

VERSUCHSBERICHT ZU VERSUCH 4

MINIPET

Gruppe BA-C-02

Katharina Rieck (E-Mail: k_riec02@uni-muenster.de)
Jonas Hallekamp (E-Mail: jonas.hallekamp@uni-muenster.de)

durchgeführt am 29.04.2019
betreut von
Kevin Gauda

10. Juli 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Kurzfassung	2
2	Einleitung und Theorie	2
2.1	β^+ -Zerfall	2
2.2	Wechselwirkung mit Materie	3
2.3	Szintillationskristall	5
2.4	Bildrekonstruktion	6
3	Methoden	8
3.1	Rekonstruktionsalgorithmen	10
3.2	Positionsbestimmung	11
3.3	Auflösungsvermögen	11
4	Messergebnisse und Diskussion	11
4.1	Rekonstruktionsalgorithmen	11
4.2	Positionsbestimmung	15
4.3	Auflösungsvermögen	15
5	Schlussfolgerung	16
A	Unsicherheiten	21
B	Tabellen	21
C	Bilder	21

1 Kurzfassung

Der Versuch *MiniPET* untersucht die Funktionsweise und Eigenschaften eines simulierten Positronen Emissions Tomographen (PET) mithilfe von acht gegenüberliegenden Detektoren aus BGO Szintillationskristallen, Photomultipliern und einem sich im Zentrum befindenden β^+ -Strahler (^{22}Na). Nach Einstellung der Ausleseelektronik (Hochspannung, FADC) und einer Energiekalibration werden zunächst 5 verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen, bezüglich einer 1D Projektion und einer 2D Aktivierungsverteilung einer Punktquelle, verglichen. Der iterative Algorithmus ist zwar die genaueste Methode, liefert hier allerdings keine Halbwertsbreite, da die Zählrate zu niedrig ist und Null-Einträge vorliegen. Der *filtered backprojection Ramp* hat sich mit einer Halbwertsbreite von $(30,57 \pm 0,11)$ keV als aussagekräftigster und präziser Algorithmus bewiesen.

Im zweiten Schritt wird die Punktquelle vom Zentrum weg bewegt und die jeweilige Position mithilfe des Gaußfits aus dem mit der *Ramp Backprojection* konstruierten Bild bestimmt. Daraus berechnet sich ein Umrechnungsfaktor von $a = (0,102 \pm 0.003) \frac{\text{cm}}{\text{Pixel}}$. Die Positionsbestimmung weist eine Unsicherheit von $u(X) = 1,35$ cm auf.

Im letzten Schritt werden zwei Stabquellen aufeinander zu bewegt und wie im obigen Schritt die jeweiligen Positionen ausgemessen. Der Mindestabstand beträgt $(5,0 \pm 0,6)$ cm, bei denen die beiden Quellen noch unterscheidbar sind. Der iterative Rekonstruktionsalgorithmus weist im Vergleich dazu eine deutlich höhere Auflösung und liefert selbst bei 4 cm Abstand noch unterscheidbare Peaks.

2 Einleitung und Theorie

Die Positronen Emissions Tomographie (PET) ist ein bildgebendes Verfahren, das in der Medizin zur Tumorerkennung eingesetzt wird. Dazu wird dem Patienten ein Radiopharmakon verabreicht, das eine Tracersubstanz beinhaltet. Die Tracersubstanz besteht aus einem Positronen emittierenden Isotop, welches sich in Gewebe mit einer hohen Stoffwechselaktivität (daher in Tumorgewebe) anreichert. Mithilfe eines ringförmigen Detektors kann der Tumor durch eine Häufung der detektierten Aktivität lokalisiert werden.

2.1 β^+ -Zerfall

Die Funktionsweise des PET basiert auf dem β^+ -Zerfall, bei dem ein Kern-Proton unter Emission eines Positrons und eines Neutrinos in ein Neutron zerfällt

$${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e. \quad (1)$$

Tritt das Positron in Wechselwirkung mit den Elektronen des umgebenden Materials, wird es abgebremst und zerstrahlt entweder sofort oder bildet das sogenannte Positronium. Das Positronium bezeichnet einen gebundenen Zustand, indem sich ein Positron und ein Elektron um einen gemeinsamen Schwerpunkt bewegen, und tritt entweder als Singulett- oder als Triplett-Zustand auf. Der hier relevante Zustand ist der Singulett-Zustand (Parapositronium), indem die Spins des Positrons und des Elektrons antiparallel ausgerichtet sind. Das Parapositronium zerfällt in der Regel unter Emission von zwei Photonen. Die Photonen haben eine Energie von 511 keV und werden, aufgrund der Impuls- und Drehimpulserhaltung, in genau entgegengesetzter Richtung emittiert. Das Orthopositronium hingegen (Triplett-Zustand), bei dem die Spins des Positrons und des Elektrons parallel stehen, muss beim Zerfall mindestens drei Photonen emittieren, weshalb es im Vakuum eine deutlich längere Lebensdauer hat als das Parapositronium (140 ns vs. 125 ps). Durch die lange Lebensdauer kommt es allerdings häufig zur Wechselwirkung zwischen dem Orthopositronium und der Umgebung, bei der wiederum eine Umwandlung in ein Parapositronium stattfinden kann.

2.2 Wechselwirkung mit Materie

Um die Detektion der Photonen zu verstehen, muss man die Wechselwirkung zwischen Photonen und Materie verstehen. Beim Auftreffen auf Materie treten drei grundlegende Effekte auf: der Phototeffekt, die Compton-Streuung und die Paarbildung. Beim Photoeffekt wird die gesamte Energie des Photons auf ein Hüllenelektron des Materials übertragen, welches dadurch aus seiner Schale herausgeschlagen wird und weitere Atome ionisieren kann. Der Wirkungsquerschnitt der Photoionisation steigt dabei mit der Kernladungszahl des Absorbermaterials, sinkt aber mit steigender Energie des Photons ($\sigma \sim \frac{Z^5}{E_\gamma^3}$). Bei höheren Photoenergien tritt der Comptoneffekt ein. Hier wird das Photon an einem gebundenen Elektron gestreut, wobei der Energieübertrag vom Streuwinkel θ des Photons abhängt. Wegen der Beziehung

$$E_e = E_\gamma \left[1 - \frac{1}{1 + (E_\gamma/m_e c^2)(1 - \cos(\theta))} \right] \quad (2)$$

tritt beim maximalen Streuwinkel von $\theta = 180^\circ$ die maximale Elektronenergie auf, die auch als Comptonkante bezeichnet wird. Unterhalb der Comptonkante, welche in diesem Fall bei 340 keV liegt (da $E_\gamma = 511$ keV), spricht man vom Comptonuntergrund, da der Energieübertrag kontinuierlich ist. Bei Photonenenergien über 1022 keV tritt die Paarbildung auf, bei der das

Photon in der Nähe des Atomkerns in ein Elektron und ein Positron zerfällt. Abbildung 1 zeigt die Wirkungsquerschnitte von Kohlenstoff und Blei in Abhängigkeit zur Massenzahl. In den Diagrammen sind der Photoeffekt, die Comptonstreuung und die Paarbildung zu erkennen. Bei der hier verwen-

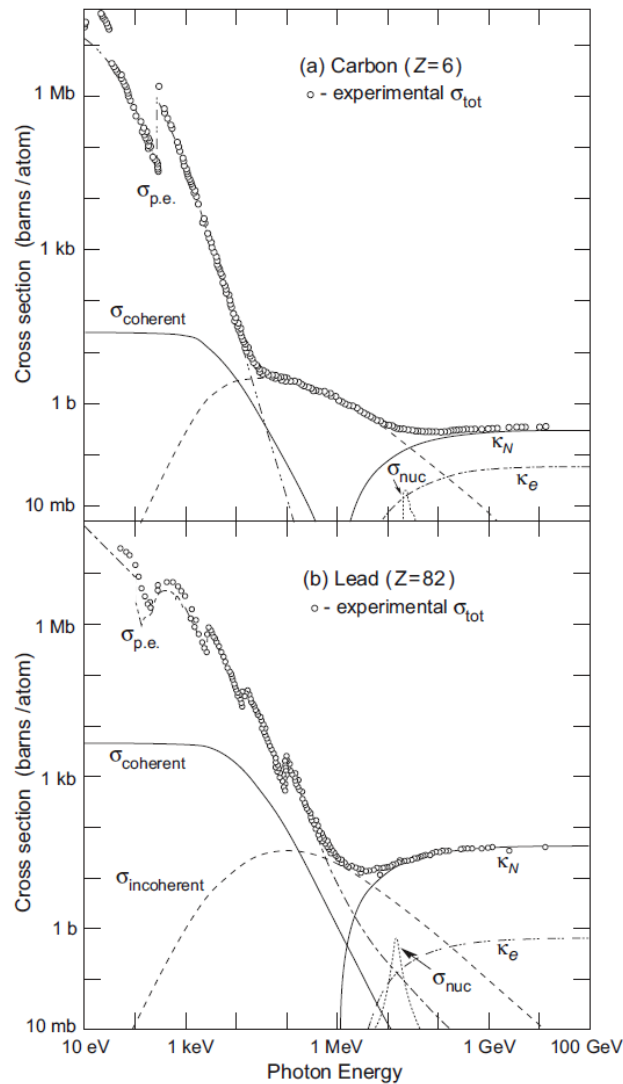


Abbildung 1: Der Wirkungsquerschnitte von Kohlenstoff und Blei in Abhängigkeit der Photonenenergie [?].

deten Strahlungsquelle handelt es sich um das Natriumisotop ^{22}Na , welches mit einer Halbwertszeit von 2,6 Jahren zu ^{22}Ne zerfällt. In 90,3% der Fällen zerfällt das Natrium Isotop zunächst unter Aussendung eines Positrons in den angeregten ^{22}Ne -Zustand, welcher dann unter Emission eines 1275 keV Photon in den Grundzustand übergeht. In 9,64% der Fällen findet der Zer-

fall über einen Elektroneneinfangprozess statt, welcher für diesen Versuch nicht relevant ist, und in 0,06% zerfällt ^{22}Na direkt in den Grundzustand von ^{22}Ne (siehe Abb. ??). Die hier verwendete Strahlungsquelle entsendet also hauptsächlich zwei 511 keV und ein 1275 keV Photon pro Zerfall.

2.3 Szintillationskristall

Bei der PET treffen die emittierten Photonen auf das Detektormaterial, hier der Bismutgermanat (BGO)-Szintillationskristall, welcher die Eigenschaft besitzt, die Energie einfallender Photonen zu deponieren und die Wellenlänge der emittierten Photonen zu verschieben. Bei anorganischen Szintillatoren herrscht im Kristall eine geeignete Dotierung vor mit Aktivatorzuständen, die energetisch zwischen dem Leitungsband und Valenzband liegen. Durch die einfallenden Photonen werden im Kristall Elektronen vom Valenzband ins Leitungsband gehoben. Geschieht ein Rückfall der Elektronen über einen Aktivatorzustand, entstehen Photonen, deren Energie nicht zur Anregung anderer Elektronen ausreicht. Der Szintillator gibt das Licht, welches im UV-oder sichtbaren Bereich liegt, an den Photomultiplier weiter, der sich den Photoeffekt zu Nutze macht, um die Photonen in ein elektrisches Signal umzuwandeln (siehe Abb. 2). Die elektrischen Pulse des Photomultipliers

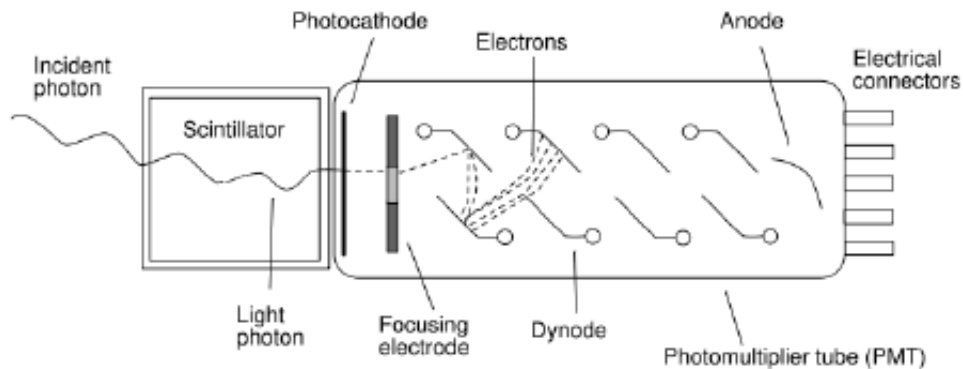


Abbildung 2: Schema eines Photomultipliers [?].

werden durch die nachgeschaltete Elektronik verstärkt und mittels eines Flash Analog Digital Converter (FADC) abgetastet und digitalisiert.

2.4 Bildrekonstruktion

Um aus den gemessenen Daten ein Bild rekonstruieren zu können, müssen zuerst die Events herausgefiltert werden, die von der Quelle kommen. Aus dem Zerfallsprozess entstehen zwei Photonen der Energie 511 keV. Werden zwei solcher Photonen gleichzeitig gemessen, kann man davon ausgehen, dass diese aus dem Zerfallsprozess stammen. Die gefilterten Signale werden in einer Koinzidenzmatrix gespeichert. Die Koinzidenzmatrix ist eine 32×32 Matrix und hat somit für jedes Diaprojektorpaar einen Eintrag. Bei einem gleichzeitig gemessenen Event wird somit der entsprechende Eintrag hochgezählt. Aus dieser Matrix kann ein sogenanntes Sinogram berechnet werden. Dabei werden die Koinzidenzen in Abhängigkeit des Winkel ϕ und des radialen Abstand r zum Mittelpunkt des Scanners projiziert. Das Vorgehen ist in Abbildung 3 dargestellt und in Abbildung 6 ist unten links ein Sinogram abgebildet.

Um aus dem Sinogramm ein genaues Bild des Querschnitts zu erhalten, muss dieses erst noch rekonstruiert werden. Für die Rekonstruktion gibt es verschiedene Verfahren, wobei in diesem Versuch nur die Backprojection und das iterative Verfahren untersucht wird. Bei der Backprojection wird eine Matrix in den Ring gelegt. Bei jeder Verbindungslinie zwischen zwei Detektoren wird nun die zu jedem Pixel ein Wert von $N \cdot w$ hinzu addiert, wobei N die Anzahl der gezählten Events von dem jeweiligen Detektorpaar und w der Gewichtungsfaktor abhängig von der Länge ist, die die Linie durch den Pixel geht. Aus dem Sinogram $s(r, \phi)$ lässt sich das Bild $a'(x, y)$ dann über

$$a'(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s(r, \phi_n) \quad (3)$$

berechnen. Allerdings ist das Bild nur eine Approximation und liefert auch Werte außerhalb der Grenzen des Objekts. Das so rekonstruierte Bild entspricht der Faltung von dem eigentlichen Bild $a(x, y)$ mit dem reziproken Abstand r zum Mittelpunkt

$$a'(x, y) = a(x, y) \otimes \frac{1}{r}. \quad (4)$$

Somit werden vor allem kompliziertere Objekte nur unscharf dargestellt. Um ein besseres Bild $a(x, y)$ (5) zu erhalten, wird die *filtered Backprojection* verwendet, bei der das Sinogram im Fourierraum mit einer Funktion $H(\nu)$ gewichtet werden bevor daraus das Bild rekonstruiert wird.

$$a(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s^*(r, \phi_n) \quad (5)$$

$$s^*(r, \phi_n) = \frac{1}{2\pi} FT^{-1}[S(\nu_r, \phi) \times H(\nu)] \quad (6)$$

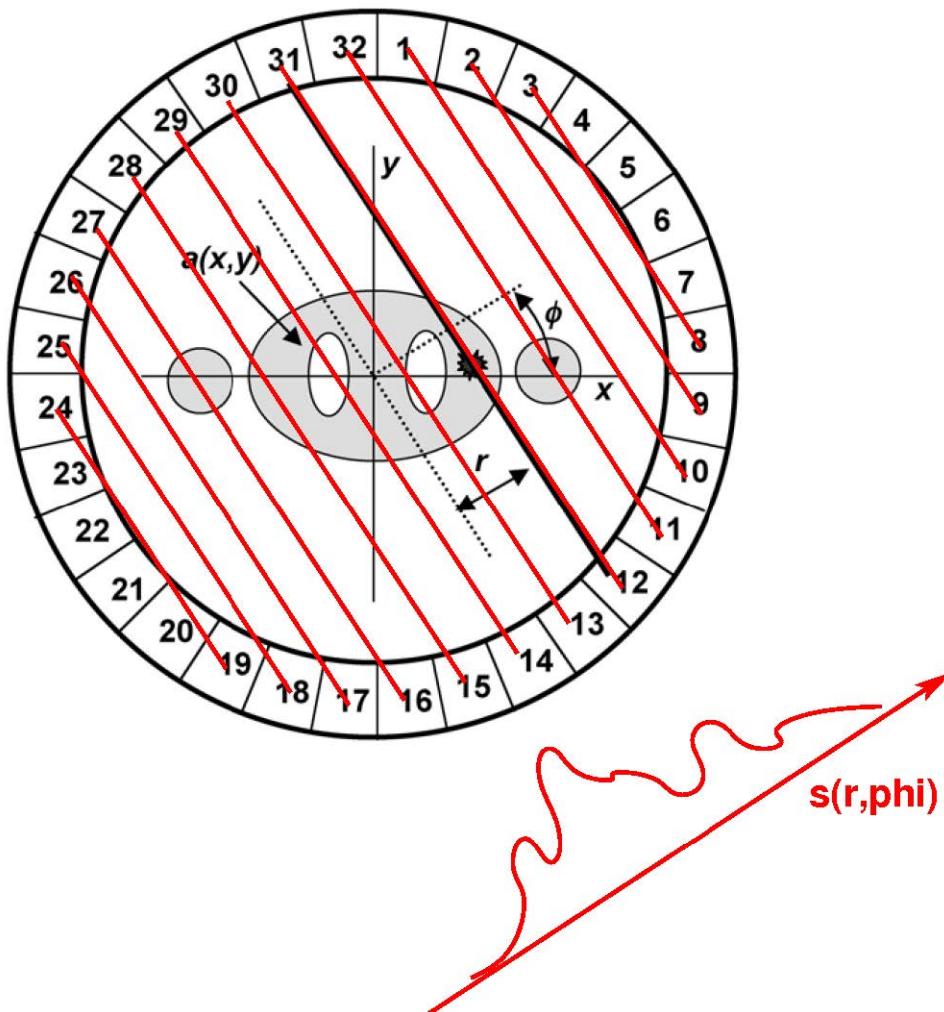


Abbildung 3: Schematische Darstellung vom Erstellen eines Sinograms. Die Aktivität wird unter bestimmten Winkel und in Abhängigkeit zum radialen Abstand vom Mittelpunkt in eine Matrix eingetragen. Das $s(r, \phi)$ entspricht einer Zeile des Sinogramms [?].

Somit lässt sich die Faltung umgehen. Für die Filterung der Frequenzen werden verschiedene Funktion verwendet (siehe Abbildung 4). Diese drei Filter werden im ersten Versuchsteil 4.1 miteinander verglichen. Der iterative Algorithmus nutzt eine andere Herangehensweise. Hierbei wird das Bild in mehreren iterativen Stufen rekonstruiert. Zu erst wird eine Ausgangsbild angenommen, welches dann anschließend mit einem berechneten projizierten Bild verglichen wird. Das Bild wird dann anhand der Unterschiede verändert worauf hin der Iterationsschritt wiederholt wird. Damit kann auf kosten von höherer Rechenaufwand ein genaueres Bild rekonstruiert werden.

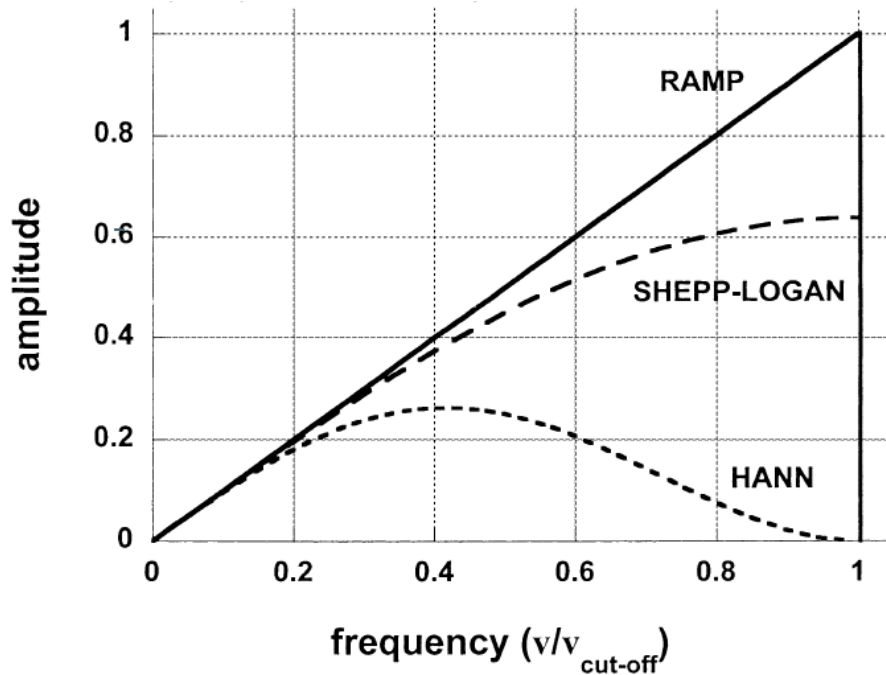


Abbildung 4: Drei Rekonstruktionsfilter, die genutzt werden in der filtered backprojection. Durch das Abschneiden bei der Frequenz $v_{\text{cut-off}}$ werden Ringartefakte verhindert [?].

3 Methoden

Vor der Durchführung der Messungen werden die Ausleseelektronik (Hochspannung und FADC) eingestellt und die Rohdaten der BGO Detektoren kalibriert.

Zunächst wird die Hochspannung langsam hochgefahren. Danach erfolgt die Einstellung des FADC, indem verschiedene Parameter gesetzt werden (siehe Tabelle 2). Zu den Parametern gehören die Anzahl der FADC Module, die

Startadresse des Speicherbereichs im VME Adressraum, das Triggersignal, die Sampling Rate, der Stop Delay, die Page Size, die Integration der Signale, der Zero Offset und der Subtract Offset (siehe Anhang 2). Über den Befehl fppqui wird das grafische Interface der Datenaufnahme gestartet und nach Einstellung der Parameter die Integration der Signale durchgeführt und dann die Energiespektren der einzelnen Detektoren betrachtet. Ist die Comptonkante abgeschnitten, so werden die Thresholds verringert. Um nur solche Daten auszuwerten, bei denen zwei 511 keV Photonen detektiert werden, muss eine Energiekalibration durchgeführt werden. In den Spektren sind deutlich die beiden Peaks der 511 keV und der 1275 keV zu erkennen. Links von den Peaks befindet sich der Comptonuntergrund, der durch die Comptonkante von 340 keV abgeschnitten ist (siehe Abb. 5). Für jeden

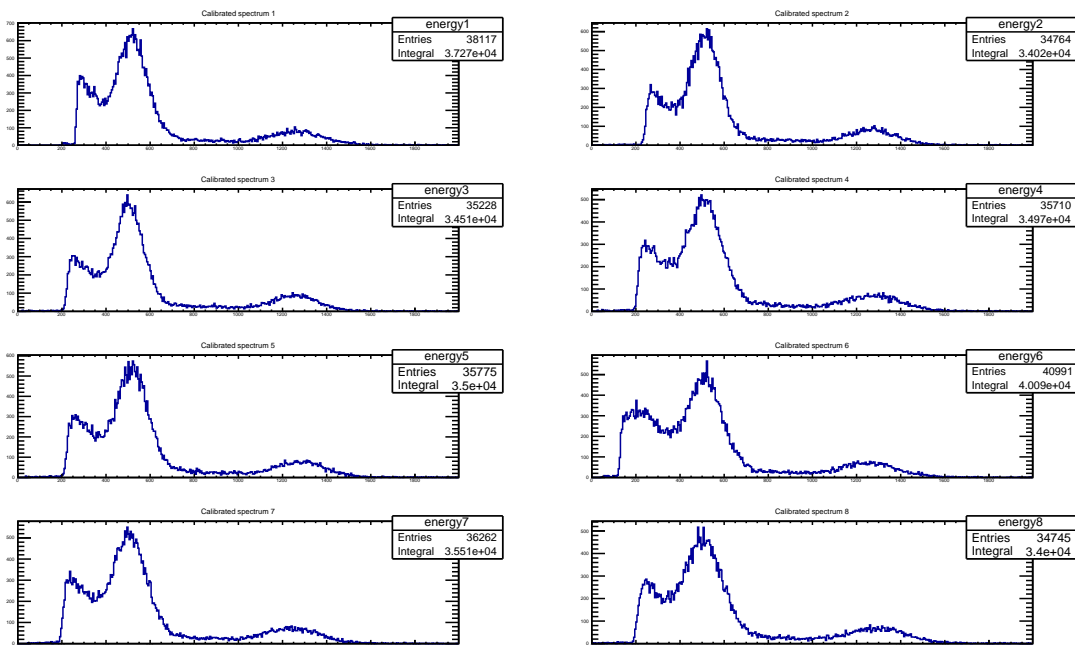


Abbildung 5: Spektren der acht Detektoren nach der Kalibration

Kanal werden in den Rohspektren die Positionen der Peaks über einen Peakfinder ermittelt. Zuletzt wird ein Energiefenster von 450-600 keV festgelegt, um die Detektorsignale auf die relevanten 511 keV Signale einzuschränken. Um die Messungen zu starten, platziert man ein oder zwei Quellen in den Quellbereich des Aufbaus und richtet den Behälter auf 0° an der Skala aus. Pro Messungen werden 30 Sekunden Messzeit gewählt. Zur Simulation eines Rings mit 32 Detektoren werden 20 verschiedene Winkel (0° , $11,25^\circ$, 25° , 45° und $101,25^\circ$ bis $303,75^\circ$ in $11,25^\circ$ Schritten) eingestellt, um eine vollständige Koinzidenzmatrix zu erstellen. Die eigentliche PET Analyse erfolgt über verschiedene Rekonstruktionsal-

gorithmen, um das rekonstruierte Abbild der Aktivitätsverteilung (2D) und die X-Projektion (1D) zu erhalten (siehe Abb. 6) .

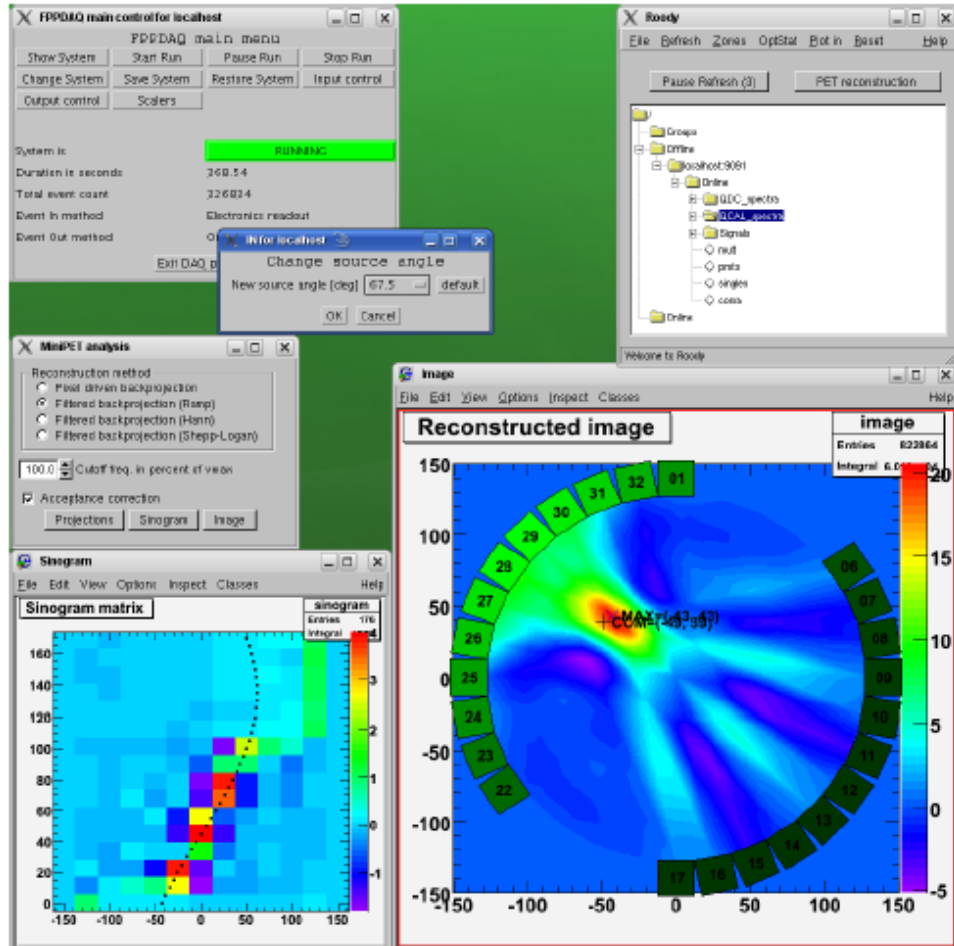


Abbildung 6: Dargestellt ist ein ausschnitt aus dem für die PET Messung [?] verwendete Programm. Oben links ist das Kontrollmenü zu sehen womit die Messung gestartet wird. Das kleinere Fenster, das das Menü überlappt ist zur Winkeleinstellung um den vollen Detektorkreis zu simulieren. In der Mitte links ist das Fenster zum einstellen der Rekonstruktion. Die filtered Backprojection ist unten rechts zu sehen und das entsprechende Sinogram links davon.

3.1 Rekonstruktionsalgorithmen

Im ersten Versuchsteil wird ein ^{22}Na -Strahler in den Koordinatenursprung gestellt und für jeden Rekonstruktionsalgorithmus die 2D-Aktivitätsverteilungen

und die 1D-Projektionen gemessen und verglichen. Über die 1D-Projektion werden die 511 keV-Peaks mithilfe einer Gaußverteilung gefittet und die Halbwertsbreiten (Full Width of Half Maximum FWHM) bestimmt.

3.2 Positionsbestimmung

In den rekonstruierten Bildern ist die Intensität in einem Graphen von 300×300 Pixel gegeben. Um den pixelabhängigen Graphen in Position im Raum umrechnen zu können, werden 2 weitere Messungen an verschiedenen Positionen durchgeführt. Mit dem aus Kapitel 4.1 bestimmten genauesten Rekonstruktionsalgorithmus wird die Position über einen Gaußfit in Pixel bestimmt. Diese wird gegen die tatsächliche Position aufgetragen. Über einen linearen Fit ergibt sich dann der Umrechnungsfaktor von Pixeln zur Position im Raum.

3.3 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen wird bestimmt, indem zwei ^{22}Na -Strahler mit sinkenden Abstand zueinander positioniert werden. Solange die Peaks aus den rekonstruierten Bildern innerhalb der Standardunsicherheit nicht überschneiden, sind die Peaks noch voneinander unterscheidbar und somit aufgelöst. Die Aufnahmen werden in 2 cm Schritten bei Abständen beginnend von 8 cm bis zu 4 cm durchgeführt. Zur Bildrekonstruktion wird hier wieder der aus Kapitel 4.1 bestimmten beste Rekonstruktionsalgorithmus verwendet. Zum Schluss wird der filtered Backprojection mit dem iterativen Verfahren qualitativ verglichen.

4 Messergebnisse und Diskussion

Um die Funktionsweise dieses MiniPET zu analysieren, werden drei Messungen durchgeführt- die Messung der Rekonstruktionsalgorithmen, die Positionsbestimmung einer Punktquelle und die Messung des Auflösungsvermögens.

4.1 Rekonstruktionsalgorithmen

Bei dieser MiniPET Messung werden fünf verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen verwendet: die *Pixel Driven Backprojection*, die *filtered Backprojection* Ramp, die *filtered Backprojection* Hann, die *filtered Backprojection* Shepp-Logan und die iterative Rekonstruktion.

Für jeden Algorithmus wird die Aktivitätsverteilung über die 20 verschiedenen Winkeleinstellungen gemessen.

Aus den 1D Projektionen (siehe Abb. 7, 8, 9, 10 und 11) wurden für jeden Algorithmus die Peaks der 511 keV Photonen mit einer Gaußfunktio-

on gefittet (Werte und Unsicherheiten ergeben sich über den Fit) und die Halbwertbreiten (FWHM) aus den σ -Werten über

$$FWHM = 2,35 \cdot \sigma \quad (7)$$

bestimmt (siehe Tabelle 1). Betrachtet man die Projektionen, fällt auf, dass sich die Peaks der *filtered backprojection* Algorithmen sehr ähneln, darunter Ramp und Shepp-Logan am meisten, da deren Peakhöhen von $237,3 \pm 3,3$ Number of Entries und $190,1 \pm 3,0$ Number of Entries deutlich höher sind als die von Hann mit nur $77,38 \pm 1,42$ Number of Entries. Auch ihre Halbwertsbreiten mit $(30,57 \pm 0,11)$ keV (Ramp) und $(33,82 \pm 0,18)$ keV (Shepp-Logan) sind deutlich geringer als die der anderen Algorithmen. Ramp ist der Algorithmus, der den Peak mit der niedrigste Halbwertsbreite und der geringsten Unsicherheit für die Halbwertsbreite liefert, dicht gefolgt von Shepp-Logan. Die Hann *filtered Backprojection* zeigt hingegen einen niedrigeren und breiteren Peak mit einer größeren Halbwertsbreite von $(53,96 \pm 0,26)$ keV. Damit besitzt ihr Peak eine noch höhere FWHM als der Peak der *Pixel Driven Backprojection*, welcher eine Halbwertsbreite von $(44,96 \pm 0,21)$ keV aufweist. Auffällig ist, dass letzterer mit Abstand die höchste Peakhöhe mit $1606 \pm 9,5$ Number of Entries besitzt, wobei hier der Peak an den Rändern deutlich mehr ausläuft und eine Art Untergrund aufweist (siehe Abb. 7). Der iterative Rekonstruktionsalgorithmus funktioniert hier nicht, da das χ^2 nicht berechnet werden kann aufgrund einer zu geringen Zählrate und Null-Einträgen. (siehe Abb. 11). Auch wenn die iterative Methode per Augenmaß die geringste Halbwertsbreite liefert, konnte kein Gaußfit über den Peak gelegt werden, da er stufenförmig ist. Die Aktivitätsverteilung ist sehr präzise, da die Fläche des Peaks sehr klein ist, allerdings ist die Fläche rechteckig und nicht rund wie bei den anderen, was bestätigt, dass es keine kontinuierliche Aktivitätsverteilung gibt, sondern nur wenige Messwerte. Nach dem iterativen Rekonstruktionsalgorithmus können der Ramp und Shepp-Logan Algorithmus als präziseste bezeichnet werden, was auch in den Aktivitätsverteilungen (siehe Anhang Abb. 17 und 19) zu erkennen ist. Wie durch die Tabelle 1 zu erwarten, ist der Aktivitätpeak des Hann Algorithmus am breitesten. Auch der PDB Peak ist breit, allerdings zeigt sein Untergrund eine leicht erhöhte Aktivität von ca. 50-100, während die Untergründe der *filtered Backprojections* bei ca. 0 liegen erkennbar an dem violetten Eintrag. Dies spiegelt die Beobachtungen aus den 1D Projektionen wieder. Der iterative Algorithmus zeigt für den Untergrund außerhalb des Peaks keine Einträge, was bestätigt, dass hier keine Daten erfasst wurden. Unter Betracht aller Messergebnisse kann Ramp dicht gefolgt von Shepp-Logan als aussagekräftigster und als sehr präziser Algorithmus bestimmt werden.

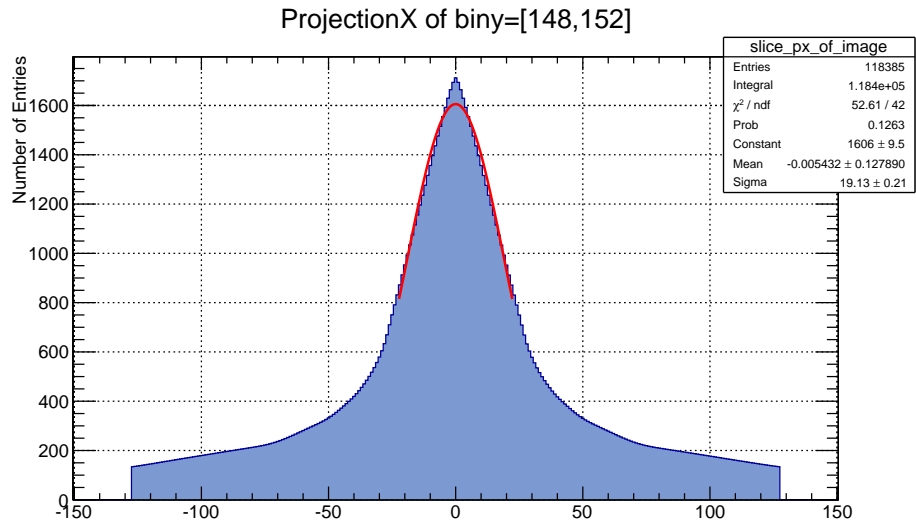


Abbildung 7: 1D-Projektion der MiniPET- Messung über den Pixel Driven Backprojection Algorithmus; Punktquelle im Koordinatenursprung.

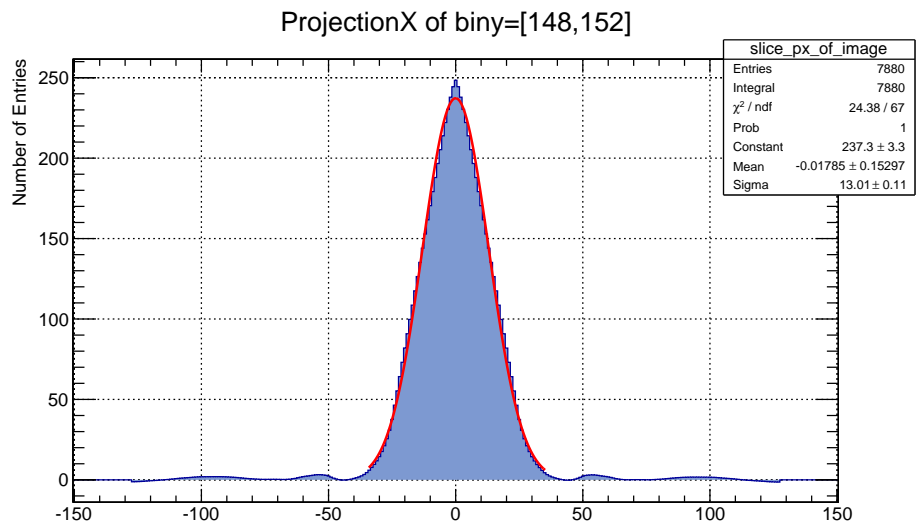


Abbildung 8: 1D-Projektion der MiniPET- Messung über den filtered back-projection Ramp Algorithmus; Punktquelle im Koordinatenursprung.

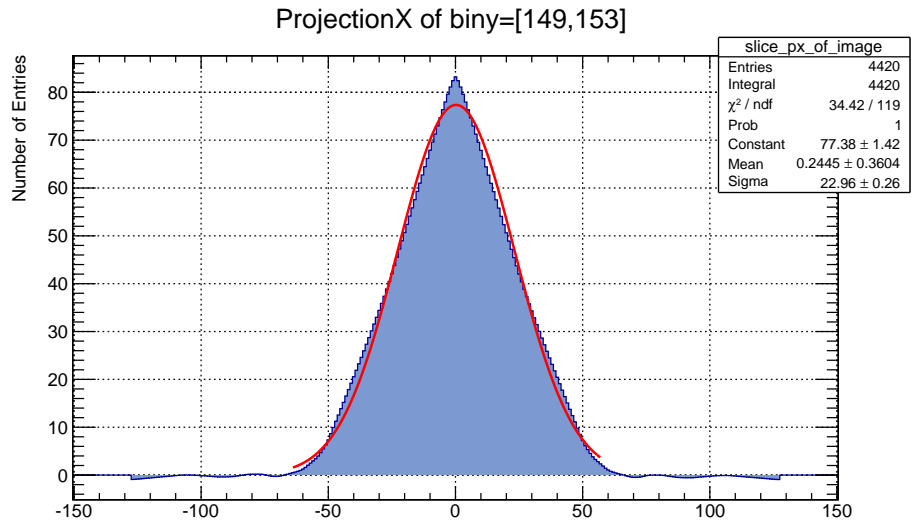


Abbildung 9: 1D-Projektion der MiniPET- Messung über den filtered back-projection Hann Algorithmus; Punktquelle im Koordinatenursprung.

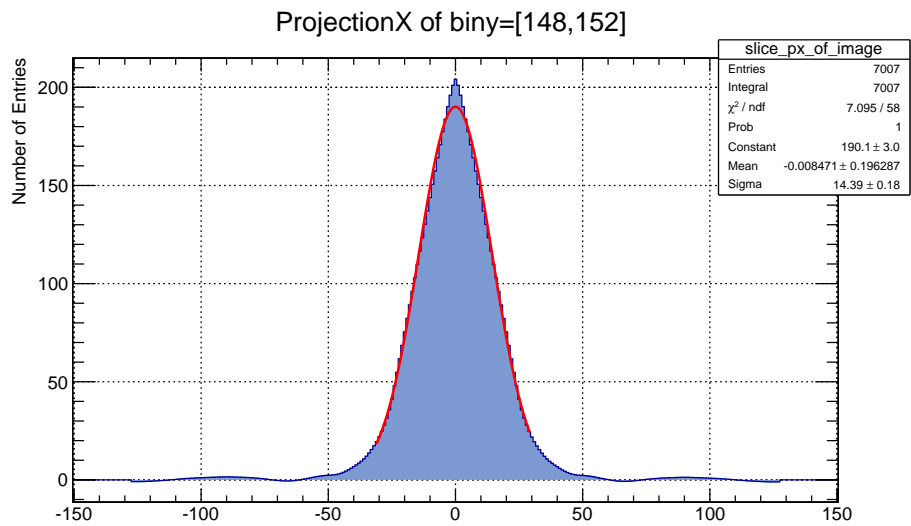


Abbildung 10: 1D-Projektion der MiniPET- Messung über den filtered back-projection Shepp-Logan Algorithmus; Punktquelle im Koordinatenursprung.

Algorithmus	Sigma	FWHM (keV)	Unsicherheit FWHM (keV)
pixel driven backprojection	19,13	44,96	0,21
filtered backprojection ramp	13,01	30,57	0,11
filtered backprojection hann	22,96	53,96	0,26
filtered backprojection shepp-logan	14,39	33,82	0,18
iterative reconstruction	/	/	/

Tabelle 1: σ -Werte und Halbwertsbreiten (in keV) der Gaußfits über den 511 keV Peak einer einzelnen Punktquelle bestimmt über verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen. Alle Messwerte sowie Unsicherheiten werden vom Programm bestimmt.

4.2 Positionsbestimmung

Die über den Gaußfit bestimmten Orte in Pixeln der drei Messungen sind in Abbildung 12 aufgetragen. Die rekonstruierten Bilder werden mit der filtered backprojection Ramp analysiert, die sich mit der größten Auflösung herausstellt. Aus der Fitgerade lässt sich der Umrechnungsfaktor a für den Ort X in cm und der Bildposition P in Pixeln bestimmen mit

$$X = a \cdot P = (0,102 \pm 0.003) \frac{\text{cm}}{\text{Pixel}} P. \quad (8)$$

Aus der gaußschen Fehlerfortpflanzung (siehe Anhang 10) lässt sich der mittlere Fehler $u(X)$ für die Positionsbestimmung errechnen. Mit der Standardabweichung von $u(P) = \sigma = 13,01$ Pixel aus dem Gaußfit und der Abweichung des Fit von $u(a) = 0,003 \text{ cm/Pixel}$ folgt

$$u(X) = \sqrt{(Pu(a))^2 + (a\sigma)^2} = 1,35 \text{ cm}. \quad (9)$$

Da der Fehler von der Position P abhängig ist wird hier der mittlere Radius $P = 75$ für die Fehlerabschätzung verwendet.

4.3 Auflösungsvermögen

Die Aufnahmen zeigen bei einem Abstand von 6 cm eine vollständige Auflösung der beiden Peaks (siehe Abbildung 14). Aus den Fit ergibt sich ein Abstand von $(6,2 \pm 1,9) \text{ cm}$. Für die nächste Einstellung bei 4 cm, wie in Abbildung 13 gezeigt, liegen die Peaks bereits so dicht aneinander, dass die einzelnen Peaks nicht mehr mit einem Gauß gefittet werden können. Die Peaks überschneiden sich innerhalb der Standardabweichung. Somit liegt der minimale Abstand, bei denen die Quellen noch von einander zu unterscheiden sind, zwischen den beiden Werten bei $(5,0 \pm 0,6) \text{ cm}$. Die Unsicherheit

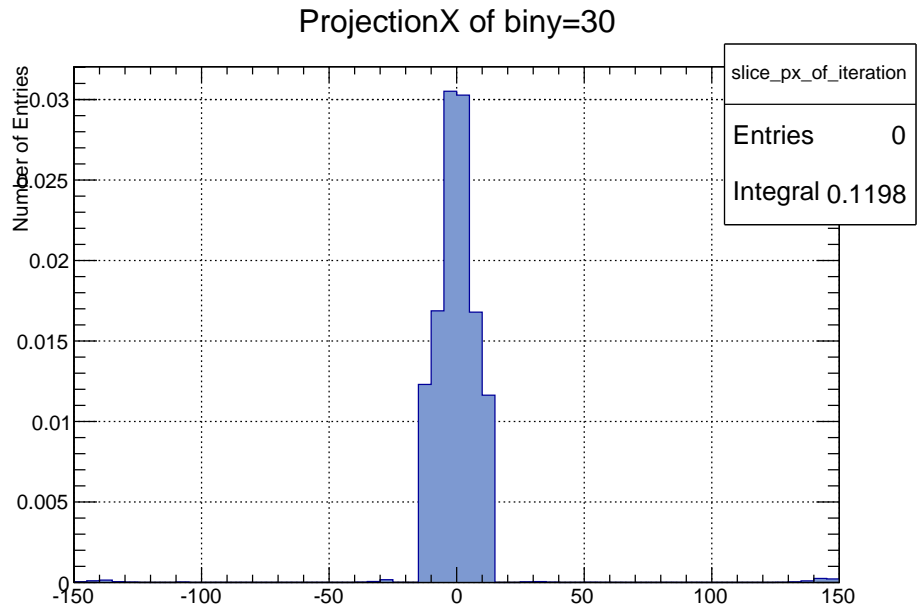


Abbildung 11: 1D-Projektion der MiniPET- Messung über den iterativen Rekonstruktionsalgorithmus; Punktquelle im Koordinatenursprung.

wird über eine Vierecksverteilung der Breite 2 cm abgeschätzt, da keine weiteren Messungen mit einem Abstand zwischen 4 bis 6 cm auf einer Linie möglich sind. Bei der iterativen Methode, welche in Abbildung 15 dargestellt ist, zeigen sich jedoch immer noch zwei vollständig aufgelöste Peaks. Hier ist der, mit der Formel 8 berechnete Abstand 4 cm. Ein Angabe von einem Wert mit Fehler ist nicht möglich, da die Unsicherheit von 8 auf die filtered Backprojection bezieht. Dennoch lässt sich damit sagen, dass die iterative Methode deutlich genauere Auflösungen liefert.

5 Schlussfolgerung

Der Versuch MiniPET simuliert eine Positronen Emissions Tomographie mit einem Detektorring aus 32 Detektoren. Dafür sind 8 Szintillatoren um eine Positronen emittierende Quelle (hier ^{22}Na) gestellt. Durch wiederholte Messungen unter 20 verschiedenen Winkeleinstellungen wird der Ring simuliert. Über Ausleseelektronik von Photomultiplier und FADC liefert die Daten an den PC. Dort werden bei gleichzeitig gemessenen Ereignissen der entsprechende Eintrag in der Koinzidenzenmatrix hochgezählt. Darüber lässt sich dann ein Sinogram berechnen und wird anschließend über filtert Backprojection Algorithmen ein 2D Bild der Quelle rekonstruiert. Im ersten Versuchsteil werden fünf verschiedene Rekonstruktionsalgorithm-

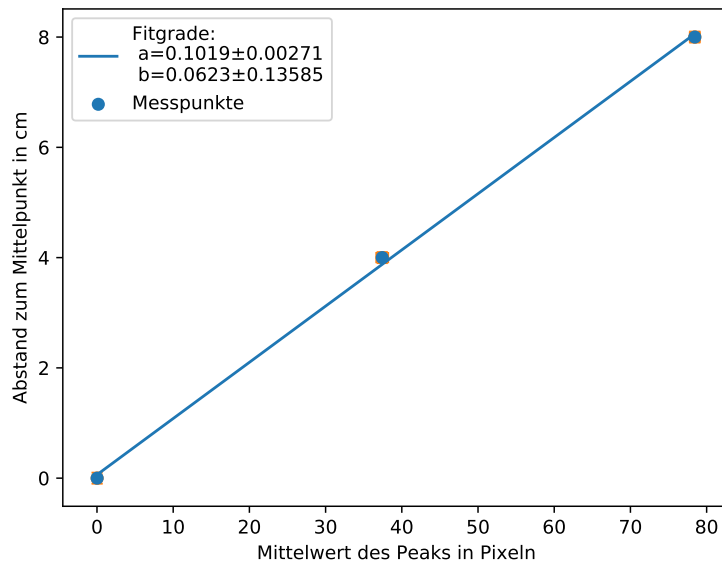


Abbildung 12: Der Abstand von zwei ^{22}Na -Strahler ist gegen die gefit-
ten Mittelwerte der Gaußpeaks aufgetragen. Der lineare Fit ist mit dem
Levenberg-Marquardt-Algorithmus berechnet und liefert den Fehler über
die Quadrate von den Diagonaleelementen der Kovarianzmatrix. Die Fehler-
balken sind zu klein zur Darstellung.

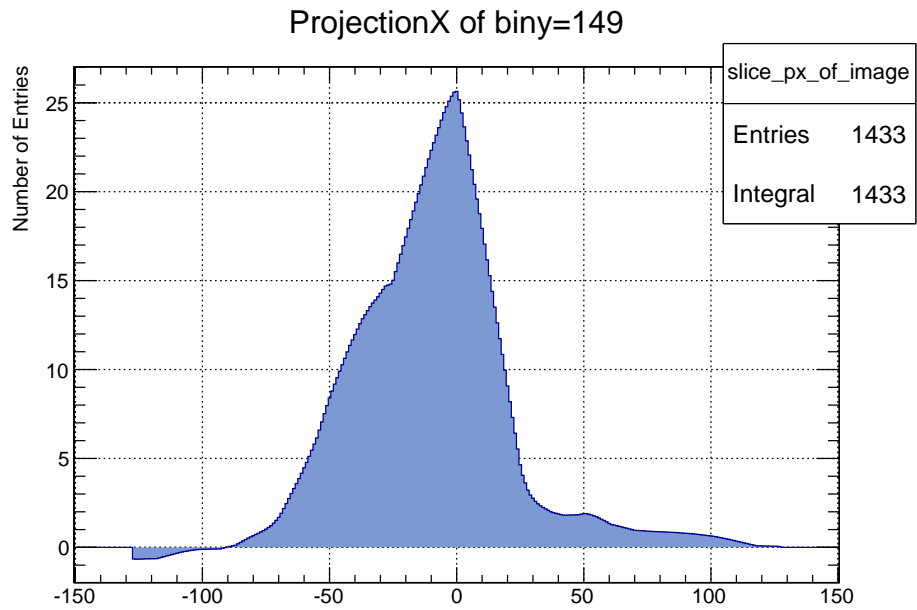


Abbildung 13: 1D-Projektion zweier ^{22}Na -Strahler in einem Abstand von 6 cm über den filtered backprojection Ramp Algorithmus rekonstruiertes Bild.

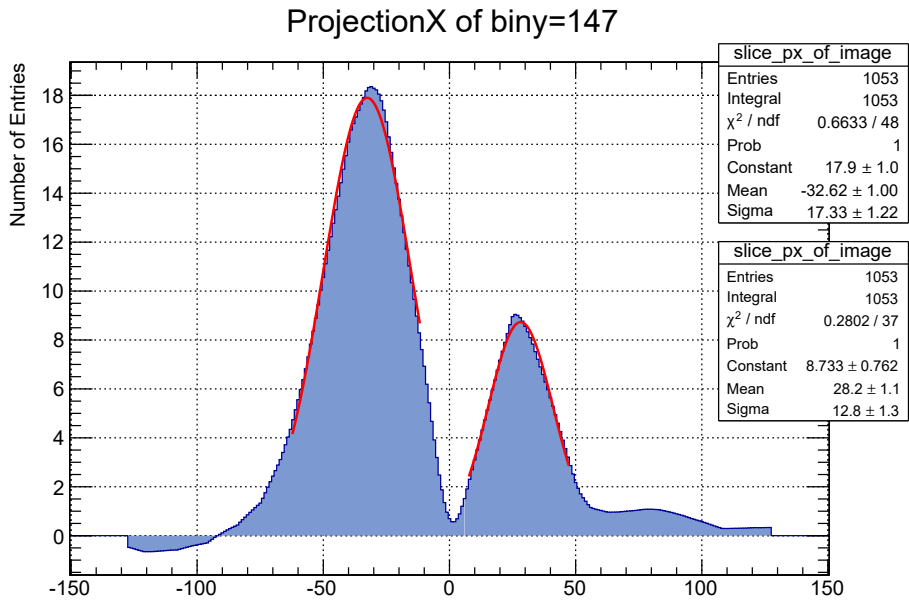


Abbildung 14: 1D-Projektion zweier ^{22}Na -Strahler in einem Abstand von 4 cm über den filtered backprojection Ramp Algorithmus rekonstruiertes Bild.

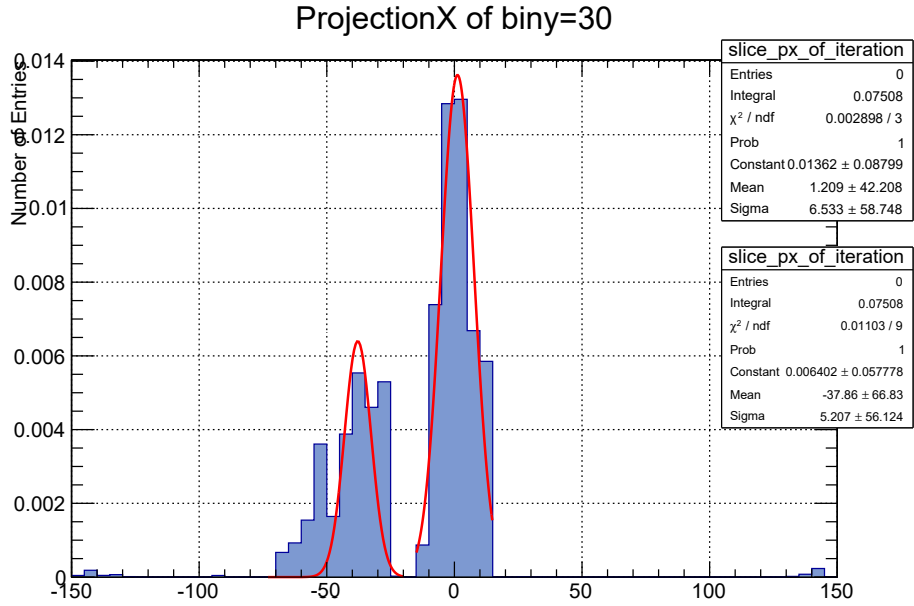


Abbildung 15: 1D-Projektion zweier ^{22}Na -Strahler in einem Abstand von 4 cm über den Iterativen Algorithmus rekonstruiertes Bild.

men verglichen darunter die Pixel Driven Backprojection, die filtered Backprojection Ramp, Hann und Shepp-Logan sowie die iterative Rekonstruktion anhand der Messung einer einzelnen Punktquelle, welche sich im Zentrum des Probenbehälters befindet. Die Peaks werden mit einer Gaußfunktion gefittet und die Halbwertsbreiten sowie die Aktivitätsverteilungen ausgewertet. Nach dem iterativen Algorithmus, welcher hier aufgrund von Null-Einträgen und einer zu geringen Zählrate nicht funktioniert, ist die *filtered backprojection* Ramp mit einer Halbwertsbreite von $(30,57 \pm 0,11)$ keV der präziseste Algorithmus.

Die Positionsbestimmung zeigt, dass mit einer Genauigkeit von $u(X) = 1,35$ cm der Ort der Quelle bestimmt werden kann. Der größte Faktor in der Unsicherheit ist hierbei der Rekonstruktionsalgorithmus. Der Umrechnungsfaktor $a = (0,102 \pm 0.003) \frac{\text{cm}}{\text{Pixel}}$ der von den Pixel der Bildmatrix zu der Position innerhalb des Detektorring konnte hingegen deutlich genauer bestimmt werden. Ein ähnliches Ergebnis zeigt sich auch beim Auflösungsvermögen. Der minimale Abstand, bei denen die Quelle noch unterscheidbar sind, liegt bei $(5,0 \pm 0,6)$ cm. Auch hier ist der Rekonstruktionsalgorithmus entscheidend. Bei dem iterativen Verfahren ließe sich mit denselben Daten ein Bild rekonstruieren, bei denen die Peaks auch bei 4 cm noch vollständig aufgelöst sind. Die bessere Auflösung ist jedoch mit einer höheren Rechenzeit verbunden, weswegen eine Nutzung der anderen Algorithmen weiterhin

sinnvoll ist, falls die jeweilige Auflösung ausreichend ist. Bei modernen PETs ist die Rechenzeit jedoch auf kein Problem mehr.

A Unsicherheiten

Alle Unsicherheiten sind nach dem GUM-Standard berechnet.
Für die gaußsche Fehlerortspflanzung gilt

$$u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2}. \quad (10)$$

Damit folgt für die Positionsbestimmung der Fehler

$$u(X) = \sqrt{\left(\frac{\partial X}{\partial a} u(a) \right)^2 + \left(\frac{\partial X}{\partial P} u(P) \right)^2}. \quad (11)$$

B Tabellen

C Bilder

Parameter	Erläuterung	Wert
Anzahl FADC Module		1
Startadresse des Speicherbereichs im VME		0x50000000
Threshold	Auslese der Detektoren bei Überschreiten einer bestimmten Signalhöhe	8100-8500
Sampling Rate		25, 50 oder 100 MHz
Stop Delay	Verzögerung Triggersignal um gegebene Anzahl an Samples	600
Page Size	Festlegung wie viele Samples für jedes Signal an den Computer übertragen werden	
Integration der Signale	Zur Reduzierung der Datenmenge	
Zero Offset (14 bit Auflösung)	Lage der Nulllinie, um positive als auch negative Eingangssignale darzustellen	in der Mitte zwischen 0 und 16384
Substract Offset	Abzug Zero Offset vor der Integration	

Tabelle 2: Auflistung der eingestellten Parameterwerte.

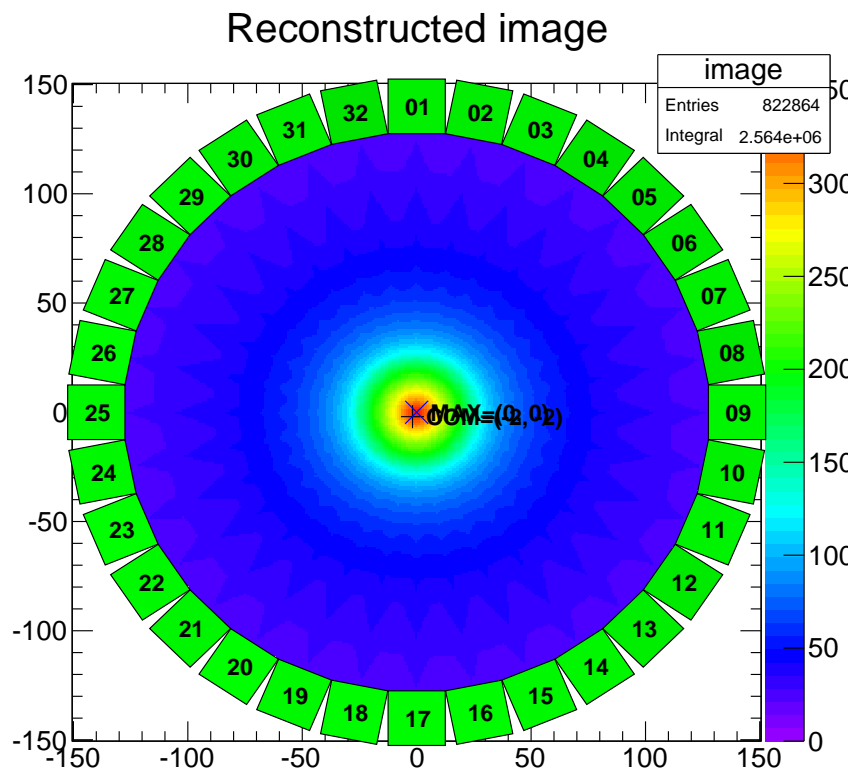


Abbildung 16: 2D-Aktivitätsverteilung der MiniPET- Messung über den Pixel Driven Backprojection Algorithmus; Simulation eines Rings aus 32 Detektoren über verschiedene Winkeleinstellungen; Punktquelle im Koordinatenursprung.

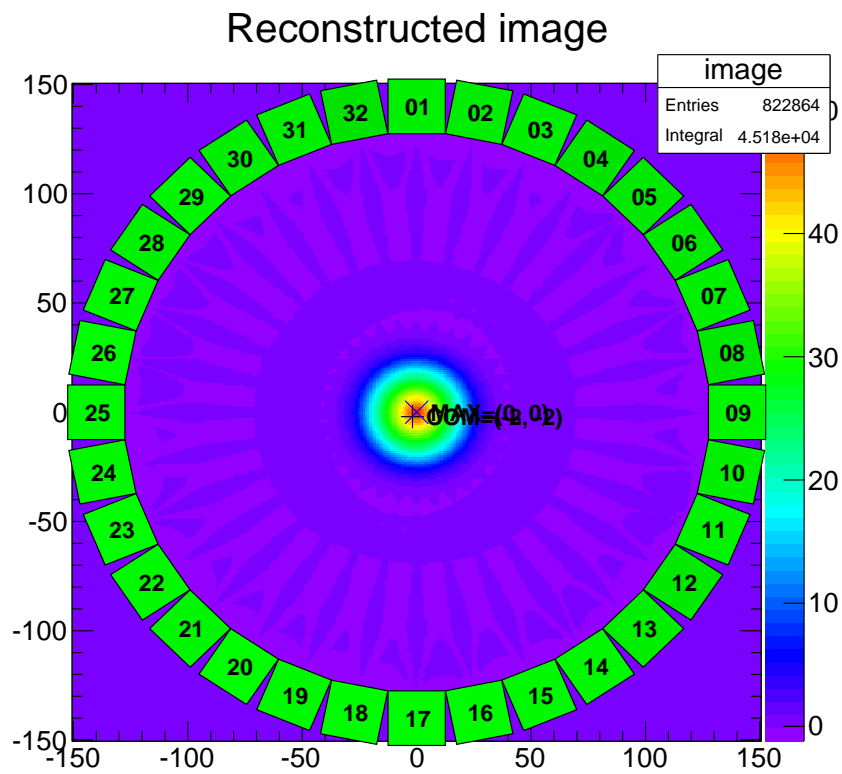


Abbildung 17: 2D-Aktivitätsverteilung der MiniPET- Messung über den filtered backprojection Ramp Algorithmus; Simulation eines Rings aus 32 Detektoren über verschiedene Winkeleinstellungen; Punktquelle im Koordinatenursprung.

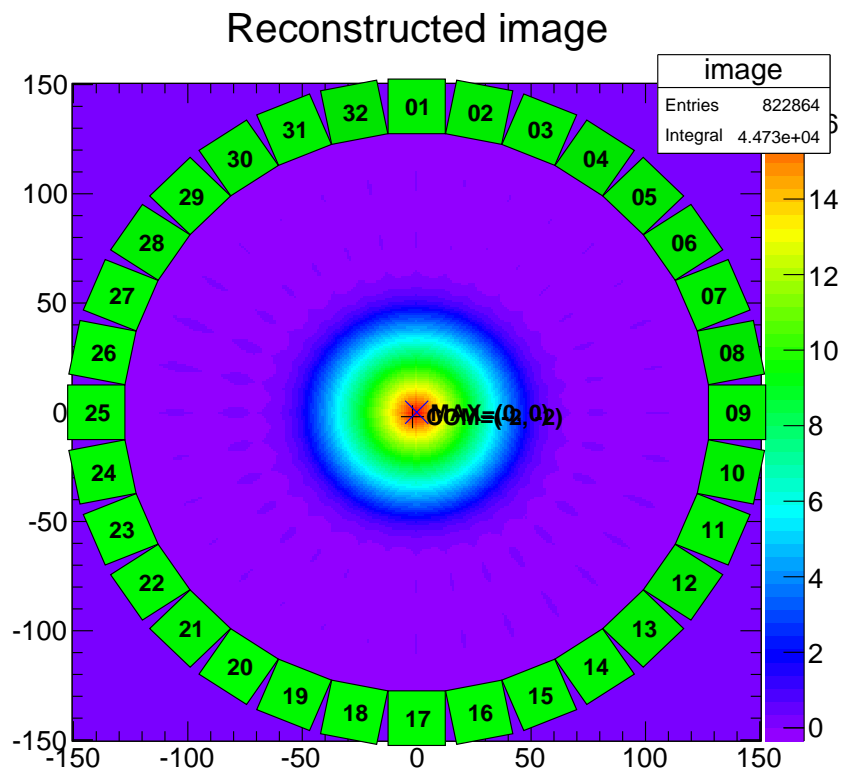


Abbildung 18: 2D-Aktivitätsverteilung der MiniPET- Messung über den filtered backprojection Hann Algorithmus; Simulation eines Rings aus 32 Detektoren über verschiedene Winkeleinstellungen; Punktquelle im Koordinatenursprung.

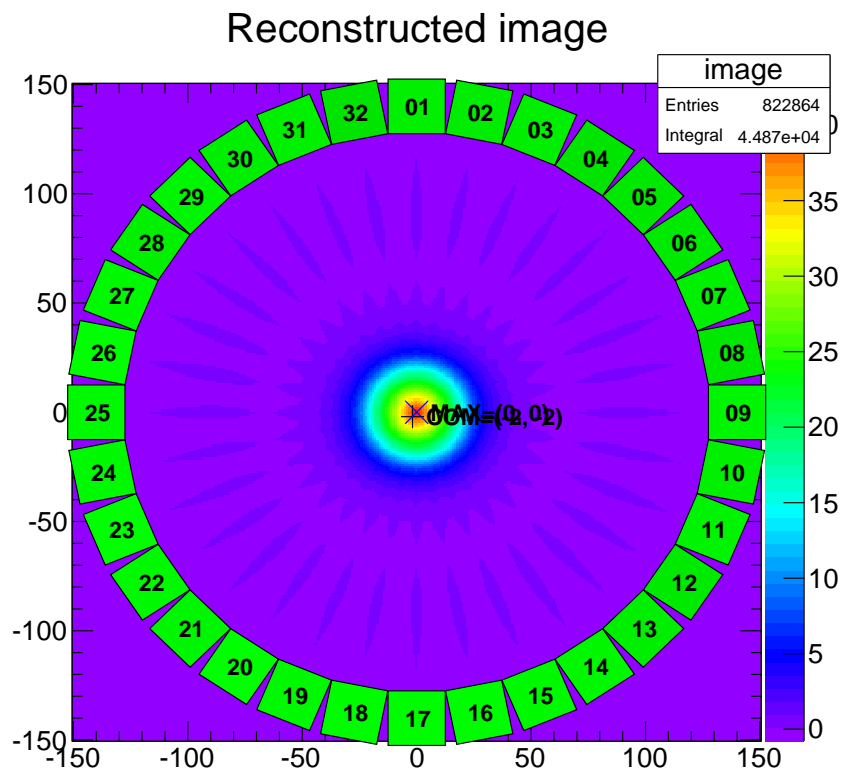


Abbildung 19: 2D-Aktivitätsverteilung der MiniPET- Messung über den filtered backprojection Shepp-Logan Algorithmus; Simulation eines Rings aus 32 Detektoren über verschiedene Winkeleinstellungen; Punktquelle im Koordinatenursprung.

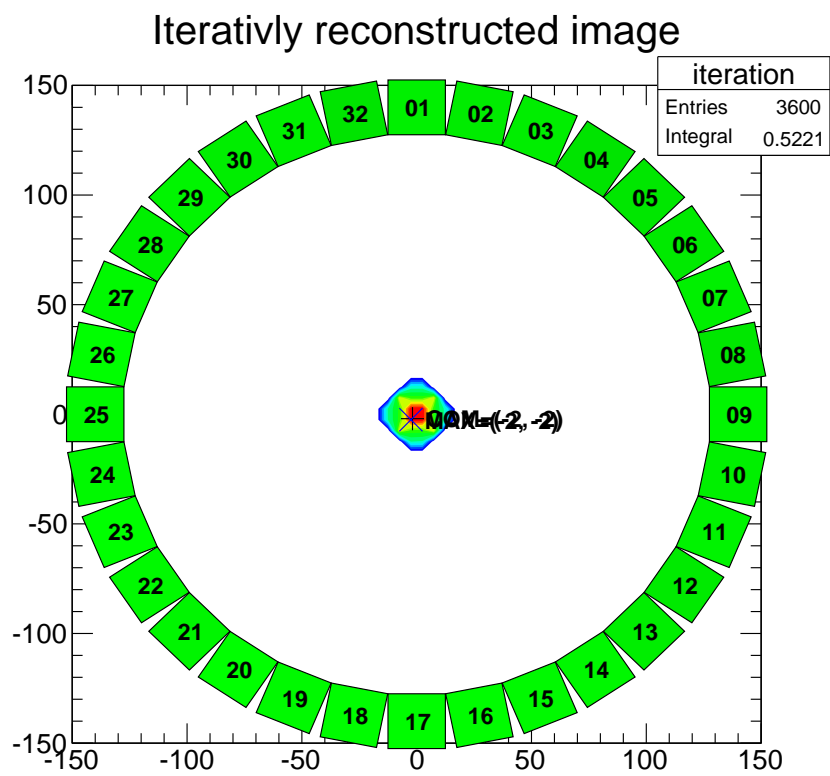


Abbildung 20: 2D-Aktivitätsverteilung der MiniPET- Messung über den iterativen Rekonstruktionsalgorithmus; Simulation eines Rings aus 32 Detektoren über verschiedene Winkeleinstellungen; Punktquelle im Koordinatenursprung.

Literatur