calculó el VaR con un nivel de confianza de 95%, por lo que el día de mañana con ese grado de confianza las pérdidas no serán mayores a 1,115.134254 pesos.

CONCLUSIONES

Finalmente podemos observar un sinfín de experiencias y conocimientos aplicados en el proyecto con respecto a la materia de Análisis de riesgos, lo cual era la meta de la asignatura. Se tuvo que idear como llegar al óptimo VaR por medio de los puntuales parámetros de los métodos EWMA y GARCH, los cuales nos apoyaban en obtener covarianzas y varianzas, siendo la nueva receta de este tercer proyecto.

Obteniendo un VaR casi idéntico en Delta Normal y Montecarlo por medio de EWMA (cercano a $3,800), así como el VaR implementando GARCH (cercano a $1,100). La discrepancia entre los Valores de riesgo obtenidos por las dos diferentes técnicas para alcanzar las varianzas y covarianzas reside en la concentración del EWMA en las varianzas utilizadas y en la especialización de los rendimientos en el GARCH (1,1), sin exentar su valiosísima utilidad y sin poner en duda su certeza de cálculo.

Cabría mencionar el excelente y bien adaptado ajuste que tuvo el EWMA en comparación con la realidad, así como el GARCH, calculando con sus varianzas y covarianzas un VaR para el siguiente día muy acertado, dentro de los rangos propuestos por cada uno.

Date	NIKE	Rendimientos	PUMA	Rendimientos	ADIDAS	Rendimientos	Pérdida Real
07/03/2013	55.22		237.25		76.38		
08/03/2013	54.69	-0.009597972	236.9	-0.001475237	76.2	-0.002356638	-833.5813411

Se observa en la columna de pérdidas reales una pérdida de 833.58, siendo una un valor menor al 1,100 y 3,800 (aprox.)

Detectamos la veracidad de los dos métodos utilizados comparados con valores reales. Y con respecto al proyecto pasado, el resultado naciente del EWMA es muy similar a los valores del trabajo #2, los números calculados por GARCH son un poco más bajos, pero hemos visto que aún así son útiles.