# Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана

Факультет «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»

Кафедра «Системы обработки информации и управления»



# Отчет по лабораторной работе №5

# по дисциплине «Методы машинного обучения»

Обучение на основе временных рядов (тема работы)

ИСПОЛНИТЕЛЬ: Пасатюк А.Д. группа ИУ5-23М

ПРЕПОДАВАТЕЛЬ: Гапанюк Ю.А.

Москва, 2023

## Цель работы

Ознакомление с базовыми методами обучения с подкреплением на основе временных различий.

## Задание

На основе рассмотренного на лекции примера реализуйте следующие алгоритмы:

- SARSA
- Q-обучение
- Двойное Q-обучение

для любой среды обучения с подкреплением (кроме рассмотренной на лекции среды Toy Text / Frozen Lake) из библиотеки Gym (или аналогичной библиотеки).

#### Выполнение

Реализуем алгоритм Policy Iteration для среды Toy Text / CliffWalking-v0.

### Код программы:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import gym
from tqdm import tqdm
# ****** БАЗОВЫЙ АГЕНТ
**********
class BasicAgent:
   Базовый агент, от которого наследуются стратегии обучения
   # Наименование алгоритма
   ALGO NAME = '---'
   def __init__(self, env, eps=0.1):
       # Среда
       self.env = env
       # Размерности Q-матрицы
       self.nA = env.action_space.n
       self.nS = env.observation space.n
       # и сама матрица
       self.Q = np.zeros((self.nS, self.nA))
       # Значения коэффициентов
       # Порог выбора случайного действия
       self.eps = eps
       # Награды по эпизодам
       self.episodes reward = []
```

```
def print q(self):
       print('Вывод Q-матрицы для алгоритма ', self.ALGO NAME)
       print(self.Q)
   def get state(self, state):
       Возвращает правильное начальное состояние
       if type(state) is tuple:
           # Если состояние вернулось с виде кортежа, то вернуть только
номер состояния
           return state[0]
       else:
           return state
   def greedy(self, state):
       <<Жадное>> текущее действие
       Возвращает действие, соответствующее максимальному Q-значению
       для состояния state
       return np.argmax(self.Q[state])
   def make action(self, state):
       Выбор действия агентом
       if np.random.uniform(0, 1) < self.eps:</pre>
           # Если вероятность меньше ерз
           # то выбирается случайное действие
           return self.env.action space.sample()
       else:
           # иначе действие, соответствующее максимальному Q-значению
           return self.greedy(state)
   def draw_episodes_reward(self):
       # Построение графика наград по эпизодам
       fig, ax = plt.subplots(figsize=(15, 10))
       y = self.episodes reward
       x = list(range(1, len(y) + 1))
       plt.plot(x, y, '-', linewidth=1, color='green')
       plt.title('Награды по эпизодам')
       plt.xlabel('Номер эпизода')
       plt.ylabel('Награда')
       plt.show()
   def learn(self):
       Реализация алгоритма обучения
       111
       pass
# ******* SARSA
**********
class SARSA Agent(BasicAgent):
   Реализация алгоритма SARSA
   # Наименование алгоритма
   ALGO NAME = 'SARSA'
```

```
def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num_episodes=20000):
       # Вызов конструктора верхнего уровня
       super().__init__(env, eps)
       # Learning rate
       self.lr = lr
       # Коэффициент дисконтирования
       self.gamma = gamma
       # Количество эпизодов
       self.num episodes = num episodes
       # Постепенное уменьшение ерѕ
       self.eps decay = 0.00005
       self.eps threshold = 0.01
   def learn(self):
       Обучение на основе алгоритма SARSA
       self.episodes reward = []
       # Цикл по эпизодам
       for ep in tqdm(list(range(self.num episodes))):
           # Начальное состояние среды
           state = self.get state(self.env.reset())
           # Флаг штатного завершения эпизода
           done = False
           # Флаг нештатного завершения эпизода
           truncated = False
           # Суммарная награда по эпизоду
           tot rew = 0
           # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного
выбора действия
           if self.eps > self.eps threshold:
               self.eps -= self.eps decay
           # Выбор действия
           action = self.make action(state)
           # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
           while not (done or truncated):
               # Выполняем шаг в среде
               next state, rew, done, truncated, = self.env.step(action)
               # Выполняем следующее действие
               next action = self.make action(next state)
               # Правило обновления Q для SARSA
               self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                                       (rew + self.gamma *
self.Q[next state][next action] - self.Q[state][action])
               # Следующее состояние считаем текущим
               state = next state
               action = next_action
               # Суммарная награда за эпизод
               tot rew += rew
               if (done or truncated):
                   self.episodes reward.append(tot rew)
# ****** Q-обучение
**********
class QLearning Agent(BasicAgent):
```

```
, , ,
    Реализация алгоритма Q-Learning
    # Наименование алгоритма
    ALGO NAME = 'Q-обучение'
    def __init__(self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num episodes=20000):
        # Вызов конструктора верхнего уровня
        super().__init__(env, eps)
        # Learning rate
        self.lr = lr
        # Коэффициент дисконтирования
        self.gamma = gamma
        # Количество эпизодов
        self.num episodes = num episodes
        # Постепенное уменьшение ерѕ
        self.eps decay = 0.00005
        self.eps_threshold = 0.01
    def learn(self):
        Обучение на основе алгоритма Q-Learning
        self.episodes reward = []
        # Цикл по эпизодам
        for ep in tqdm(list(range(self.num episodes))):
            # Начальное состояние среды
            state = self.get state(self.env.reset())
            # Флаг штатного завершения эпизода
            done = False
            # Флаг нештатного завершения эпизода
            truncated = False
            # Суммарная награда по эпизоду
            tot_rew = 0
            # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного
выбора действия
            if self.eps > self.eps threshold:
                self.eps -= self.eps decay
            # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
            while not (done or truncated):
                # Выбор действия
                # В SARSA следующее действие выбиралось после шага в среде
                action = self.make action(state)
                # Выполняем шаг в среде
                next state, rew, done, truncated, = self.env.step(action)
                # Правило обновления Q для SARSA (для сравнения)
                # self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                      (rew + self.gamma * self.Q[next_state][next_action] -
self.Q[state][action])
                # Правило обновления для Q-обучения
                self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr * \
                                        (rew + self.gamma *
np.max(self.Q[next state]) - self.Q[state][action])
                # Следующее состояние считаем текущим
                state = next state
                # Суммарная награда за эпизод
                tot rew += rew
```

```
if (done or truncated):
                   self.episodes reward.append(tot rew)
# ****** Двойное Q-обучение
**********
class DoubleQLearning Agent(BasicAgent):
   Реализация алгоритма Double Q-Learning
    # Наименование алгоритма
   ALGO NAME = 'Двойное Q-обучение'
   def init (self, env, eps=0.4, lr=0.1, gamma=0.98, num episodes=20000):
       # Вызов конструктора верхнего уровня
       super(). init (env, eps)
       # Вторая матрица
       self.Q2 = np.zeros((self.nS, self.nA))
       # Learning rate
       self.lr = lr
       # Коэффициент дисконтирования
       self.gamma = gamma
       # Количество эпизодов
       self.num episodes = num episodes
       # Постепенное уменьшение ерз
       self.eps decay = 0.00005
       self.eps threshold = 0.01
   def greedy(self, state):
       <<Жадное>> текущее действие
       Возвращает действие, соответствующее максимальному Q-значению
       для состояния state
       temp q = self.Q[state] + self.Q2[state]
       return np.argmax(temp q)
   def print q(self):
       print('Вывод Q-матриц для алгоритма ', self.ALGO NAME)
       print('Q1')
       print(self.Q)
       print('Q2')
       print(self.Q2)
   def learn(self):
       Обучение на основе алгоритма Double Q-Learning
       self.episodes reward = []
       # Цикл по эпизодам
       for ep in tqdm(list(range(self.num episodes))):
           # Начальное состояние среды
           state = self.get_state(self.env.reset())
           # Флаг штатного завершения эпизода
           done = False
           # Флаг нештатного завершения эпизода
           truncated = False
           # Суммарная награда по эпизоду
           tot rew = 0
           # По мере заполнения Q-матрицы уменьшаем вероятность случайного
выбора действия
           if self.eps > self.eps threshold:
```

```
self.eps -= self.eps decay
            # Проигрывание одного эпизода до финального состояния
            while not (done or truncated):
                # Выбор действия
                # В SARSA следующее действие выбиралось после шага в среде
                action = self.make action(state)
                # Выполняем шаг в среде
                next state, rew, done, truncated, = self.env.step(action)
                if np.random.rand() < 0.5:</pre>
                    # Обновление первой таблицы
                    self.Q[state][action] = self.Q[state][action] + self.lr *
                                             (rew + self.gamma *
self.Q2[next state][np.argmax(self.Q[next state])] -
                                              self.Q[state][action])
                else:
                    # Обновление второй таблицы
                    self.Q2[state][action] = self.Q2[state][action] + self.lr
* \
                                              (rew + self.gamma *
self.Q[next state][np.argmax(self.Q2[next state])] -
                                               self.Q2[state][action])
                # Следующее состояние считаем текущим
                state = next state
                # Суммарная награда за эпизод
                tot rew += rew
                if (done or truncated):
                    self.episodes reward.append(tot rew)
def play_agent(agent):
    Проигрывание сессии для обученного агента
    env2 = gym.make('CliffWalking-v0', render mode='human')
    state = env2.reset()[0]
    done = False
    while not done:
        action = agent.greedy(state)
        next state, reward, terminated, truncated, = env2.step(action)
        env2.render()
        state = next state
        if terminated or truncated:
            done = True
def run sarsa():
    env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = SARSA_Agent(env)
    agent.learn()
    agent.print q()
    agent.draw episodes reward()
    play agent(agent)
def run_q_learning():
    env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = QLearning Agent(env)
    agent.learn()
```

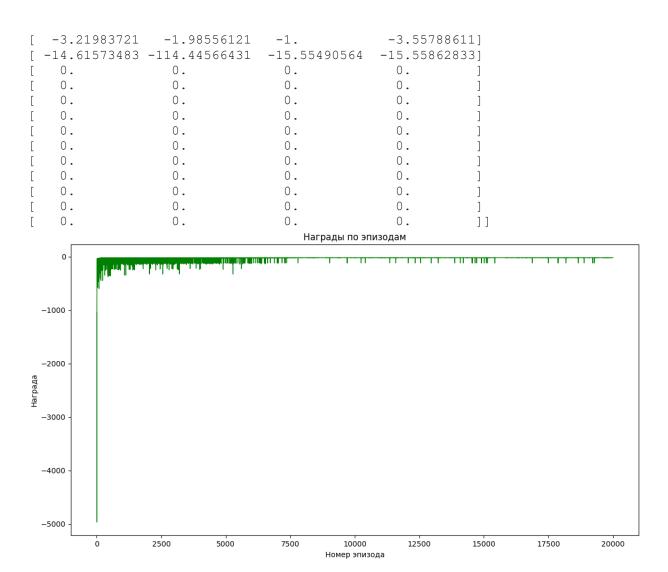
```
agent.print q()
    agent.draw episodes reward()
    play agent(agent)
def run double q learning():
    env = gym.make('CliffWalking-v0')
    agent = DoubleQLearning Agent(env)
    agent.learn()
    agent.print q()
    agent.draw episodes reward()
    play agent(agent)
def main():
    run sarsa()
    #run q learning()
    #run_double_q_learning()
if __name__ == '__main__':
    main()
```

## Результат работы программы для алгоритма SARSA:

```
Вывод Q-матрицы для алгоритма SARSA
[-12.53573138 - 11.56746437 - 13.53437896 - 13.41043807]
[-11.71722625 -10.80098742 -12.57949968 -12.68506624]
 [-10.87506982 -10.0226327 -11.83674168 -11.84720483]
 [-10.06324214 -9.15263012 -11.14644176 -11.24622758]
 [ -9.2638957
                -8.3214858 -10.13247619 -10.31609026]
 \begin{bmatrix} -8.41184622 & -7.47493946 & -9.38277949 & -9.43477108 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} -7.52700726 & -6.61432264 & -8.47462063 & -8.56898341 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} -6.68749719 & -5.75190573 & -5.97075948 & -7.74311114 \end{bmatrix}
 [ -5.76838121 -4.8801391
                              -5.38542232 -6.89952518]
 [-4.859053]
                 -3.88981631 -4.11147429 -6.00114071]
 \begin{bmatrix} -3.97741023 & -3.92299908 & -2.94361401 & -5.05141178 \end{bmatrix}
 [-13.10213026 -13.59260511 -14.93346175 -13.98085216]
 [-12.44448976 -16.06102918 -21.05956151 -16.21328582]
 [-11.71258746 -16.44282548 -22.60262199 -17.97379366]
 [-10.92857112 -16.54726923 -27.94128565 -18.01292031]
 [-10.06642079 -14.41541409 -31.77301912 -15.50879347]
 \begin{bmatrix} -9.2449463 & -13.03968398 & -17.54022433 & -15.81909273 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix} -8.43800259 & -12.22189727 & -17.43712313 & -14.48709245 \end{bmatrix}

    -7.66773696
    -10.64936963
    -20.17556753
    -13.317248331

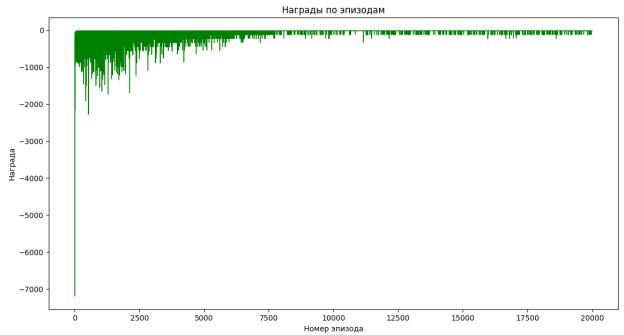
 -7.58229299 -4.06628147 -9.43231586 -8.8110638 l
 Γ
 [ -5.74958669 -3.2180679
                              -6.41517785 -5.743530661
 \begin{bmatrix} -4.09069836 & -2.97814649 & -1.98061493 & -4.026442611 \end{bmatrix}
 [-13.86059037 -14.49072593 -15.71501172 -14.76059843]
 [-13.32765534 -35.70351714 -130.23437341 -21.09892779]
 [-16.61974791 -22.28787276 -124.39785827 -22.99976486]
 [-17.12162905 -23.45401337 -103.69041681 -20.61361946]
 [-15.71849053 -24.68171503 -112.82483424 -24.0780417]
 [-14.05281921 -23.18034032 -110.24408909 -30.20507334]
 [-13.75845418 -20.73110067 -105.00397236 -18.044477]
 [-11.75974424 -25.10064777 -117.57980328 -17.02139791]
 [ -10.68171105 -19.80971604 -103.11682722 -14.68457968]
   -6.34285232 -20.54998233 -119.39813729 -14.62394801]
 ſ
                -1.98349247 -130.27737235 -27.56451153]
   -6.56139827
```



## Результат работы программы для алгоритма Q-обучение:

```
Вывод Q-матрицы для алгоритма
                                 Q-обучение
[[ -12.45270397
                 -12.3044813
                                 -12.30313661
                                                -12.37444341]
  -11.94528463
                  -11.54846627
                                 -11.54850084
                                                -12.65160216]
                  -10.76413164
                                 -10.76413048
                                                -11.965585771
 Γ
   -11.36513741
                   -9.96342817
                                  -9.96342842
                                                -11.401145991
   -10.6956063
                                                -10.733849391
    -9.94465234
                   -9.14635911
                                  -9.14635912
                                  -8.31261184
    -9.10583371
                   -8.31261184
                                                 -9.924268651
    -8.3014061
                   -7.46184886
                                  -7.46184886
                                                 -9.103137581
    -7.45439753
                   -6.59372334
                                  -6.59372334
                                                 -8.298736031
    -6.57977369
                   -5.70788096
                                  -5.70788096
                                                 -7.40531547]
    -5.69685138
                   -4.80396016
                                                 -6.57994263]
                                  -4.80396016
                   -3.881592
                                                 -5.69826102]
    -4.78366593
                                  -3.881592
    -3.87322555
                   -3.8563188
                                  -2.9404
                                                 -4.78174766
   -13.03838437
                  -11.54888054
                                 -11.54888054
                                                -12.31767499]
   -12.31681597
                  -10.76416381
                                 -10.76416381
                                                -12.31789481]
   -11.5487584
                   -9.96343246
                                  -9.96343246
                                                -11.54888046]
   -10.76414587
                   -9.14635966
                                  -9.14635966
                                                -10.76416368]
    -9.96342819
                   -8.31261189
                                  -8.31261189
                                                 -9.9634323 ]
    -9.14635925
                   -7.46184887
                                  -7.46184887
                                                 -9.14635965]
    -8.31261184
                   -6.59372334
                                  -6.59372334
                                                 -8.31261189]
                   -5.70788096
 [
    -7.46184885
                                  -5.70788096
                                                 -7.46184887]
    -6.59372333
                   -4.80396016
                                  -4.80396016
                                                 -6.59372333]
 [
 Γ
    -5.70788095
                   -3.881592
                                  -3.881592
                                                 -5.707880961
```

```
-4.80396015
                 -2.9404
                                -2.9404
                                                -4.803960161
  -3.881592
                 -2.9404
                                -1.98
                                                -3.881592
Γ
 -12.31790293
                 -10.76416381 -12.31790293
                                               -11.548880541
 -11.54888054
                 -9.96343246 -111.31790293
                                              -11.548880541
  -10.76416381
                 -9.14635966 -111.31790293
                                              -10.764163811
   -9.96343246
                 -8.31261189 -111.31790293
                                               -9.963432461
                 -7.46184887 -111.31790293
   -9.14635966
                                                -9.146359661
   -8.31261189
                 -6.59372334 -111.31790293
                                                -8.312611891
                 -5.70788096 -111.31790293
                                                -7.461848871
   -7.46184887
                 -4.80396016 -111.31790293
   -6.59372334
                                                -6.59372334]
                              -111.31790293
  -5.70788096
                 -3.881592
                                               -5.707880961
   -4.80396016
                 -2.9404
                               -111.31790293
                                                -4.803960161
   -3.881592
                 -1.98
                               -111.31790293
                                                -3.881592
   -2.9404
                 -1.98
                                -1.
                                                -2.9404
                               -12.31790293
  -11.54888054 -111.31790293
                                               -12.317902931
                                  0.
                                                 0.
                   0.
    0.
                   0.
                                  0.
                                                 0.
    0.
                   0.
                                  0.
                                                 0.
    0.
                   0.
                                  0.
                                                 0.
                   0.
                                  0.
                                                 0.
[
                   0.
                                                 0.
[
                   0.
                                                 0.
[
                   0.
                                                 0.
[
                                                            ]
[
                   0.
                                                 0.
                                                            ]
                   0.
                                                 0.
                                                            ]
Γ
                                                            ]]
```



# Результат работы программы для алгоритма двойное Q-обучение:

```
Двойное Q-обучение
Вывод Q-матриц для алгоритма
01
[[ -20.24893287
                 -12.42113121
                               -20.4598979
                                              -22.096431581
  -18.37088166
                 -14.88602271
                               -11.54889228
                                              -20.137140441
  -14.60492691
                 -20.4646009
                               -10.76464702
                                              -16.79268653]
  -18.0067942
                 -10.13625225
                                -9.12440379
                                              -13.78612599]
  -10.86500247
                  -9.16407886
                               -12.95083805
                                              -18.39174401]
                  -8.31262931
    -9.9686973
                                              -10.695014271
                                -8.3949891
                  -7.59083722
                                               -9.67052011]
   -8.3551094
                                -7.46184895
                                               -8.30314786]
    -7.43643878
                  -6.59375135
                                -7.187719
 -5.70788096
    -6.63314037
                  -6.95706163
                                               -7.31245025]
 -5.68262692
                  -5.71506012
                                -5.85322386
                                               -6.11543893]
```

```
-5.08493959
                 -3.88111234
                               -3.62852598
                                             -5.629345311
 [ -3.80633858
                 -3.66819364
                               -2.94042119
                                             -5.190082591
 [ -13.74740423
                -11.54888054
                              -11.72003728
                                            -12.464061781
 [ -12.32124895
                -10.76416381 -10.76453926
                                            -12.321765411
                 -9.96353081
                               -9.96343246
 [ -11.54925187
                                            -11.548950481
 [ -19.76179207
                 -9.75866866
                               -9.14635966 -11.26247268]
 [-10.41258869]
                 -8.31261189
                               -8.31030792 -10.16074892]
   -9.21377726
                 -7.46184887
                               -7.50017907
                                             -9.636788751
 ſ
                               -6.59407776
   -8.31276334
                 -6.59372334
                                             -8.31275968]
 Γ
   -7.46238245
                 -5.70788096
                               -5.70809777
                                             -7.46185484]
 ſ
   -6.59373967
                 -5.1584056
                               -4.80396016
                                             -6.5937367 1
   -6.89238334
                 -3.87469223
                               -3.881592
                                             -5.67149436]
   -5.62632295
                 -2.9404
                               -2.98272293
                                             -5.45125187]
                 -2.9382792
                                             -3.84496327]
   -3.83971848
                               -1.98
 [-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054]
 [-11.54888054]
                -9.96343246 -111.31790293 -11.54888054]
 [-10.76416381]
                 -9.14635966 -111.31790293 -10.76416381]
 Γ
   -9.96343246
                -8.31261189 -111.31790293 -9.96343246]
 Γ
   -9.30267827
                -7.46184887 -111.31790293
                                           -9.14635966]
   -8.31261189
                -6.59372334 -111.31790293 -8.31261189]
 [
   -7.46184887
                -5.70788096 -111.31790293 -7.46184887]
 Γ
   -6.59372334
                -4.80396016 -111.31790293 -6.59372334]
 Γ
   -5.70788096
                 -3.881592 -111.31790293
                                            -5.707880961
 Γ
                 -2.9404
                             -111.31790293
   -5.05548322
                                             -4.80396016]
 Γ
                 -1.98
   -3.881592
                             -111.31790293
                                             -3.881592 ]
 Γ
   -2.9404
                 -1.98
                               -1.
                                             -2.9404
 ſ
  -11.54888054 -111.31790293
                              -12.31790293 -12.31790293]
 ſ
                                0.
                  0.
                                              0.
 Γ
                                                        1
                                0.
                   0.
                                               0.
                                                        1
 Γ
    0.
                                               0.
                   0.
                                0.
                                                        1
 [
    0.
                                              0.
                   0.
                                0 .
 [
                                                        1
     0 .
                  0.
                                0.
                                              0 .
                                                        1
 ſ
    0.
                  0.
                                0 .
                                              0 .
                                                        1
 ſ
    0.
                                              0.
                  0.
                                0.
                                                        ]
 [
    0.
                  0.
                                0.
                                               0.
                                                         1
 [
    0.
                  0.
                                0.
                                               0.
                                                         ]
 ſ
    0.
                  0.
                                0.
                                               0.
                                                         ]
 [
                                0.
                                               0.
 [
     0.
                  0.
                                                         ]]
02
                -12.50184646 -21.23338956 -19.91619608]
[[ -23.7794868
  -16.07657826
               -16.79118781
                              -11.54895166
                                            -21.75233315]
  -18.16627066
                -13.60260676
                              -10.76418727
                                            -14.71341602]
   -13.82659066
                -10.15568303
                              -18.99368237
                                            -14.3879406 ]
   -12.20373337
                 -9.1484039
                              -10.13462005
                                            -13.05977619]
 Γ
   -9.46884918
                 -8.31267166
                               -9.29186642
                                            -11.62374269]
 [
   -8.52677264
                  -7.67627448
                               -7.46184888
                                             -9.19779521]
    -7.60739356
                 -6.59374755
                               -6.68174306
 Γ
                                             -8.415972171
   -6.52571059
                 -6.64111144
                               -5.70788098
                                              -7.433101651
 [
   -6.21587359
                 -4.801829
                               -4.83733421
                                             -5.8595572 ]
 Γ
                 -3.88200137
                               -4.77479504
 Γ
   -4.60298275
                                             -6.21674975]
 Γ
   -3.55357628
                 -3.56214998
                               -2.94039854
                                             -4.19613069]
 Γ
  -13.78295523
                -11.54888054
                              -11.8244807
                                            -12.37383918]
 Γ
  -12.33892703
                -10.76416381
                              -10.76466349
                                            -12.32039733]
  -11.55323295
                 -9.96376201
                               -9.96343246
                                            -11.54982109]
 [-11.64083689]
                 -9.22941258
                               -9.14635966
                                            -10.78132408]
                                            -10.206693491
 [-10.41648719]
                 -8.31261189
                               -8.47180742
                               -7.46274967
                                             -9.149672471
   -9.18916849
                 -7.46184887
 Γ
                               -6.59421545
   -8.31299411
                 -6.59372334
                                             -8.316695981
 Γ
                                             -7.462014971
   -7.46228557
                 -5.70788096
                               -5.70808101
 Γ
   -6.59371338
                 -4.803963
                               -4.80396016
                                             -6.593723181
 Γ
   -6.63021649
                 -4.13422389
                               -3.881592
                                             -5.650929161
 Γ
   -4.59198203
                 -2.9404
                               -2.93707598
                                             -4.2432909 1
Γ
   -3.87025928
                 -2.9305449
                               -1.98
                                             -3.96291
Γ
 [-12.31790293 -10.76416381 -12.31790293 -11.54888054]
```

```
[-11.54888054]
                  -9.96343246 -111.31790293
                                               -11.548880541
  -10.76416381
                  -9.14635966 -111.31790293
                                               -10.764163811
                                                 -9.963432461
   -9.96343246
                  -8.31261189 -111.31790293
   -9.14635966
                  -7.46184887 -111.31790293
                                                 -9.146359661
                  -6.59372334 -111.31790293
   -8.31261189
                                                 -8.31261189]
                                                 -7.461848871
   -7.46184887
                  -5.70788096 -111.31790293
                                                 -6.593723341
   -6.59372334
                  -4.80396016 -111.31790293
   -5.70788096
                  -3.881592
                               -111.31790293
                                                 -5.70788096]
   -4.80396016
                  -2.9404
                               -111.31790293
                                                 -4.803960161
   -3.92323849
                  -1.98
                               -111.31790293
                                                 -3.881592
                  -1.98
                                 -1.
   -2.9404
                                                 -2.9404
                                                -12.31790293]
  -11.54888054 -111.31790293
                                -12.31790293
                                  0.
                   0.
                                                  0.
    0.
                   0.
    0.
                                                  0.
                                   0.
    0.
                   0.
                                  0.
                                                  0.
                   0.
                                   0.
                                                  0.
                   0.
                                   0.
                                                  0.
                   0.
                                   0.
                                                  0.
                   0.
                                   0.
                                                  0.
                   0.
                                                  0.
                                                             ]
[
                   0.
                                                  0.
                                                             ]
[
    0.
                   0.
                                                  0.
                                                             ]
[
    0.
                                                  0.
                                                             ]]
```



