



# Исследование магнитного резонанса азотно-вакансионного центра окраски в алмазе методом дисперсионного измерения

Выпускная квалификационная работа магистра

Студент-дипломник: Козодаев А. М.  
Руководитель работы: д.ф.-м.н., Акимов А. В.  
Консультант: к.ф.-м.н., Сошенко В. В.

# Цель и задачи работы

**Цель** - исследование метода дисперсионного считывания магнитного резонанса азотно-вакансионного (NV) центра окраски в алмазе для применения в квантовой магнитометрии.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие **задачи**:

1. Построить теоретическую модель взаимодействия микроволнового резонатора с ансамблем NV центров с внешним полем.
2. Провести оценку чувствительности NV магнитометра с использованием метода дисперсионного измерения к измерению частоты магнитного резонанса.

# Мотивация

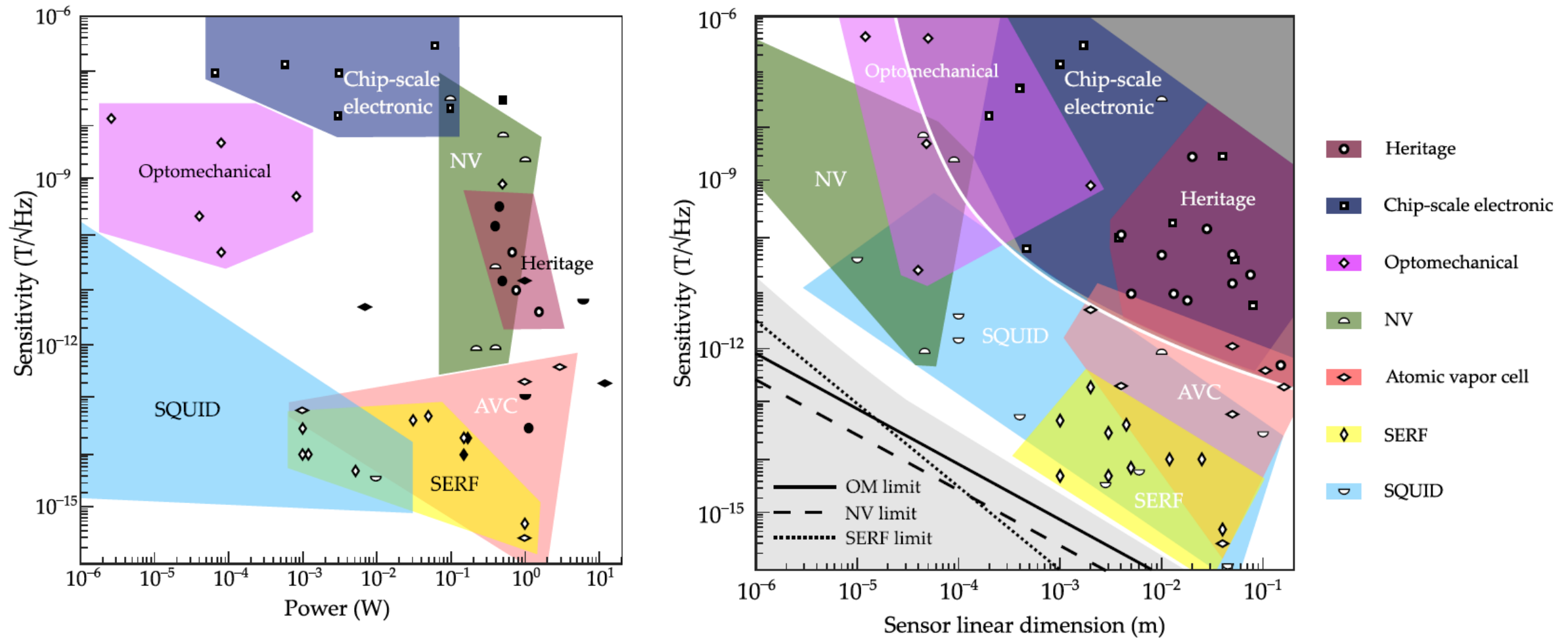


Рис.1. Зависимость чувствительности прибора от размера чувствительного элемента и мощности, потребляемой чувствительным элементом. Взято из [1]

# Азотно-вакансионный (NV) центр окраски в алмазе

Преимущества NV:

- Возможность векторного измерения магнитного поля
- Малые размеры прибора
- Одно из самых длинных времён когерентности электронного спина ( $T_2 = 1.8$  мс) в твердотельных системах при комнатной температуре.

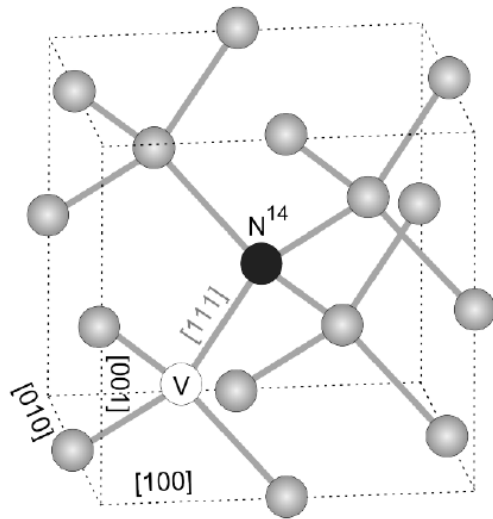


Рис.2. NV центр в алмазе

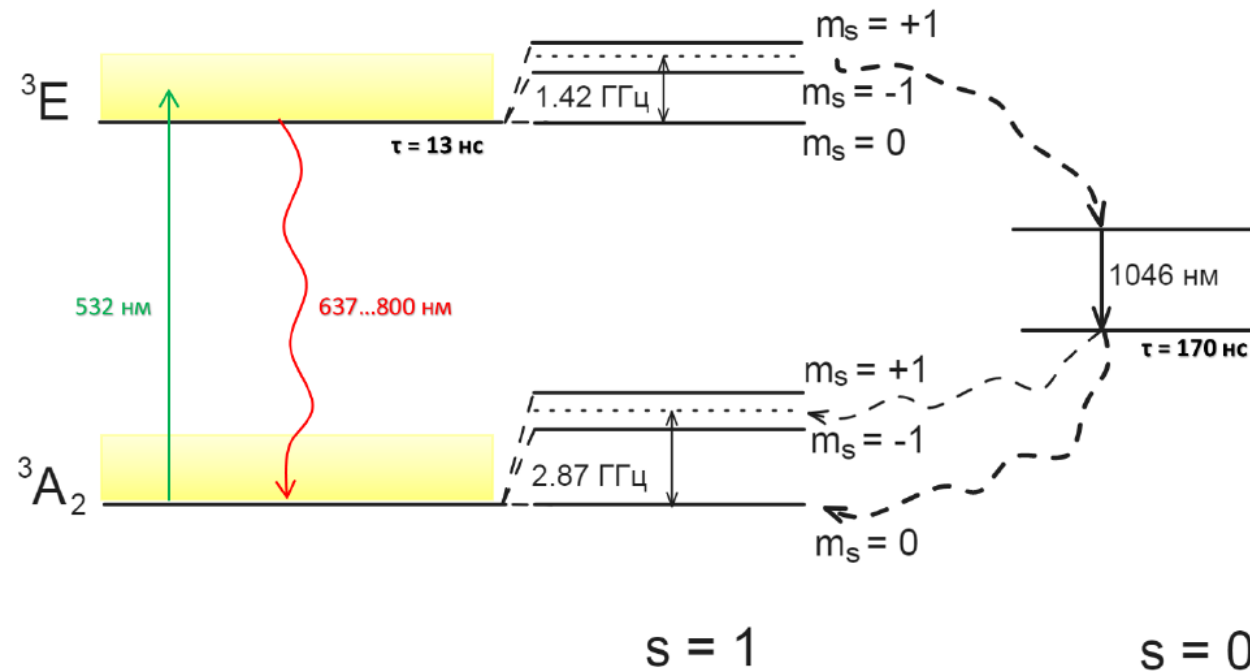


Рис.3. Система энергетических уровней NV --центра при комнатной температуре.

Жёлтые полосы - фононное уширение. Зелёная стрелка - оптическая накачка. Красная стрелка - флюоресценция. Чёрная стрелка- излучение фотона в ИК диапазоне. Чёрные волнистые стрелки - переход без излучения.

# Оптически детектируемый магнитный резонанс

Чувствительность магнитометра на основе ОДМР  $\eta = \frac{4}{3\sqrt{3}} \frac{h}{g_e \mu_B} \frac{\Delta\nu}{C\sqrt{R}}$  (1)

$\Delta\nu$  - ширина линии спектра ОДМР,  $C$  – контраст, определяется как  $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max}}$ ,

Параметр насыщения (s-параметр) — описывает зависимость интенсивности люминесценции от мощности оптического возбуждения,  $R$  – число фотонов флюоресценции за 1 с.

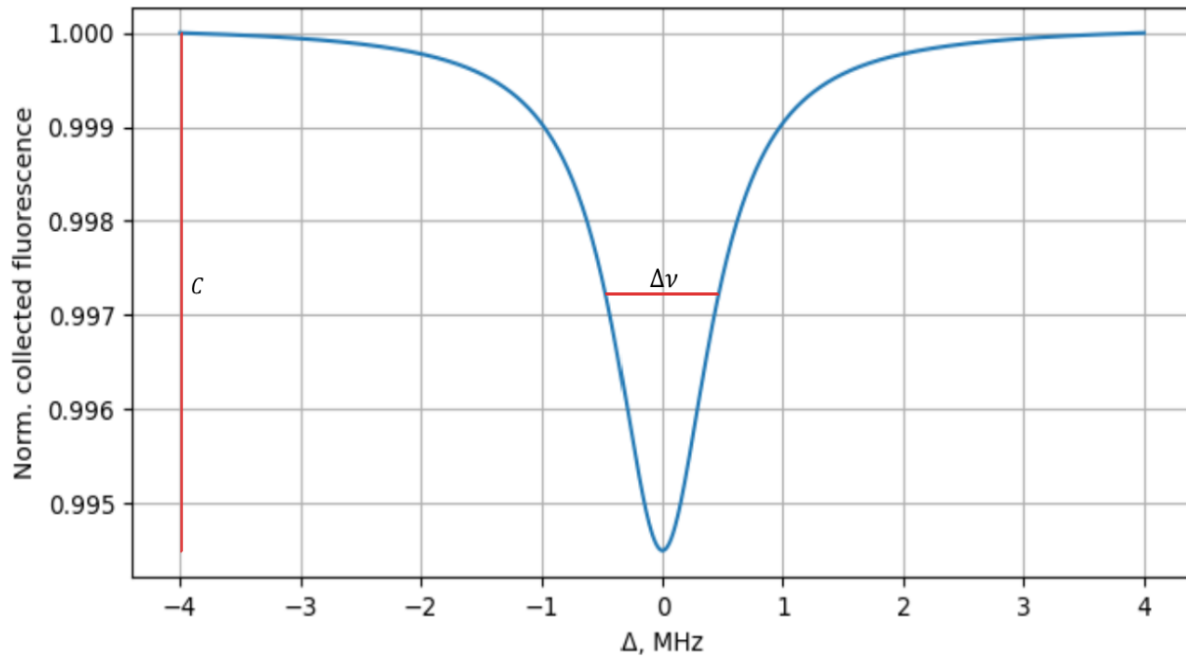


Рис.4. Спектр ОДМР ( $\Omega_R = 10 \text{ kHz}$ ,  $s = 0.001$ ).

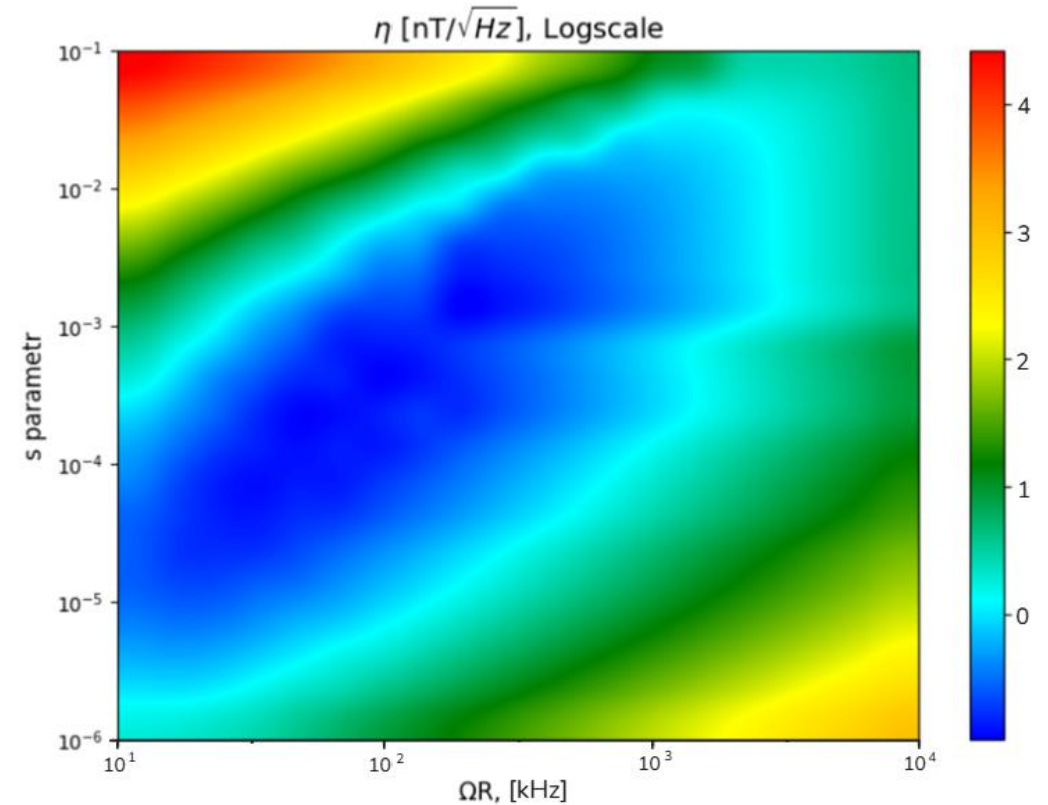


Рис.5. Зависимость чувствительности от параметра насыщения и частоты Раби.

# Дисперсионное считывание

[3] – Предложен дисперсионный метод для атомов Ридберга в резонаторе.

[4] – Экспериментальная установка магнитометра с чувствительностью  $9.7 \text{ }^{\text{pT}}/\sqrt{\text{Hz}}$ , где кристалл сапфира также является резонатором.

[5] – Магнитометр с ожидаемой чувствительностью  $3.2 \text{ }^{\text{pT}}/\sqrt{\text{Hz}}$

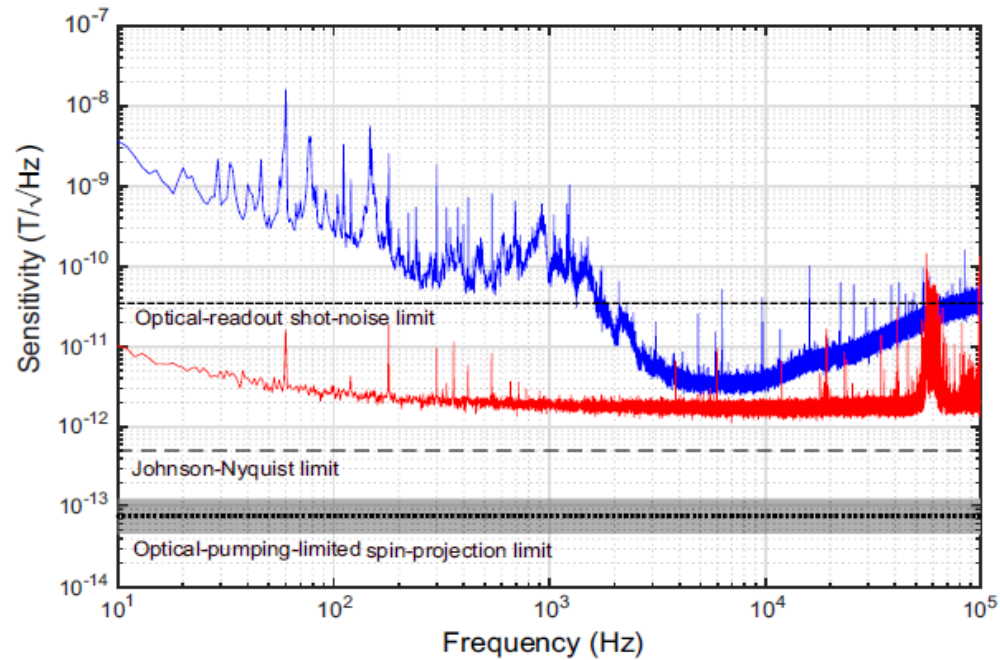


Рис.6. Спектральная ожидаемая чувствительность магнитометра (синий), шум электроники (красный). Взято из [5].

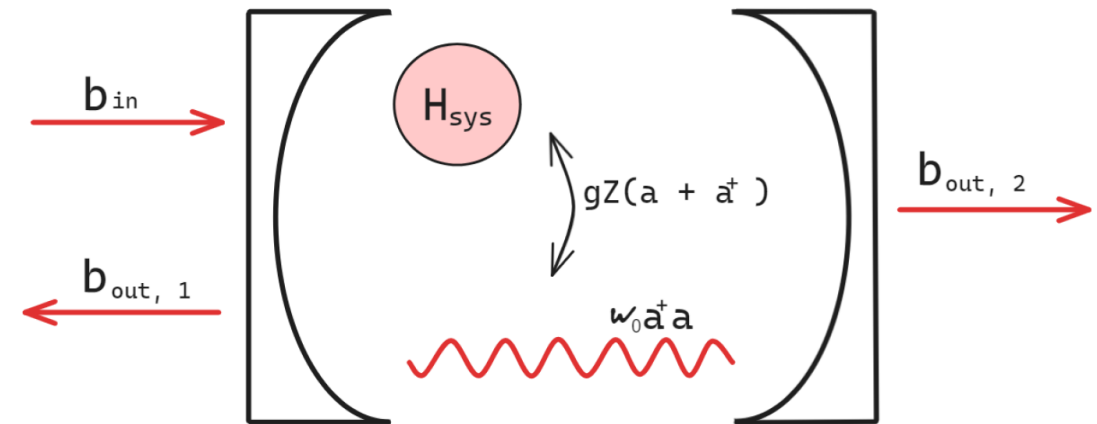


Рис.7. Резонатор, связанный с входящими/выходящими модами, а также с квантовой системой, находящейся внутри;  $b_{in}$ ,  $b_{out,1}$ ,  $b_{out,2}$  – падающее, отражённое и прошедшее поле соответственно.

[3] M. Brune, et. al. “Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity”, Phys. Rev. Let., mar 1996

[4] R. Wilcox, E. Eisenach, et. al. “Thermally Polarized Solid-State Spin Sensor”, Phys. Rev. A, apr 2022

[5] E. Eisenach, J. Barry, et. al. “Cavity-enhanced microwave readout of a solid-state spin sensor”, Nature, 2021

# Аналитическая модель

$$H = H_{sys} + H_{cav} + H_{ex} + H_{I1} + H_{I2} = \frac{\omega_{sys}}{2} \sigma_z + \omega_{cav} a^+ a + \sum_k \omega_k b_k^+ b_k + \sum_k \gamma_k (b_k^+ a + a^+ b_k) + gZ(a + a^+) \quad (2)$$

$\omega_{sys}$  - частота перехода между магнитными подуровнями  $m_s = 0$  и  $m_s = -1$  основного состояния NV центра.

$\omega_{cav}$  - частота моды резонатора,  $a^+, a$  – операторы рождения/уничтожения фотонов в моде резонатора.

$\omega_k$  - частота k моды внешнего поля,  $b_k^+, b_k$  – операторы рождения/уничтожения фотонов в k моде внешнего поля.

$g$  – коэффициент связи NV с резонатором.  $Z$  – оператор связи, действующий на NV.

Задача – получить выражения для коэффициентов пропускания и отражения  $t = \frac{b_{out,2}}{b_{in,1}}, r = \frac{b_{out,1}}{b_{in,1}}$  соответственно.

$$\dot{a} = -i\omega_{cav}a - igZ - \frac{\kappa}{2}a - \sum_v b_{in,v} \sqrt{\kappa_v} \quad (3)$$

Далее рассматриваем (3) в классическом пределе:  $a \equiv \langle a \rangle_t$  и  $Z \equiv \langle Z \rangle_t$

$$Z_t = Z_t^{(0)} - ig \int_{t_0}^t d\tau \text{Tr} \left( [\tilde{Z}(t, \tau), Z(t)] \rho_0(\tau) \right) (a_\tau^* + a_\tau) = Z_t^{(0)} + g \int_{t_0}^t d\tau \chi(t, \tau) (a_\tau^* + a_\tau) \quad (4)$$

$$\text{Восприимчивость: } \chi(t, \tau) = -i \langle [\tilde{Z}(t, \tau), Z_t] \rangle_0 \theta(t - \tau) \quad (5)$$

# Аналитическая модель

Нас интересует зависимость коэффициентов пропускания и отражения от частоты внешнего поля, выполним Фурье – преобразование:

$$Z_{\omega} = g\chi_{\omega}(a_{\omega} + a_{-\omega}^*) \quad (6)$$

$$i(\omega - \omega_{cav})a_{\omega} - ig^2\chi_{\omega}a_{\omega} - \frac{\kappa}{2}a_{\omega} = \sum_{\nu} b_{in,\nu}\sqrt{\kappa_{\nu}} \quad , \quad b_{out,\nu} - b_{in,\nu} = \sqrt{\kappa_{\nu}}a_{\omega} \quad (7)$$

Использованы следующие приближения:

- Резонатор не обладает памятью (Марковское приближение)
- $\kappa, |\omega - \omega_{cav}|, g^2 Re(\chi_{\omega}) \ll \omega_{cav}$

Теперь мы можем получить выражения для коэффициентов пропускания и отражения:

$$t = \frac{b_{out,2}}{b_{in,1}} = \frac{i\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}{\omega_{cav} - \omega + g^2\chi_{\omega} - i\frac{\kappa}{2}} \quad (8)$$

$$r = \frac{b_{out,1}}{b_{in,1}} = 1 + \frac{i\kappa_1}{\omega_{cav} - \omega + g^2\chi_{\omega} - i\frac{\kappa}{2}} \quad (9)$$

Из полученных выражений мы можем найти величину дисперсионного сдвига, т.е. сдвиг эффективной частоты резонатора:

$$\omega_{cav-eff} = \omega_{cav} + g^2\chi_{\omega} - i\frac{\kappa}{2} \rightarrow Re(\omega_{cav-eff}) = \omega_{cav} + g^2Re(\chi_{\omega}) \quad (10)$$



# Численный расчёт населённостей

Явный вид функции линейного отклика: 
$$\chi_{\omega} = \sum_{m,n} \frac{(p_m - p_n) |Z_{mn}|^2}{\omega + E_m - E_n + i \frac{\gamma_{mn}}{2}} \quad (11)$$

Для поиска населённостей будем решать уравнение на матрицу плотности: 
$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \sum_j L_j \rho L_j^\dagger - \frac{1}{2} \{L_j^\dagger L_j, \rho\} \quad (12)$$

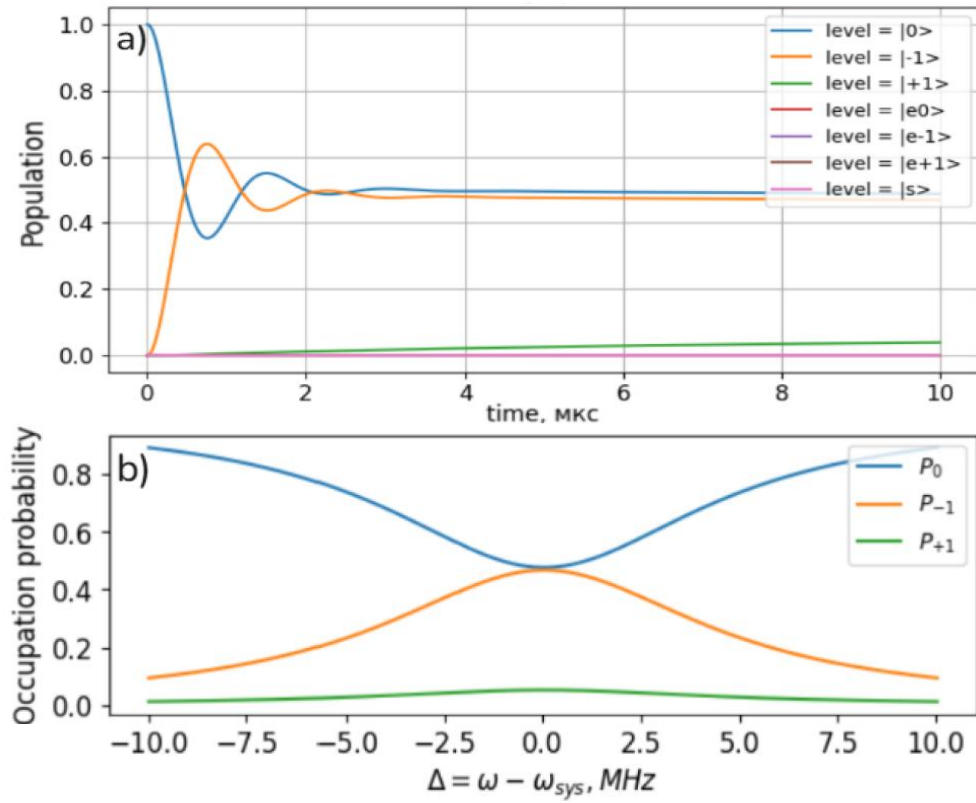


Рис.8. а) Зависимость населённости уровней от времени (численное решение (12)); б) Зависимость стационарных населённостей от частоты внешнего поля.

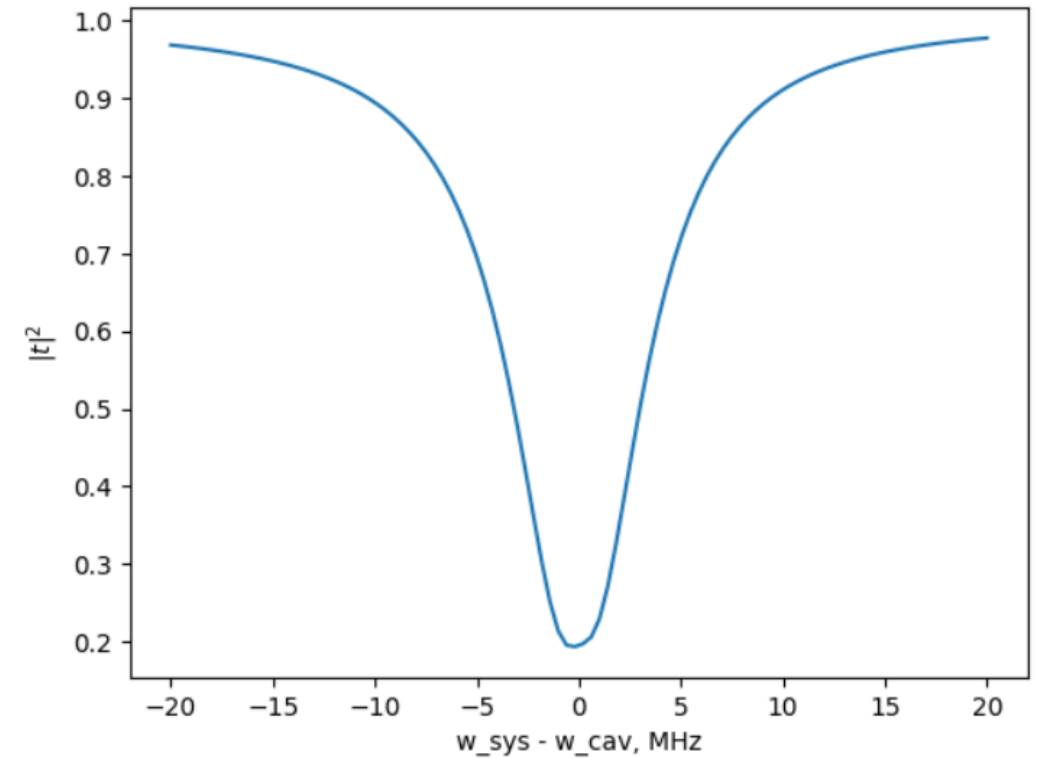


Рис.9. Зависимость коэффициента пропускания  $|t|^2$  от частоты системы.

# 2 моды

Метод для улучшения считывания частоты системы в резонаторе - резонатор с двумя геометрически ортогональными модами.

Коэффициент пропускания резонатора  $S_{21} = \frac{b_{2,out}}{b_{1,in}}$  из моды 1 в моду 2:

$$S_{21} = \frac{(g_1 g_2 \chi_\omega + i\mu)\sqrt{\kappa_1 \kappa_2}}{\left(i(\omega_{ex} - \omega_1) - i g_1^2 \chi_\omega - \frac{1}{2} \kappa_1\right) \left(i(\omega_{ex} - \omega_2) - i g_2^2 \chi_\omega - \frac{1}{2} \kappa_2\right) + g_1^2 g_2^2 \chi_\omega^2 + \mu^2} \quad (13)$$

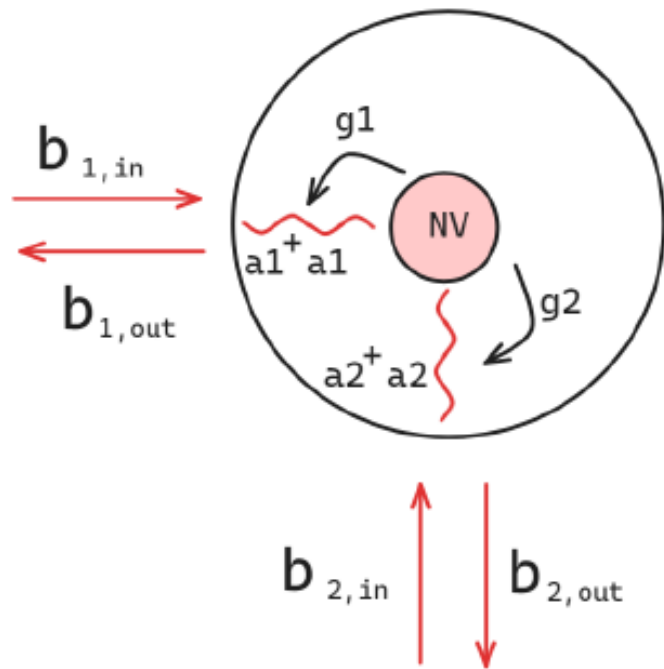


Рис.10. Схема резонатора с ортогональными модами.

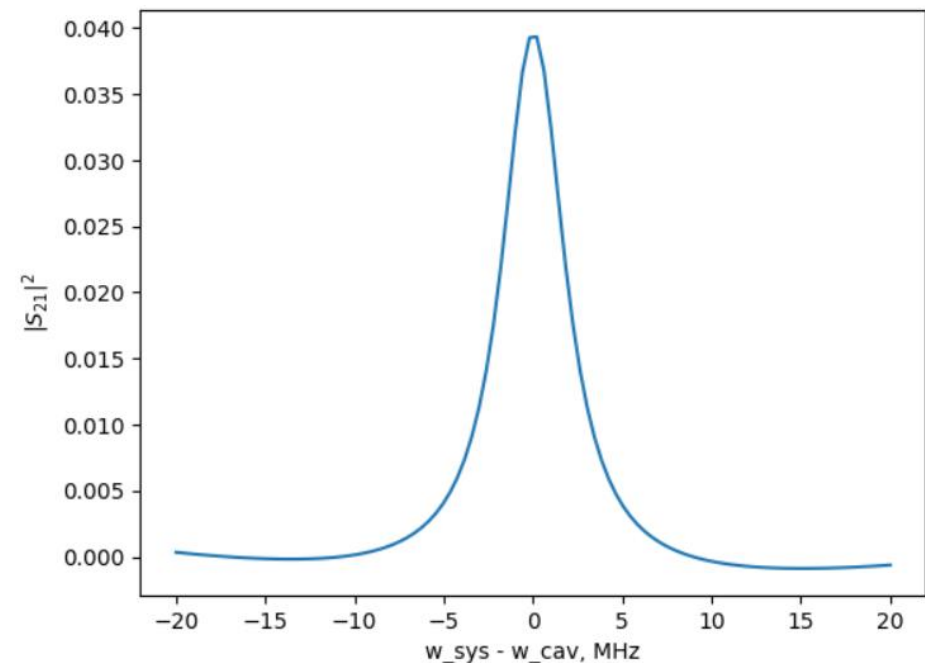


Рис.11. Зависимость коэффициента пропускания  $|S_{21}|^2$  от частоты внешнего поля  $\omega_{ex}$  и частоты резонатора  $\omega_{cav}$ .

# Дробовой шум

Измеряемой величиной является изменение фазы сигнала, прошедшего через резонатор. Для её считывания используется квадратурный демодулятор, который вносит основные ошибки.

$$\delta\phi = N^{-1/4} * 10^{NF/20}$$

$$N = \frac{TP_{in}\tau}{\hbar\omega_c}$$

$$\delta\omega = \delta\phi \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)^{-1} = 10^{NF/20} * \left( \frac{TP_{in}\tau}{\hbar\omega_c} \right)^{-1/4} \left( \frac{d\phi}{d\omega} \right)^{-1} \quad (14)$$

$$\delta B = \delta\omega/\gamma \quad (15)$$

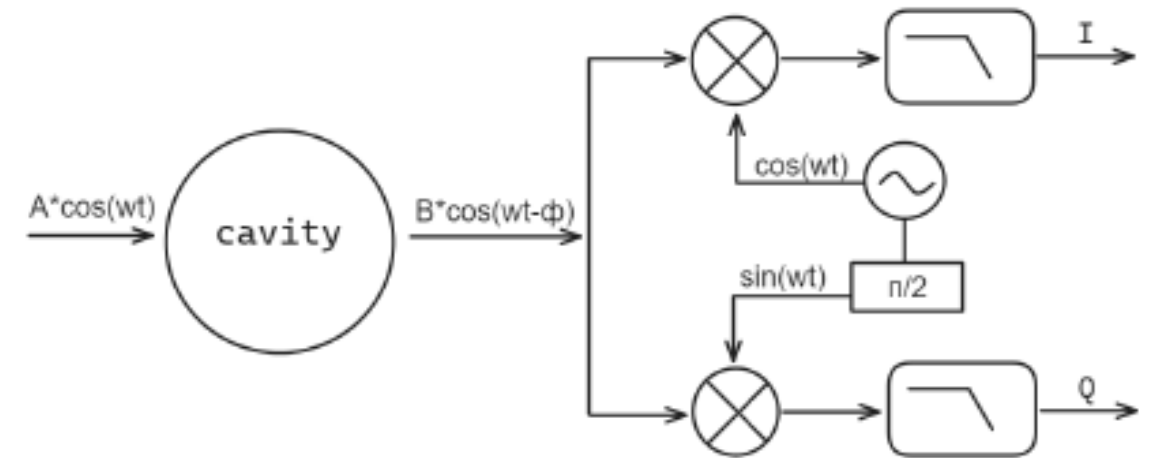


Рис.12. Схема работы квадратурного демодулятора.

Параметры нашей системы:

NF = 13 dB,  $\tau = 1$  s,  $P_{in} = 4$  W,  $\omega_c = 2.8$  GHz

# Чувствительность

Минимальная абсолютная чувствительность по дробовым шумам для случая с 1 модой 177 pT, для 2 модового случая 8 pT.

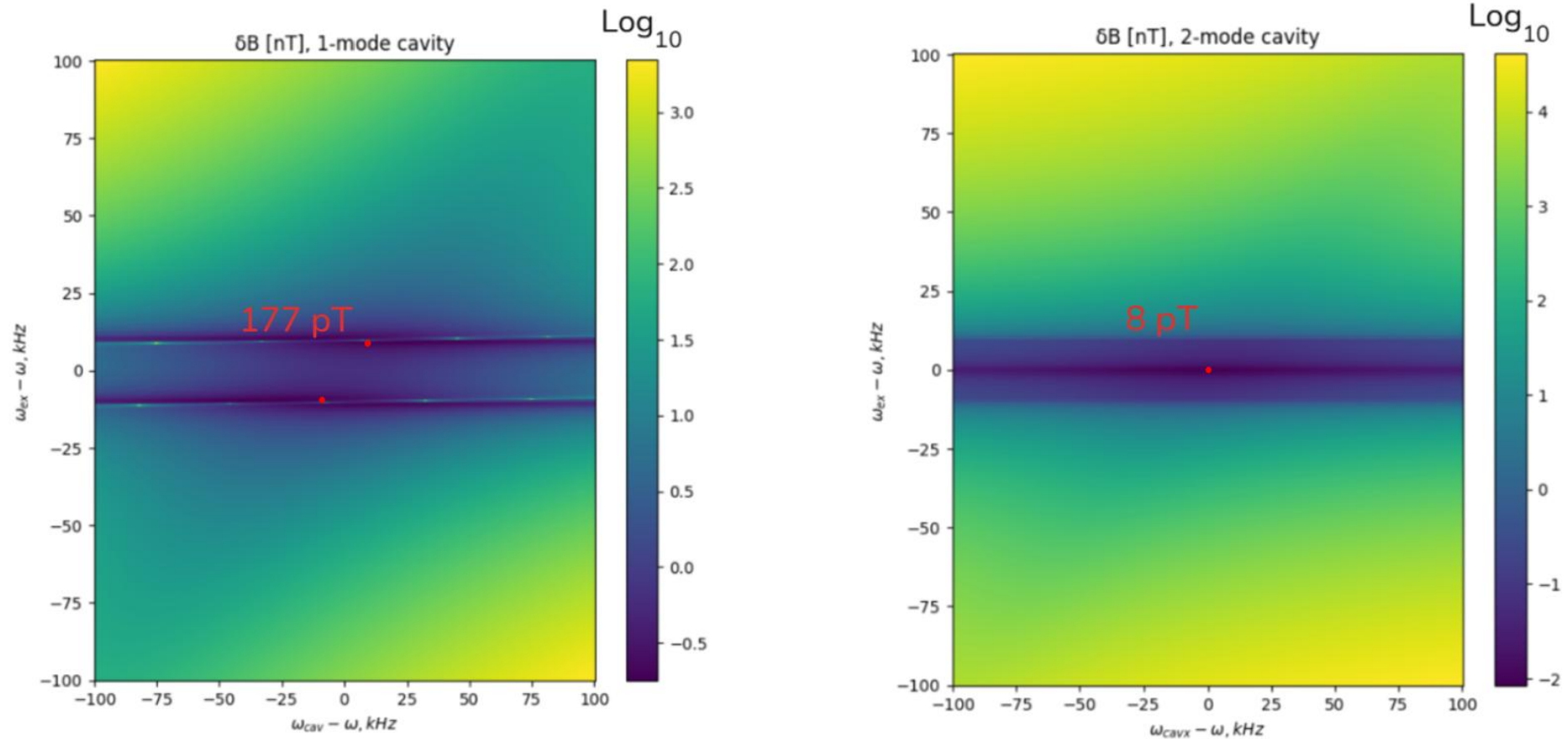


Рис.13. Зависимость ошибки измерения внешнего поля для 1 и 2 модового резонатора от частоты внешнего поля  $\omega_{ex}$  и частоты резонатора  $\omega_{cav}$ .

# Сравнение чувствительности ODMR и Dispersive-readout

Чувствительность по дробовым шумам для магнитометра на основе оптического метода считывания на несколько порядков хуже, чем для дисперсионного метода.

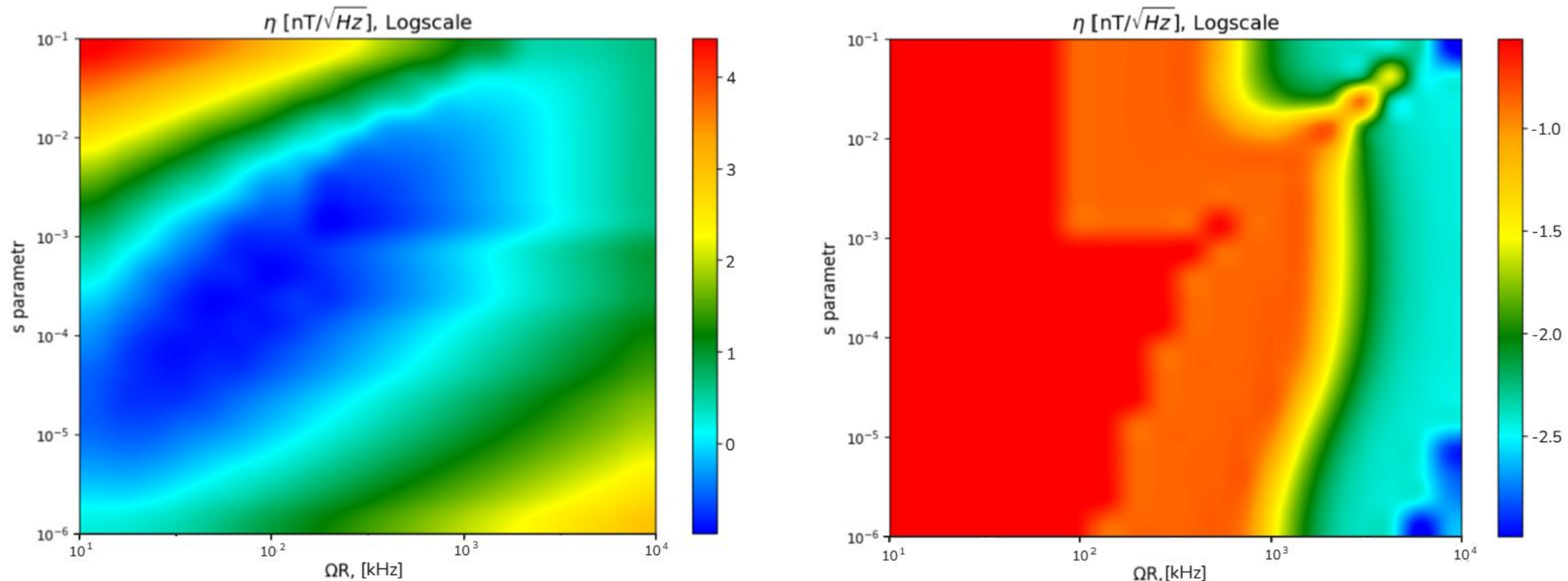


Рис.14. Зависимость чувствительности а) оптического магнитометра, б) магнитометра на основе дисперсионного считывания от параметра насыщения и частоты Раби.

# Результаты работы

- Построена аналитическая модель, описывающая взаимодействие микроволнового поля с резонатором, внутрь которого помещён азотно-вакансионный центр окраски в алмазе NV.
- Предложен улучшенный метод для считывания состояний квантовой системы дисперсионным методом с помощью двухмодового резонатора.
- Проведена оценка чувствительности магнитометра по дробовым шумам. Результаты оценки дают 177pT и 8pT для одномодового и двухмодового резонатора соответственно.
- Продемонстрировано преимущество дисперсионного метода над оптическим.

Спасибо за внимание!

R. Wilcox, E. Eisenach, et. al. “Thermally Polarized Solid-State Spin Sensor”, Phys. Rev. A, apr 2022

Построена теоретическая модель с коэффициентом отражения: 
$$r = -1 + \frac{k_{c1}}{\frac{k_c}{2} + i(\omega - \omega_c) + \frac{g_{eff}^2}{\frac{k_s}{2} + i(\omega - \omega_s) + \frac{g_s^2 n_{cav} k_s / (2k_{op})}{\frac{k_s}{2} - i(\omega - \omega_s)}}}$$

Экспериментальная установка с чувствительностью  $9.7 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ , где кристалл сапфира также является резонатором.

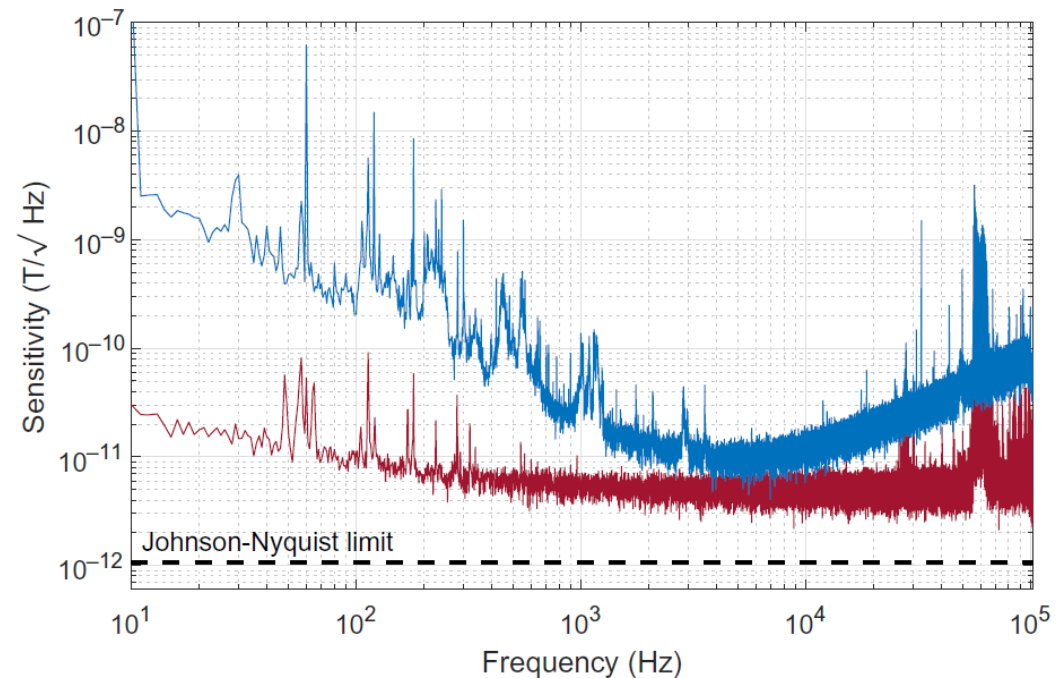
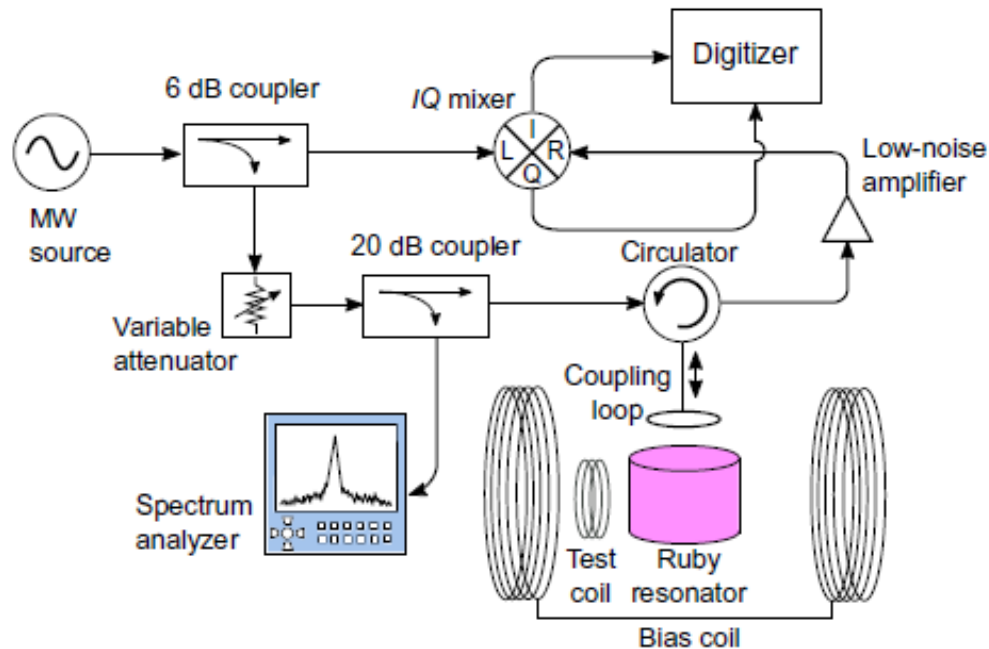


Рис.15. а) Схема установки; б) Чувствительность в зависимости от частоты (синим), спектр шума электроники (красный).



E. Eisenach, J. Barry, et. al. "Cavity-enhanced microwave readout of a solid-state spin sensor", Nature, 2021

Построена теоретическая модель с коэффициентом отражения: 
$$r = -1 + \frac{k_{c1}}{\frac{k_c}{2} + i(\omega - \omega_c) + \frac{g_{eff}^2}{\frac{k_s}{2} + i(\omega - \omega_s) + \frac{g_s^2 n_{cav} k_s / (2k_{op})}{\frac{k_s}{2} - i(\omega - \omega_s)}}}$$

Экспериментальная установка с предполагаемой чувствительностью  $3.2^{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$  на базе NV.

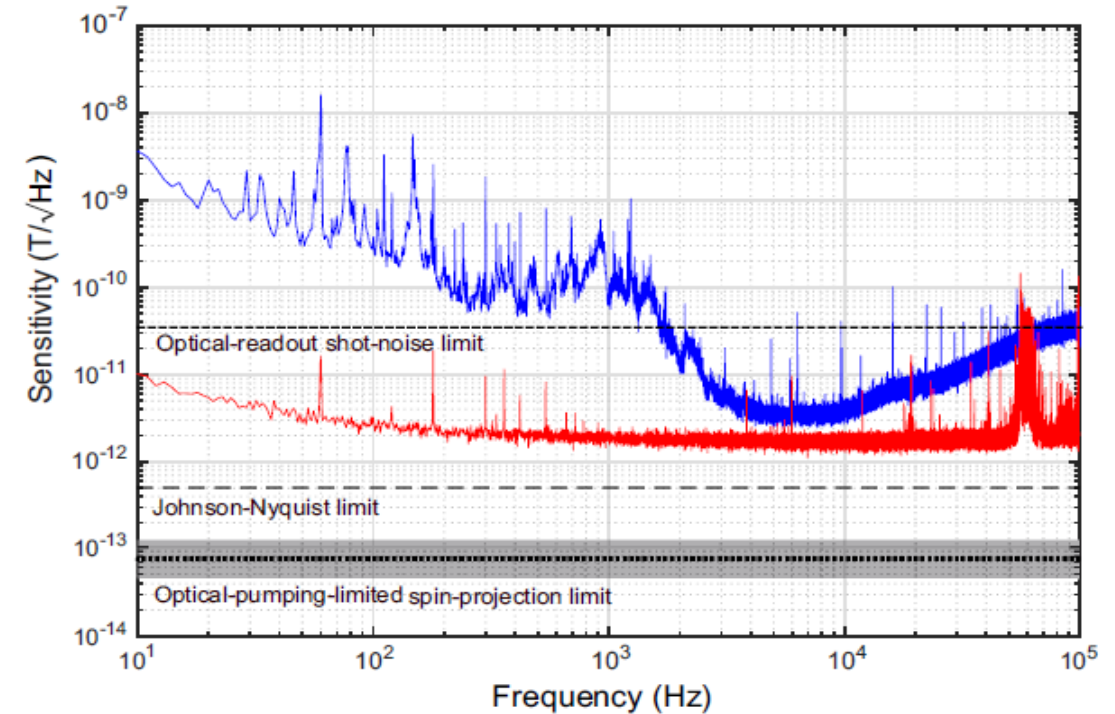
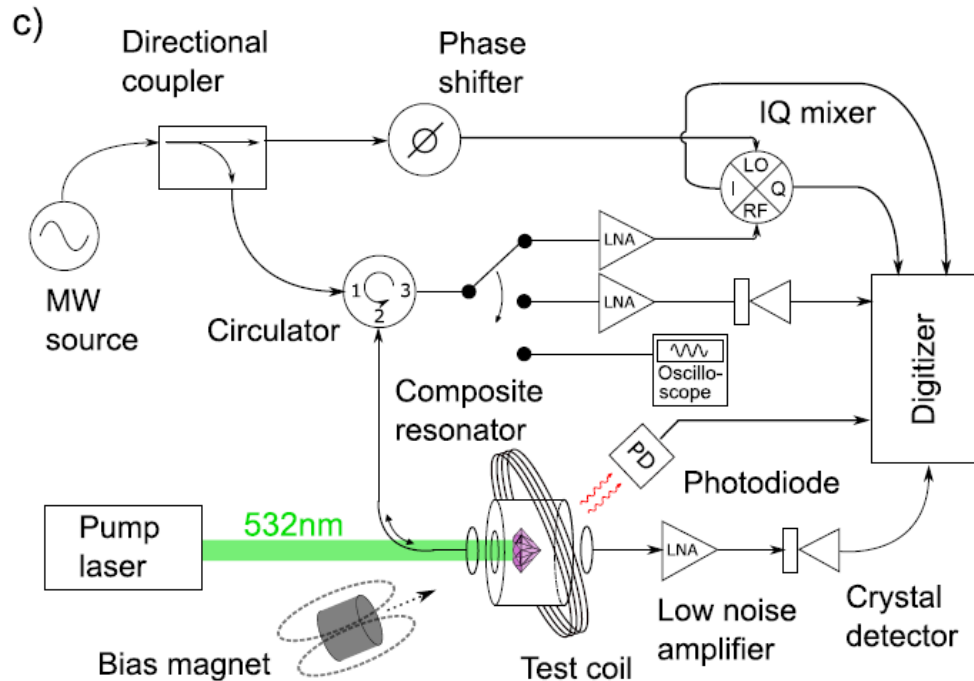
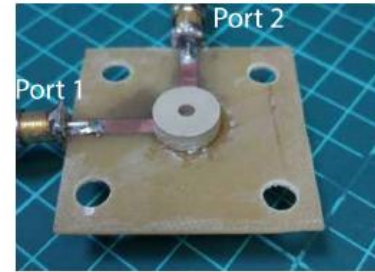
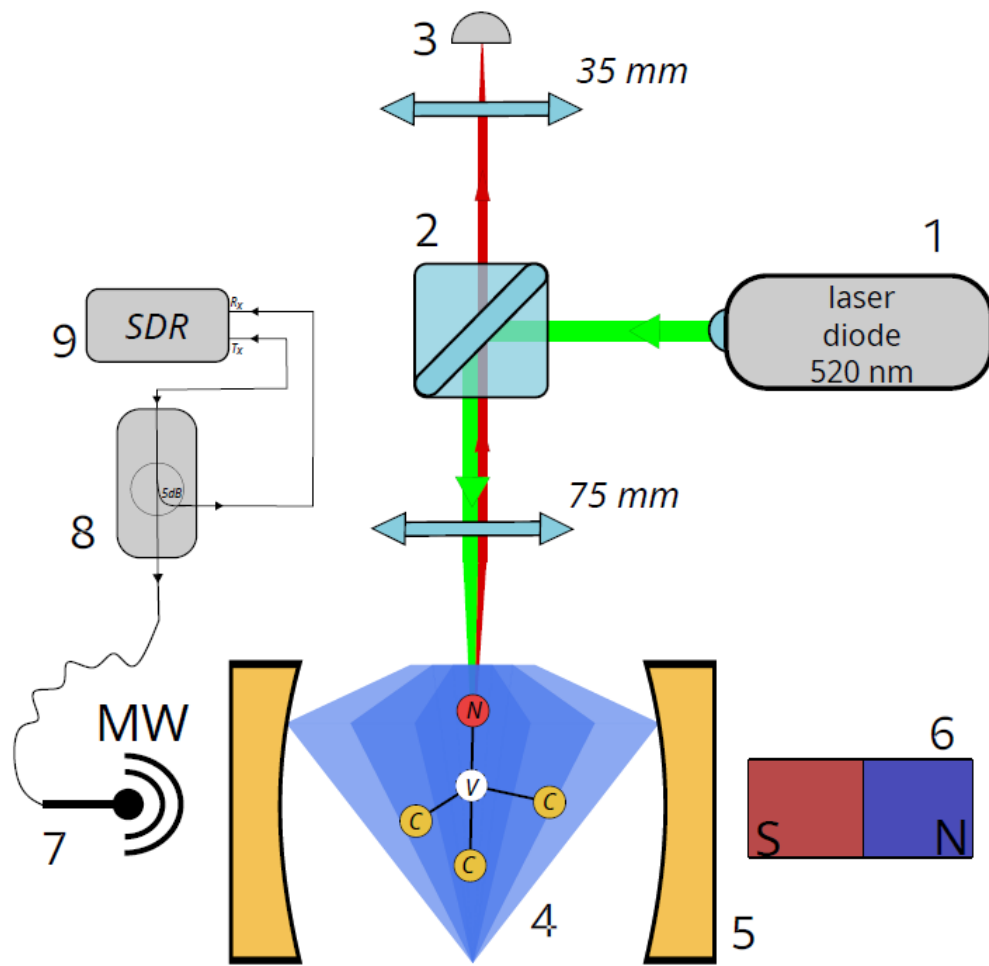
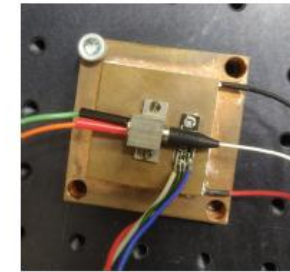


Рис.16. а) Схема установки; б) Чувствительность в зависимости от частоты (синим), спектр шума электроники (красный).

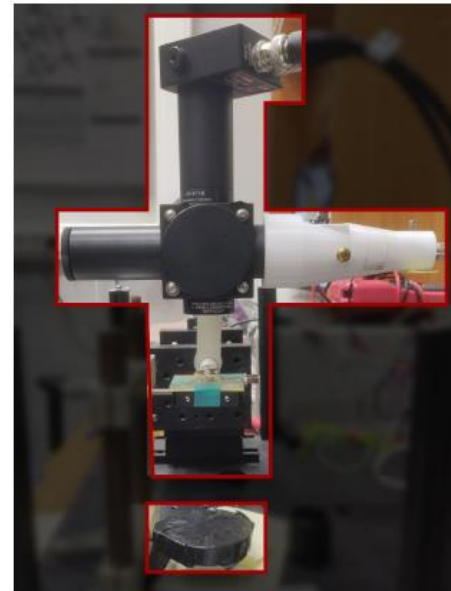




BaLn<sub>2</sub>Ti<sub>4</sub>O<sub>12</sub> cavity (5)



Laser(1)



Optical setup (3-2), magnet(6)



MW coupler(8) и Pluto SDR(9)

Рис.17. Схема установки. Установка и измерения – Е.А. Примак

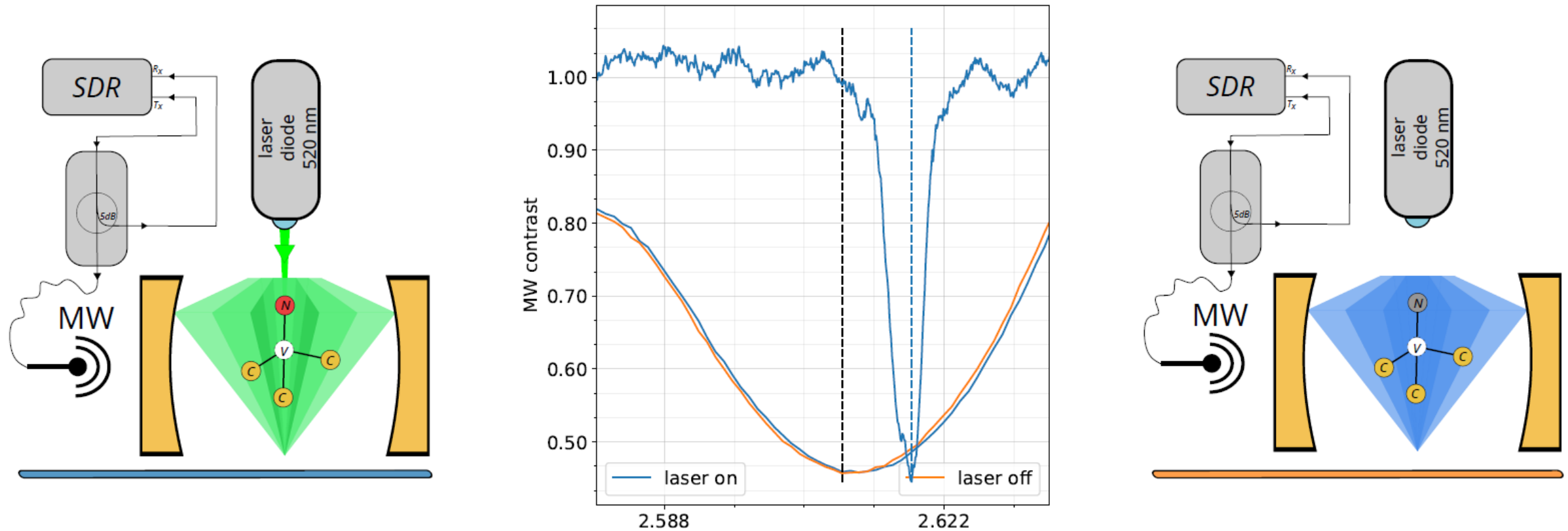


Рис.18. Спектр пропускания в зависимости от частоты внешнего поля. Установка и измерения – Е.А. Примак