Отчет по лабораторной работе №8: Модель конкуренции двух фирм

*дисциплина: Математическое моделирование*

Сасин Ярослав Игоревич, НФИбд-03-18

Содержание

[Введение 1](#_Toc68294363)

[Цель работы 1](#_Toc68294364)

[Задачи работы 2](#_Toc68294365)

[Объект и предмет исследования 2](#_Toc68294366)

[Модель конкуренции двух фирм. 2](#_Toc68294367)

[Модель одной фирмы 2](#_Toc68294368)

[Конкуренция двух фирм 4](#_Toc68294369)

[Выполнение лабораторной работы 6](#_Toc68294370)

[Формулировка задачи из варианта 6](#_Toc68294371)

[Реализация алгоритмов 7](#_Toc68294372)

[Подключение библиотек 7](#_Toc68294373)

[Функция, описывающая дифференциальные уравнения 7](#_Toc68294374)

[Вычисление коэффициентов 8](#_Toc68294375)

[Построение графика функции 8](#_Toc68294376)

[Начальные значения 8](#_Toc68294377)

[Решение диффееренциального уравнения и построение графиков 9](#_Toc68294378)

[Построенные графики 9](#_Toc68294379)

[Выводы 10](#_Toc68294380)

# Введение

## Цель работы

Основной целью лабораторной работы можно считать построение математической модели двух конкурирующих фирм с идентичным товаром. Задайте начальные значения и известные составляющие.

## Задачи работы

Можно выделить следующие задачи пятой лабораторной работы:  
1. изучение модели конкуренции;  
2. написать код, при помощи которого можно построить графики изменения объемов оборотных средств для случаев, указанных в моем варианте лабораторной работы.

## Объект и предмет исследования

Объектом исследования в данной лабораторной работе является модель конкуренции двух фирм, а предметом исследования - случай, представленный в моем варианте лабораторной работы.

## Модель конкуренции двух фирм.

### Модель одной фирмы

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт долговременного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:

– число потребителей производимого продукта.

– доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.

– оборотные средства предприятия

– длительность производственного цикла

– рыночная цена товара

– себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.

– доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.

– постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

– функция спроса, зависящая от отношения дохода S к цене p. Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

(1)

где – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина . Параметр – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть, при ) и обладает свойствами насыщения. Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде

(2)

Уравнение для рыночной цены p представим в виде

(3)

Первый член соответствует количеству поставляемого на рынок товара (то есть, предложению), а второй член – спросу. Параметр γ зависит от скорости оборота товаров на рынке. Как правило, время торгового оборота существенно меньше времени производственного цикла τ. При заданном M уравнение (3) описывает быстрое стремление цены к равновесному значению цены, которое устойчиво. В этом случае уравнение (3) можно заменить алгебраическим соотношением

(4)

Из (4) следует, что равновесное значение цены p равно

(5)

Уравнение (2) с учетом (5) приобретает вид

(6)

Уравнение (6) имеет два стационарных решения, соответствующих условию :

(7)

где

(8)

Из (7) следует, что при больших постоянных издержках (в случае ) стационарных состояний нет. Это означает, что в этих условиях фирма не может функционировать стабильно, то есть, терпит банкротство. Однако, как правило, постоянные затраты малы по сравнению с переменными (то есть, ) и играют роль, только в случае, когда оборотные средства малы. При стационарные значения M равны

(9)

Первое состояние устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние неустойчиво, так, что при оборотные средства падают (), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок. В обсуждаемой модели параметр всюду входит в сочетании с . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла. Поэтому мы в дальнейшем положим: , а параметр будем считать временем цикла, с учётом сказанного.

### Конкуренция двух фирм

#### Случай 1

Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Последнее означает, что у потребителей в этой нише нет априорных предпочтений, и они приобретут тот или иной товар, не обращая внимания на знак фирмы. В этом случае, на рынке устанавливается единая цена, которая определяется балансом суммарного предложения и спроса. Иными словами, в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей какимлибо иным способом.) Уравнения динамики оборотных средств запишем по аналогии с (2) в виде

где использованы те же обозначения, а индексы 1 и 2 относятся к первой и второй фирме, соответственно. Величины N1 и N2 – числа потребителей, приобретших товар первой и второй фирмы. Учтем, что товарный баланс устанавливается быстро, то есть, произведенный каждой фирмой товар не накапливается, а реализуется по цене p. Тогда

(11)

где p̃1 и p̃2 – себестоимости товаров в первой и второй фирме. С учетом (10) представим (11) в виде

Уравнение для цены, по аналогии с (3),

(13)

Считая, как и выше, что ценовое равновесие устанавливается быстро, получим:

(14)

Подставив (14) в (12) имеем:

(15)

где

(16)

Исследуем систему (15) в случае, когда постоянные издержки (κ1, κ2) пренебрежимо малы. И введем нормировку . Получим следующую систему:

(17)

Чтобы решить систему (17) необходимо знать начальные условия. Замечание: Необходимо учесть, что значения указаны в тысячах единиц, а значения указаны в млн. единиц.

# Выполнение лабораторной работы

## Формулировка задачи из варианта

**Вариант 26**

**Случай 1.** Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

где

**Случай 2.** Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

, ,

, , ,

, ,

,

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с веденной нормировкой для случая 2.

## Реализация алгоритмов

Решение лабораторной работы может быть реализовано на многих языках программирования. В моем случае это язык программирования Python. Далее будет представлен код на этом языке программирования.

### Подключение библиотек

Для того, чтобы использовать многие формулы, а также для построения графиков, необходимо подключить определенные библиотеки, в которых эти формулы описаны:

import numpy as np  
 from scipy.integrate import odeint  
 import matplotlib.pyplot as plt

### Функция, описывающая дифференциальные уравнения

Функция для решение системы дифференциальных уравнений имеет вид:

#Для первого случая:  
  
def dx(x, t):  
 dx1 = x[0] - ((b/c1) \* x[0] \* x[1]) - ((a1/c1) \* x[0]\*\*2)  
 dx2 = ((c2/c1)\*x[1]) - ((b/c1) \* x[0] \* x[1]) - ((a2/c1) \* x[1]\*\*2)  
 return[dx1, dx2]  
   
#Для второго случая:   
  
def dx(x, t):  
 dx1 = x[0] - ((b/c1 + 0.00016) \* x[0] \* x[1]) - ((a1/c1) \* x[0]\*\*2)  
 dx2 = ((c2/c1)\*x[1]) - ((b/c1) \* x[0] \* x[1]) - ((a2/c1) \* x[1]\*\*2)  
 return[dx1, dx2]

### Вычисление коэффициентов

Вынесем вычисление коэффициентов в одельные функции:

def a(tau,p):  
 a = pcr/(tau\*\*2 \* p\*\*2 \* N \* q)  
 return a  
  
b = pcr/(tau1\*\*2 \* tau2\*\*2 \* p2\*\*2 \* p1\*\*2 \* N \* q)  
  
  
def c(tau,p):  
 c = (pcr - p)/(tau \* p)  
 return c

### Построение графика функции

Для удобства вынесем построение графиков в отдельную функцию:

def draw\_plot(x, y, t):  
 plt.plot(t, x, label = 'средства фирмы 1')  
 plt.plot(t, y, label = 'средства фирмы 2')  
 plt.title("Решение дифференциального уравнения")  
 plt.xlabel('t')  
 plt.ylabel('x(t), y(t)')  
 plt.legend()  
 plt.grid()  
 plt.show()

### Начальные значения

Начальные условия задаются следующим образом:

v0 = np.array([7.5,8.5])  
pcr = 40  
N = 95  
q = 1  
tau1 = 30  
tau2 = 27  
p1 = 11.5  
p2 = 9.5  
  
t = np.linspace(0,10,100)  
  
a1 = a(tau1,p1)  
a2 = a(tau2,p2)  
b = pcr/(tau1\*\*2 \* tau2\*\*2 \* p2\*\*2 \* p1\*\*2 \* N \* q)  
c1 = c(tau1,p1)  
c2 = c(tau2,p2)  
theta = t/c1

### Решение диффееренциального уравнения и построение графиков

x = odeint(dx, v0, theta)  
  
  
xpoint = [elem[0] for elem in x]   
ypoint = [elem[1] for elem in x]  
  
draw\_plot(xpoint,ypoint,theta)

## Построенные графики

При запуске получившейся программы получаем следующие графики, (рис. @fig:001, рис. @fig:002):

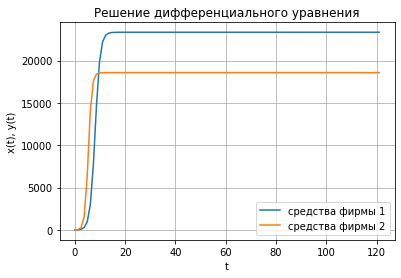


График изменения объёма оборотных средств с начальными значениями ,

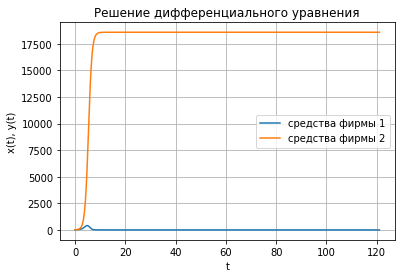


График изменения объёма оборотных средств с начальными значениями , и учётом социального фактора

# Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы было проведено ознакомление с моделью конкуренции двух фирм, а также построены графики решений для заданных параметров модели.