

Задача 1

При написании программы нельзя использовать готовые функции для расчета норм, матричного разложения и решения СЛАУ кроме случаев, когда это явно описано.

Напишите программу для решения СЛАУ $Ax = f$, $A = A^T > 0$ методом Холецкого. Требования к программе:

1. Программа содержит функцию, принимающую на вход матрицу $A = A^T$ и правую часть f .
2. Внутри функции нужно вычислить матрицу: $A = LL^T$ (Аристова "Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ" стр. 40)
3. Решить систему
4. Программа должна выводить матрицу L и x .
5. Программа должна выводить норму разницы между полученным решением и полученным с помощью *np.linalg.solve* или аналогичной функции решения СЛАУ.

Задача 2

При написании программы нельзя использовать готовые функции для расчета норм, матричного разложения и решения СЛАУ кроме случаев, когда это явно описано.

Напишите программу для решения СЛАУ $Ax = f$, $A = A^T > 0$ МПИ. Требования к программе:

1. Программа содержит функцию, принимающую на вход матрицу A и правую часть f , итерационный параметр τ и критерий остановки для нормы невязки. Программа должна возвращать решение и значения норм невязки для каждой итерации. Остановка должна происходить при норме невязки меньше критерия остановки.
2. Программа должна вычислять оценку собственных чисел с помощью кругов Гершгорина и вычислять собственные числа с помощью метода Крылова (1), а также вычислять собственные числа с помощью *np.linalg.eig* или аналогичной функции нахождения собственных чисел (2).
3. Программа должна вычислять решение при произвольном τ , оптимальном τ полученных с помощью (1) и оптимальном τ полученных с помощью (2).
4. Программа должна выводить нормы разницы между 3-мя приближенными решениями и точным полученным с помощью *np.linalg.solve* или аналогичной функции решения СЛАУ.
5. Программа должна строить график зависимости нормы невязки от номера итерации для всех значений итерационного параметра τ .

Разрешено использовать *np.linalg.solve* или аналогичной функции решения СЛАУ при нахождении коэффициентов характеристического уравнения в методе Крылова (хотя было бы хорошо увидеть использование метода Холецкого из Задание 1). Решение характеристического уравнения необходимо реализовать одним из известных численных методов

Варианты задач для задач 1 и 2

1.

$$a_{ij} = \frac{10}{i+j-1}; \quad f_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}; \quad n = 6$$

2.

$$a_{ii} = 2 + \frac{1}{n^2}; \quad a_{i,i-1} = a_{i,i+1} = -1; \quad a_{1n} = a_{n1} = -1; \quad f_i = \left(1 + n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}\right) \sin \frac{2\pi(i-1)}{n}; \quad n = 6$$