

VERSUCHSBERICHT ZU

RÄUMLICHER LC-MODULATOR UND
DIFFRAKTIVE OPTIK

Ba-A-07

Lana Söltzer (E-Mail: l_soel02@wwu.de)
Pablo Mayer (E-Mail: p_maye02@wwu.de)

durchgeführt am 14.01.2019
betreut von
Haissam HANAFI

13. Februar 2019

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	2
2	Theorie	2
2.1	Theoretische Grundlagen zu Flüssigkristallen	2
2.1.1	Elektrooptische Eigenschaften von Flüssigkristallzellen	2
2.1.2	Twisted nematic Flüssigkristallzelle	3
2.1.3	Amplituden- und Phasenmodulation	4
2.2	Skalare Theorie der Lichtwellen und Beugung	5
2.2.1	Interferenz ebener Wellen	5
2.2.2	Kohärenz de Lichts	5
2.2.3	Fraunhoferbeugung	6
2.2.4	Beugungswinkel der Ordnungen	6
3	Aufbau und Auswertung	7
3.1	Amplitudenmodulation und Projektion	7
3.1.1	Winkelverteilung von linear polarisiertem Licht	7
3.1.2	Vorbereitungen zur optimierten Funktion des LC-Modulators .	8
3.1.3	Pixelgröße des LC-Display	11
3.1.4	Zusammenhang zwischen Grauwert und Polarisationszustand	12
3.2	LC-Modulator als DOE	15
3.2.1	Berechnung der Pixelgröße	15
3.2.2	Intensitätsverteilung in den Beugungsordnungen des unadres- sierten Displays	16
3.2.3	Aufnahme von verschiedenen Beugungsbildern mittels der Ka- mera	17
3.3	Computergenerierte Hologramme (CGHs)	20
3.3.1	Brennweite der diffraktiven Linse	21
3.3.2	Berechnung beliebiger diffraktiver optischer Elemente als CGH	21
3.3.3	Darstellung zweier DOEs auf einem Bildschirm	22
4	Schlussfolgerung	23
5	Anhang	24

1 Einführung

In diesem Versuch wird ein Flüssigkristall-Mikrodisplay als räumlicher Lichtmodulator zur Realisierung diffraktiv optischer Elemente und zur Untersuchung dynamischer Beugungsstrukturen verwendet und auf seine physikalischen Eigenschaften untersucht. Durch Anlegen von Spannungen können die enthaltenen Flüssigkristalle in ihren Eigenschaften so beeinflusst werden, dass sie optische Phänomene hervorrufen. Durch die variable Ansteuerung der Spannung an dem LC-Modulator kann dieser verschiedenen optische Werkzeuge wie zum Beispiel Gitter, Spalte und Linsen realisieren. Der LC-Modulator wird in diesem Versuch ebenfalls auf seine Eigenschaften der Amplitudenmodulation und auf die computergenerierten Holografie getestet.

2 Theorie

2.1 Theoretische Grundlagen zu Flüssigkristallen

2.1.1 Elektrooptische Eigenschaften von Flüssigkristallzellen

Flüssigkristalle weisen sowohl Eigenschaften eines Kristalls auf, sowie jene einer Flüssigkeit. Sie haben wie Kristalle eine langreichweitige Ordnung ihrer Orientierung, aus dieser eine dielektrische und elektrooptische Anisotropie folgt. Gleichzeitig weisen sie jedoch auch ein für Flüssigkeiten typisches Fließverhalten auf und haben auch keine stabile Positionierung der einzelnen Moleküle.

Beim Anlegen eines elektrischen Feldes wird die Richtungsabhängigkeit der dielektrischen Eigenschaften des Flüssigkristalls ersichtlich. So resultiert eine reversible Variation der Orientierung der Moleküle. Durch die längliche Form der Moleküle des Flüssigkristalls und ihre insgesamt geordnete Orientierung weisen einzelne Flüssigkristallelemente doppelbrechende Eigenschaften auf. Der Flüssigkristall weist somit unterschiedliche Brechungsindizes für unterschiedliche Polarisationsrichtungen einer einfallenden Lichtwelle auf. Dies ist jedoch nur der Fall, wenn die einfallende Lichtwelle sich nicht entlang der optischen Achse ausbreitet, denn auf dieser weist das anisotrope Medium isotrope Eigenschaften auf.

Es gibt unterschiedliche Typen von Flüssigkristallen, zu den wichtigsten zählen dabei die nematischen und die smektischen Flüssigkristalle. Nematische Flüssigkristalle haben eine lineare Ausrichtung der Moleküle, das heißt sie haben eine Ordnung bezüglich der Orientierung ihrer Molekülachse, jedoch eine zufällige Verteilung der Molekülzentren. Smektische Flüssigkristalle formen Schichten, welche zueinander verschiedene Orientierungen der Molekülachse aufweisen. Das heißt also sie besitzen eine Ordnung bezüglich der Orientierung und der Translation.

In sogenannten LCD's (Liquid Crystal Displays) sind die Flüssigkristalle in einzelne Zellen angeordnet, welche durch Zellwände getrennt sind. Anlegen einer Spannung erlaubt nun die gezielte Manipulation der optischen Eigenschaften der Flüssigkristalle, sodass diese als verstellbare diffraktive optische Elemente genutzt werden können. Um jeden einzelnen Flüssigkristall individuell ansprechen zu können und die angelegte Spannung von verschiedenen Flüssigkristallzellen variieren zu können, müssen die trennenden Zellwände der Aufnahme derelektrischen Leitungen dienen. Die Zellwän-

de stellen ein Kreuzgitter dar, wodurch für transmittierende Licht ein entsprechendes Beugungsmuster hervorgerufen wird.

2.1.2 Twisted nematic Flüssigkristallzelle

In LCD's mit twisted nematic Flüssigkristallen haben die Orientierungsschichten eine verschiedene Ausrichtung auf der Grund- und Deckfläche, welche typischerweise in etwa orthogonal zueinander ist. Aufgrund der oben beschriebenen Eigenschaften eines Flüssigkristalls, also aufgrund der langreichweitige Ordnung der Moleküle bildet sich eine helixartige Struktur heraus. Folglich variiert der Winkel der Molekülachse entlang des Lichtweges durch die Zelle. Diese Helixstruktur kann weitergehend dazu genutzt werden, um die Polarisierung einer einfallenden Lichtwelle zu verändern. Fällt also zum Beispiel die Polarisierung der Lichtwelle beim Eintreten parallel zur Orientierungsschicht aus, so resultiert am Ausgang eine Lichtwelle mit 90° gedrehter Polarisierung. Dieser Vorgang ist in Abb. 1 anschaulich zu sehen.

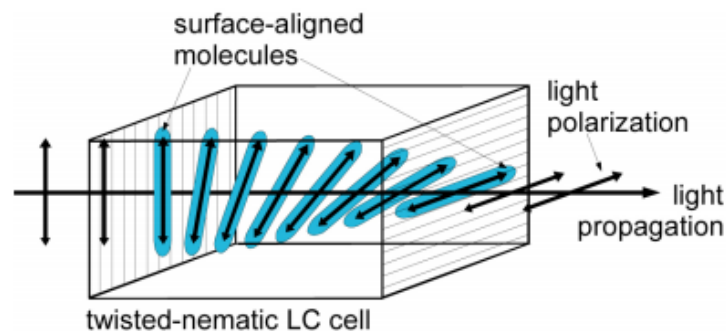


Abbildung 1: Transmission einer polarisierten Lichtwelle durch eine nematische Flüssigkristallzelle ohne angelegte Spannung

Um die Zelle nun also dynamisches optisches Objekt zu nutzen, wird eine Spannung an die transparenten Elektroden der Zelle angelegt. Man unterscheidet dabei zwischen der im feldfreien Zustand vorhandenen Verdrehung (twist) und der von der Größe der Spannung abhängigen Verkippung (tilt). Diese Verkippung stellt sich jedoch erst ab einer bestimmten Grenzspannung V_{thr} ein. Erhöht man nun die Spannung werden die Moleküle zunehmend parallel zur Feldrichtung orientiert. Dies gilt jedoch nur für Moleküle die sich im zentralen Bereich der Zelle befinden, jene welche sich nah an den Orientierungsschichten befinden bleiben dabei weitestgehend unbeeinflusst. Im Extremfall einer parallelen Ausrichtung der zellenzentralen Moleküle zum elektrischen Feld verlässt eine einfallende Lichtwelle die Flüssigkristallzelle mit unveränderter Polarisierung. In Abb. 2 ist die Ausrichtung der Moleküle bedingt durch das Anlegen unterschiedliche starker Spannungen zu sehen.

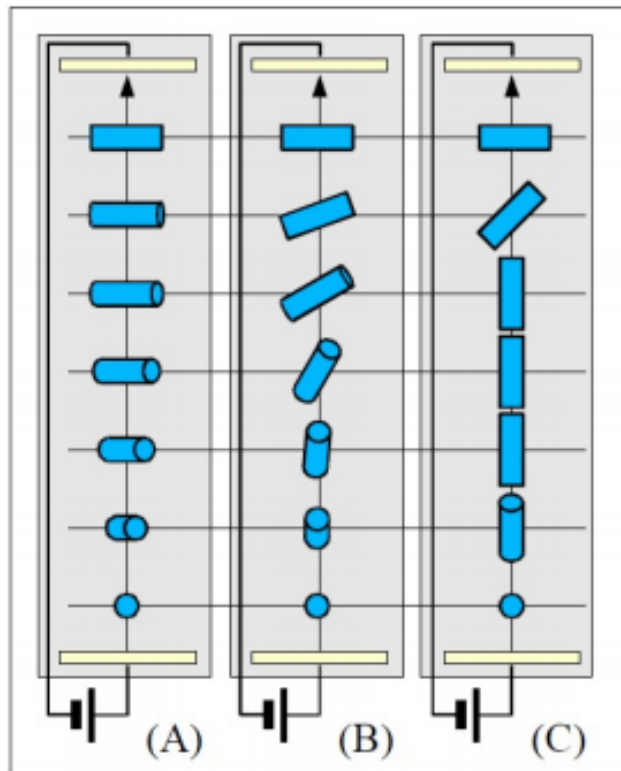


Abbildung 2: LC-Zellen mit unterschiedlich angelegten Spannungen. Dabei ist in A) die Spannung $V_A = 0$ angelegt, das heißt dort wird der feldfreie Zustand betrachtet und somit nur eine Verdrehung der Moleküle aus dem Anfangszustand. In B) ist $V_B > V_{thr}$, also die angelegte Spannung ist größer als die Grenzschnpannung und somit findet zusätzlich eine Verkipfung der Moleküle in Feldrichtung statt. Und in C) ist $V_C \gg V_{thr}$, das heißt also mit parallel ausgerichteten Molekülen im zentralen Bereich der Zelle.

Die verschiedenen Spannungen an den LC-Molekülen können bei Lichtmodulatorgeräten in Form der Grauwerte von übertragenen Bildsignalen gesteuert werden. Eine elektronische Schaltung erhält dabei die Bildsignale über die VGA-Schnittstelle eines PC. Daraus können die benötigten Spannungswerte für die Flüssigkristallzellen erzeugt werden.

2.1.3 Amplituden- und Phasenmodulation

Wird die Zelle nun mit einem hinter der Zelle angebrachten Polarisator kombiniert, entsteht ein schaltbarer Amplitudenmodulator für polarisiert einfallendes Licht, da ein linear polarisiert einfallendes Lichtfeld in unterschiedlichem Maße transmittiert wird. Dies kann ebenfalls für unpolarisiertes Licht umgesetzt werden, indem vor der Zelle ein weiterer Polarisator eingebaut wird.

Desweiteren unterliegt auch die Phase der transmittierten Lichtwelle einer Modifikation. Die Phasenmodulation ist abhängig von der Spannung und der Richtung der Eingangspolarisation. Bei dem im diesem Versuch genutzten LC2002 treten gemischte Amplituden- und Phasenmodulationen auf. Mit Hilfe der Stellungen von Analysator

und Polarisator kann das Verhältnis zwischen Amplituden- und Phasenmodulation eingestellt werden. Ein System aus Polarisator, LCD und Analysator kann also eine optische Komponente betrachtet werden, welche einen Phasenunterschied zwischen den einzelnen Flüssigkristallzellen erzeugen kann, dieser ist proportional zum adressierten Grauwert. Durch die kontinuierlichen Grauwerte lassen sich alle Zwischenzustände der Orientierung der Moleküle erreichen. Somit ist eine Vielzahl an Transmissionszustände gesichert. Da jede einzelne Flüssigkristallzelle individuell modifizierbar ist, lässt sich eine räumliche Verteilung der Lichtmodulation erzielen. Man spricht also von einem räumlichen Lichtmodulator, welcher als schaltbares diffraktives Element genutzt werden kann.

2.2 Skalare Theorie der Lichtwellen und Beugung

2.2.1 Interferenz ebener Wellen

Bei der Überlagerung von Wellen sind Verstärkungen und Schwächungen der resultierenden Welle zu beobachten. Da die Intensität eine Erhaltungsgröße ist, kann lediglich die räumliche Umverteilung der Intensität stattfinden. Bei der Interferenz monochromatischer Lichtwellen gleicher Frequenz, setzt sich die Feldstärke der resultierenden Welle an jedem Ort zu jeder Zeit einfach aus der vektoriellen Addition der Feldstärken der ursprünglichen Wellen zusammen.

Für die Intensität der Interferenzerscheinung ergibt sich, ausgehend von einer ebenen, linear polarisierten Lichtwelle $E(r, t) = A_0 e^{i(kr - \omega t + \delta)}$, folgende Gleichung:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \Delta\Phi. \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet k den Wellenvektor, δ die Phasenkonstante und ω die Lichtfrequenz. Für die Phasendifferenz $\Delta\Phi$ gilt:

$$\Delta\Phi = \Delta\Phi_1 - \Delta\Phi_2 = r(k_1 - k_2) + (\delta_1 - \delta_2) \quad (2.2)$$

Haben also zwei Wellen die gleiche Amplitude und liegt Interferenz vor, so variiert die Interferenzerscheinung periodisch zwischen 0 und $4I$. Ein Interferenzmaximum liegt genau dann vor, wenn der Kosinus $+1$ wird. Das heißt also bei $\Delta\Phi = 2N\pi$ (mit $N = 0, 1, 2, \dots$). Wird der Kosinus minimal bei also -1 , so liegt ein Interferenzminimum vor, dies ergibt sich für $\Delta\Phi = 2(N + 1)\pi$.

Als Charakterisierung der Sichtbarkeit der beobachtbaren Interferenzstreifen dient der Kontrast. Dieser ist durch folgende Formel gegeben.

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.3)$$

2.2.2 Kohärenz de Lichts

Die Elektronen in einem Atom gehen bei Energiezufuhr in einen angeregten Zustand über. Beim Abregeln von diesem angeregten Zustand in das energetisch niedrigere Niveau werden Photonen emittiert, welche als kurze Wellenzüge angesehen werden.

Die Ausstrahlungsdauer entspricht der Lebensdauer der Elektronen in den angeregten Niveaus. Diese Lichtausstrahlung von verschiedenen Punkten aus unterliegt einer statistischen Verteilung. Des Weiteren lässt sich keine klare Phasenbeziehung zwischen aufeinander folgenden Wellenzügen einer Punktquelle aufstellen. Es lässt sich also keine zeitlich und räumlich konstante Phasenbeziehung aufstellen. Die Interferenzerscheinung ist also nicht stationär, sondern ändert sich jeweils nach bestimmten Intervallen. Gleichung (2.1) muss zeitlich gemittelt werden. Daraus ergibt sich also folgende Gleichung für die zeitlich gemittelte Intensität.

$$\langle I \rangle_{t_b} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \frac{1}{t_b} \int_0^{t_b} \cos \Delta\Phi dt \quad (2.4)$$

Kommen im Beobachtungszeitraum alle Phasendifferenzen zwischen 0 und $2N\pi$ gleich häufig vor, so verschwindet das Integral und somit auch der Interferenzterm und es wird lediglich die Summe der Einzelintensitäten I_1 und I_2 gemessen. Für eine konstante Differenz ($\delta_1 - \delta_2$) der Phasenkonstanten der jeweiligen Wellen über das Beobachtungsintervall liegt eine konstante Phasenbeziehung vor und die Wellen sind kohärent.

Man unterscheidet zwischen der räumlichen und der zeitlichen Kohärenz. Die räumliche Kohärenz (Young-Interferometer: Teilung der Wellenfront) basiert auf der räumlichen Ausdehnung einer Lichtquelle. Die zeitliche Kohärenz betrachtet den Laufzeitunterschied zweier Lichtwellen, welche dann wieder zusammen geführt werden (Michelson-Interferometer: Teilung der Amplitude). Bei zunehmender optischer Wegdifferenz nimmt der Kontrast der Interferenz ab. Der Gangunterschied bei dem der Kontrast auf $1/e$ abgefallen ist heißt Kohärenzlänge, welche durch zum Beispiel das Michelson-Interferometer nachgewiesen werden kann.

2.2.3 Fraunhoferbeugung

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, so wird diese nach dem Huygens'schen Prinzip gebeugt, dies besagt, dass jeder Punkt einer beugenden Struktur aus Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle fungiert. Bei der Fraunhofer-Beugung wird von einer Fernfeld-Näherung ausgegangen. Diese besagt, dass die Blendenöffnung als klein und die Entfernung zum Beobachtungsschirm als groß angenommen werden kann. In der Fraunhofer-Beugung ist das Fernfeld damit durch die Fouriertransformierte des Feldes direkt hinter dem beugenden Objekt gegeben.

2.2.4 Beugungswinkel der Ordnungen

Ein eindimensionales periodisches Objekt mit räumlicher Periodizität g erzeugt bei Beleuchtung mit monochromatischem Licht ein Maximum im Fernfeld, diese wird Beugungsordnung genannt. Betrachtet man also ein räumlich periodisches Beugungsobjekt wie zum Beispiel das Gitter mit der Gitterkonstante g lassen sich die Beugungswinkel α über die Gittergleichung berechnen. Diese lautet für senkrecht einfallendes Licht:

$$g \sin \alpha = m\lambda \quad (2.5)$$

mit ($m = 0, 1, 2, \dots$). λ bezeichnet dabei die Wellenlänge.

3 Aufbau und Auswertung

In jedem Kapitel wird die Durchführung und deren Ergebnisse betrachtet und diskutiert. Um die Ergebnisse einheitlich zu betrachten wird die folgende Konvention für das Koordinatensystem festgelegt. Die Ausbreitungsrichtung des Lichtfeldes erfolgt in Richtung der positiven z -Achse. Die x -Achse zeigt im Linkssystem parallel zur langen Seite des Modulators, die y -Achse steht senkrecht auf dieser. Die Angaben bezüglich der Winkel, ausgehend von der x -Achse, gehen im positiven mathematischen Sinne entlang der z -Achse.

3.1 Amplitudenmodulation und Projektion

3.1.1 Winkelverteilung von linear polarisiertem Licht

Für diesen Versuchsteil wird der Laser zunächst so in den Strahlengang gebracht, dass seine Strahlachse entlang der Schiene zeigt. Außerdem wird der Laserstrahl kollimiert, das bedeutet also, dass die Laserstrahlen parallel verlaufen, welches mit einer vor den Laser geschraubten Linse regulierbar ist. Ist der Laser nun justiert, wird er für diesen Versuchsteil nicht geändert. Hinter den Laser wird nun ein Analysator in einem bestimmten Winkel θ in den Strahlengang gebracht. Die Linse dahinter, mit einer angegebenen Brennweite von 20 cm fokussiert den Strahl auf ein folgendes Intensitätsmessgerät. Zu beachten ist, dass hier die experimentell bestimmte Brennweite der Linse von der gegebene Brennweite abweicht, die ermittelte Brennweite beträgt 18,5 cm. Diese Abweichung kann bedingt durch einen nicht ganz kollimierten Laserstrahl oder eine nicht, für die Wellenlänge des Lasers geeignete Linse sein. Der Aufbau ist in Abb. 3 zu sehen.

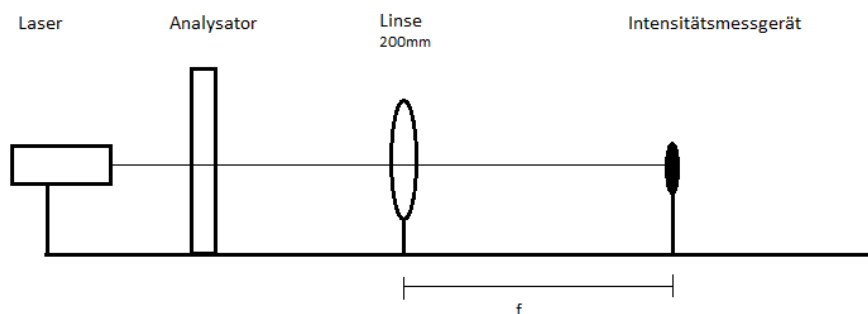


Abbildung 3: Aufbau zur Bestimmung der Intensität in Abhängigkeit des Polarisationswinkels

Zuerst wird der Polarisationswinkel der die größte Intensität aufweist bestimmt. Anschließend wird ausgehend von diesem Winkel der Winkel in $\theta = 10^\circ$ -Schritten variiert im Rahmen von 90° . Bestimmt werden soll der Verlauf der Intensität in Abhängigkeit

des Polarisationswinkels und der Kontrast.

Der Intensitätsverlauf in Abhängigkeit des Polarisationswinkels ist in Abb. 4 zu sehen.

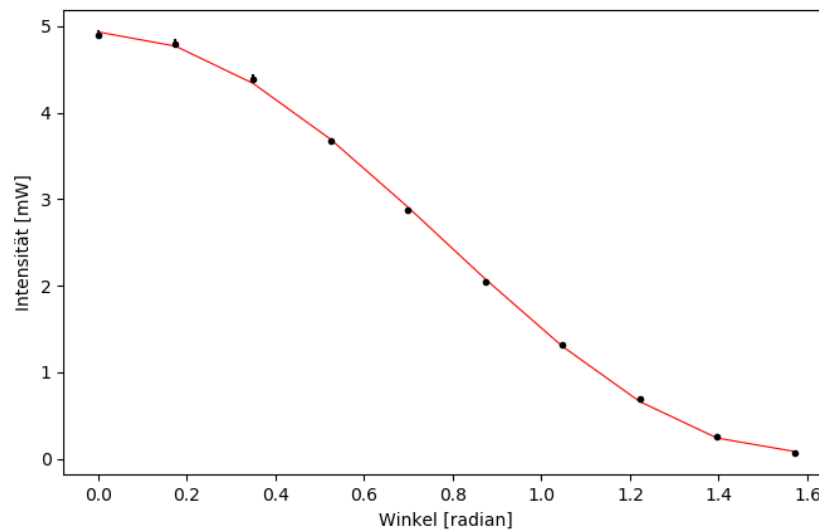


Abbildung 4: Verlauf der transmittierten Intensität in Abhängigkeit des Drehwinkels von 0° bis 90° . Der Fit wurde mit Python erstellt und hat die Form $I(\Theta) = I_0 \cdot \cos(a \cdot (\Theta - \Theta_0)^2) + b$, mit $I_0 = (4,852 \pm 0,055)$ mW, $a = 0,013 \pm 0,012$, $\Theta_0 = 0,083 \pm 0,022$ und $b = 0,987 \pm 0,012$

Zu sehen ist ein Verlauf der Intensität welcher gefittet dem Verlauf der Quadratfunktion des Kosinus entspricht. Daher kann in diesem Kontext das Gesetz von Malus, welches die Intensität I des linear polarisierten Lichts mit einer Anfangsintensität von I_0 nach dem Durchgang durch einen Polarisator in Abhängigkeit des Drehwinkels θ beschreibt gemäß der Formel $I = I_0 \cos^2 \theta$, anhand Abb. 4 bestätigt werden.

Für den Kontrast, welcher aus der maximalen und der minimalen gemessenen Intensität und somit mit Hilfe von Gleichung (2.3) berechnet werden kann ergab sich ein Wert von $0,976 \pm 0,071$. Die Unsicherheit ergibt sich über die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung von 2.3 abgeleitet nach der maximalen und minimalen Intensität.

3.1.2 Vorbereitungen zur optimierten Funktion des LC-Modulators

Da durch den vorherigen Versuchsteil nun der Winkel des linear polarisierten Laserstrahls bekannt ist, wird der Laser so in der Halterung gedreht, dass er auf -45° steht, da der LC-Modulator bei dieser Stellung den höchsten Kontrast aufweist. Ist der Laser eingestellt, so wird der LC-Modulator gefolgt von einem Analysator in den Strahlen-gang eingefügt. Dieser soll auf einen Polarisationswinkel von $\theta = -135^\circ$ eingestellt werden. Mit einer Kamera kann das Bild beobachtet werden. Der Aufbau ist in Abb. 5 zu sehen.

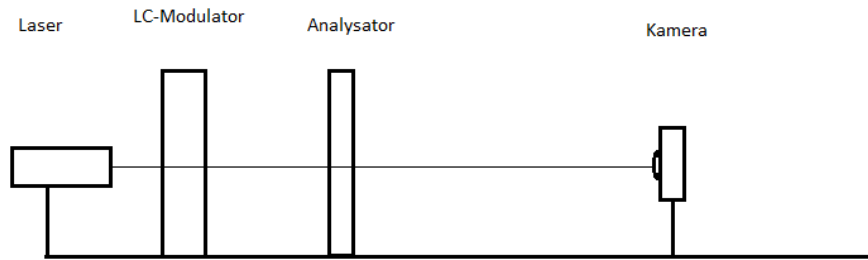


Abbildung 5: Aufbau zur Variation des Kontrasts

Mit Hilfe der *OptiXplorer Software* kann der Modulator angesteuert werden. Es soll nun die Hälfte des Displays schwarz und die andere Hälfte weiß angesteuert werden. Anschließend wird das entstandene Bild für den eingestellten Polarisationswinkel θ aufgenommen. Außerdem noch jeweils ein weiteres Bild für eine Verdrehung um 45° , 90° und 135° . Es wird die optimale Konfiguration verwendet des Analysators bestimmt und eingestellt, diese wird im folgenden nicht weiter verändert.

In Abb. 6 sind die vier aufgenommenen Bilder bei einer Analysatorstellung von 45° , 90° , 135° und 180° zu sehen.

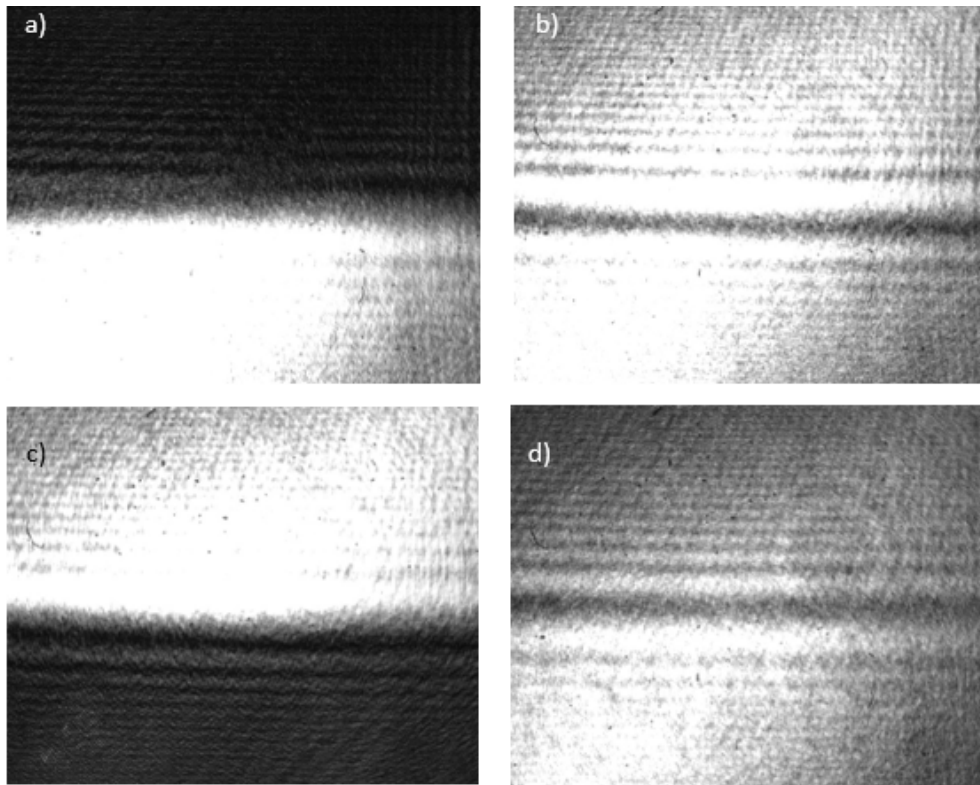


Abbildung 6: Aufgenommene Bilder der Kamera bei einer Analysatorstellung von a) 45° , b) 90° , c) 135° und d) 180°

Klar erkennbar ist, dass das aufgenommene Bild bei einer Analysatorstellung von 135° genau invertiert ist zu dem Bild bei einem Winkel von 45° . Die Bilder bei den eingestellten Winkeln von 90° und 180° ähneln sich, wobei bei 180° ein etwas dunkleres Bild vorliegt. Somit lässt sich feststellen, dass der LC-Modulator den Kontrast, den man auf der Kamera erkennt, variiert. Die optimale Konfiguration stellt sich also bei einer Analysatorstellung von 45° heraus und wird im folgenden verwendet.

Wurden die vier Bilder aufgenommen, wird die Kamera durch die 200 mm Linse mit der Brennweite 18,5 cm und das Intensitätsmessgerät in der Fokusebene ersetzt. Dieser Aufbau ist in Abb. 7 zu sehen.

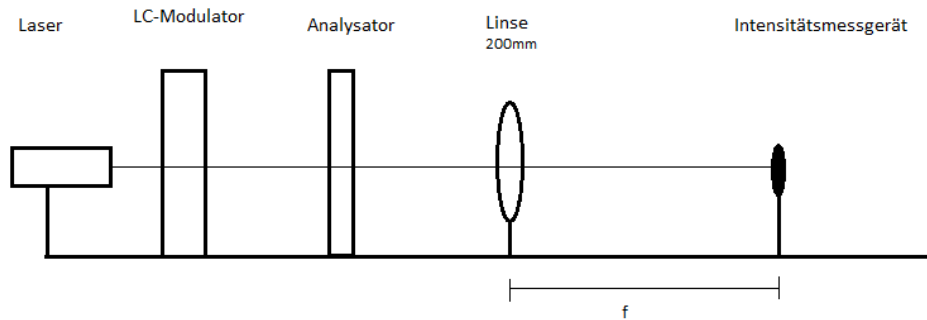


Abbildung 7: Aufbau zur Intensitätsmessung bei zwei verschiedenen Grauwerten

Nun wird der *Blank Screen* auf dem Computer eingestellt mit jeweils einem Grauwert von 0 und 255. Es werden diesbezüglich zwei Intensitätsmessungen durchgeführt. Bei einem Grauwert von 0 wurde eine Intensität von $I_{max} = (1,46 \pm 0,05) \text{ mW}$ gemessen und bei einem Grauwert von 255 eine Intensität von $I_{min} = (0,0852 \pm 0,0005) \text{ mW}$. mit Hilfe dieser beiden Werte und Gleichung (2.3) lässt sich nun der Kontrast bei der Verwendung des LC-Modulators als Amplitudenmodulator berechnen. Dieser beträgt $0,889 \pm 0,006$.

Zu bemerken ist das der Kontrast, welchen der LC-Modulator bewirkt etwas geringer also schlechter ist, als der im vorherigen Unterabschnitt Abschnitt 3.1.1. Dies ist erklärba, da der LC-Modulator nicht nur als Amplitudenmodulator sondern auch als Phasenmodulator fungiert. Die entstehende Phasenmodulation beeinflusst die reine Amplitudenmodulation und verschlechtert den Kontrast.

3.1.3 Pixelgröße des LC-Display

Die Pixelgröße des LC-Displays lässt sich mit Hilfe folgendem Versuchsaufbau, wie er in Abb. 8 zu sehen ist, bestimmen. Dazu wird erneut die 200 mm Linse in den Strahlengang gebracht, und zwar so, dass der LC-Modulator in der Brennebene der der Linse steht. Diese beträgt dabei $(18,5 \pm 0,3) \text{ cm}$. Auf dem Modulator wird dabei ein weißes Bild mit einem 200x200 Pixel großem schwarzen Quadrat in der Mitte adressiert. Anschließend wird die Bildgröße auf einem Schirm mit einem Abstand von $(84,3 \pm 0,3) \text{ cm}$ zur Linse mit einem Lineal gemessen.

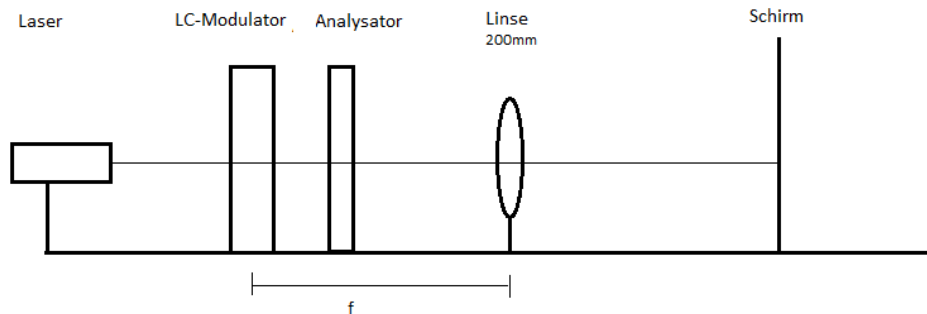


Abbildung 8: Aufbau zur Bestimmung der Pixelgröße

Über die folgende Formel kann die Gegenstandsgröße G des angesteuerten Quadrats bestimmt werden.

$$G = \frac{B}{b/f - 1} \quad (3.1)$$

Dabei ist b die Bildweite, also der Abstand zwischen Linse und Schirm von $(84,3 \pm 0,3)$ cm. f ist die Brennweite mit einem Wert von $(18,5 \pm 0,3)$ cm und B die mit dem Lineal bestimmte Bildgröße. Diese beträgt $(2,05 \pm 0,05)$ cm. Der mit Hilfe der Formel errechnete Wert für die Gegenstandsgröße wird anschließend, um die Pixelgröße zu bestimmen durch 200 geteilt, da eine Seitenlänge des angesteuerten Quadrats 200 Pixel beträgt. Der daraus resultierende Wert für die Pixelgröße beträgt somit $(0,288 \pm 0,107)$ mm. Die Unsicherheit ergibt sich aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung der Formel Gleichung (3.1) abgeleitet nach der Bildgröße, der Bildweite und der Brennweite.

3.1.4 Zusammenhang zwischen Grauwert und Polarisationszustand

In diesem Teil wird nun der Schirm durch das Intensitätsmessgerät ersetzt und in der Brennebene der Linse platziert. Auf dem LC-Modulator werden nun jeweils die verschiedenen Grauwerte von 250, 200, 150, 100 50 und 0 eingestellt. Dabei wird für jeden einzelnen Grauwert mit dem Analysator und dem Intensitätsmessgerät die maximale Intensität und der jeweilige Winkel dazu gesucht und notiert. Ebenfalls auch die minimale Intensität. Der Aufbau ist in Abb. 9 zu sehen.

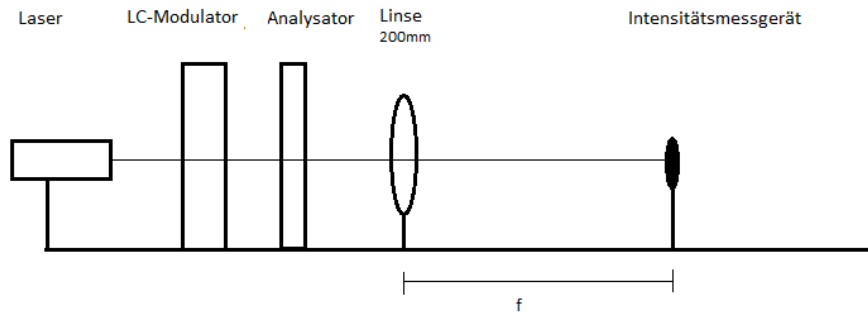


Abbildung 9: Aufbau zur Bestimmung des Zusammenhangs zwischen Grauwert und Polarisationszustand.

Tabelle 1: Dargestellt sind für einige Grauwerte die gemessenen Intensitäten der Maxima und Minima sowie die jeweiligen Analysatoreinstellungen, bzw. deren Winkel.

Grauwert	Intensität Max. [mW]	Winkel Max. [°]	Intensität Min. [μ W]	Winkel Min. [°]
250	$1,35 \pm 0,02$	300	$119,2 \pm 0,2$	210
200	$1,45 \pm 0,02$	300	$42 \pm 0,2$	210
150	$1,38,0,02$	290	$87,7 \pm 0,2$	200
100	$1,25 \pm 0,02$	258	$193,7 \pm 0,2$	168
50	$1,37 \pm 0,02$	236	$90 \pm 0,2$	146
0	$1,41 \pm 0,02$	240	$36,5 \pm 0,2$	142

In diesem Teil soll der Zusammenhang zwischen Drehwinkel und Grauwert erklärt werden und es wurde für drei Grauwerte die Exzentrizität in Polarkoordinaten dargestellt. Diese ist in Abb. 11 sichtbar.

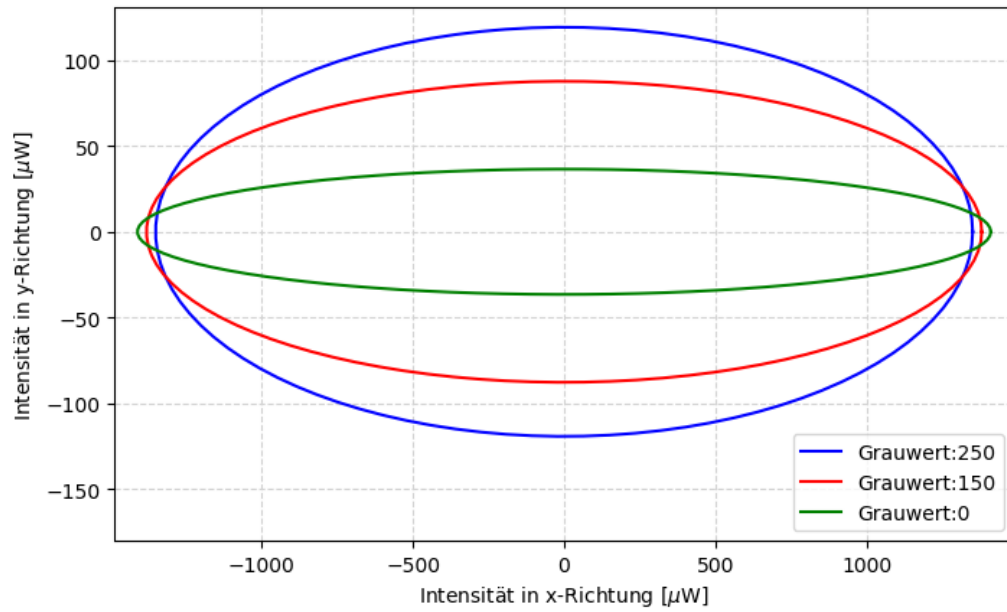


Abbildung 10: Dargestellt sind die Ellipsen für drei ausgewählte Grauwerte. Es wurde noch keine Drehung um den Winkel des Analysators durchgeführt.

Wie in Abb. 11 sehr gut zu erkennen ist, ist für die Grauwerte 0 und 250 die Polarisation genau um 90° zueinander gedreht.

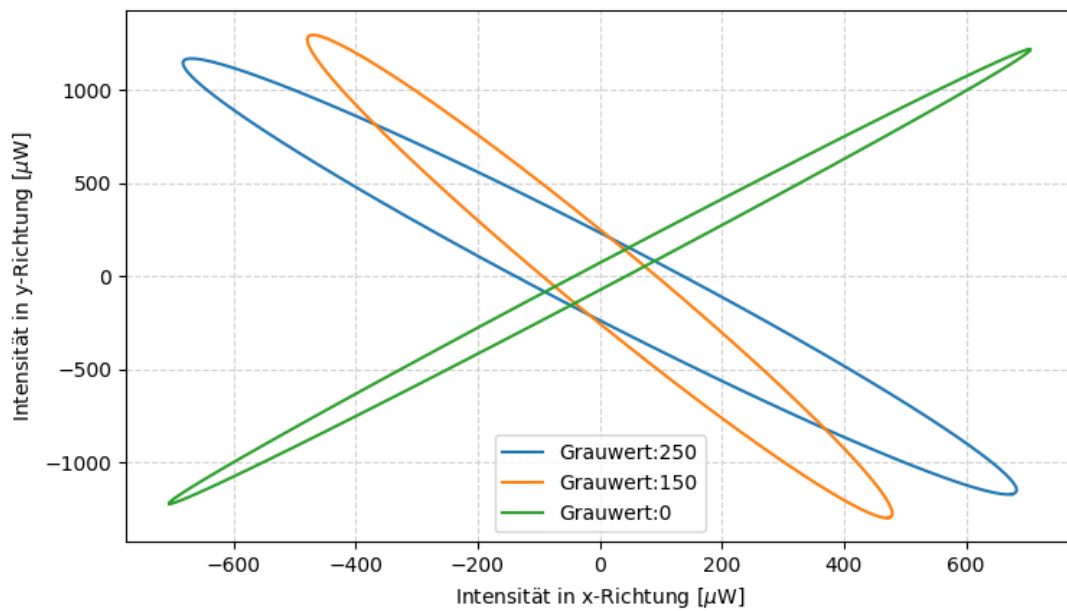


Abbildung 11: Dargestellt sind die Ellipsen für dieselben Grauwerte wie in Abb. 10, in diesem Fall allerdings um den Winkel des Analysators rotiert.

3.2 LC-Modulator als DOE

3.2.1 Berechnung der Pixelgröße

Zu Bestimmung der Gitterkonstante des LC-Displays, welche der Pixelgröße des Displays entspricht wird der in Abb. 12 Aufbau realisiert. Dazu bleibt der LC-Modulator mit dem hinter geschalteten Modulator in optimaler Konfiguration erhalten. Der LC-Modulator befindet sich in der Fokusebene der 200 mm Linse, also in einem Abstand von $f = (18,5 \pm 0,3)$ cm. Im Brennpunkt der anderen Seite der Linse befindet sich ein Schirm. Es ist zu beachten, dass der Modulator unadressiert zu betreiben ist.

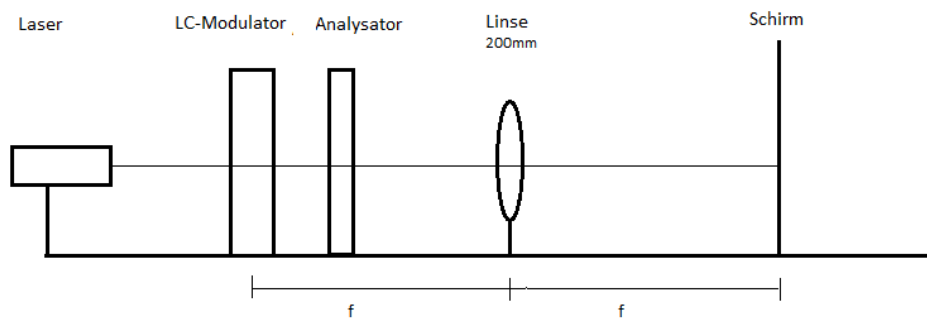


Abbildung 12: Aufbau zur Bestimmung der Pixelgröße des LC-Modulators

Anschließend wird der Abstand d zweier gleicher Ordnungen zueinander bestimmt. Um eine möglichst genau Bestimmung zu gewährleisten wird der Abstand der vierten Beugungsmaxima zueinander bestimmt. Dieser wird mit Hilfe eines Lineals gemessen und beträgt $d = (3,25 \pm 0,05)$ cm.

Über die folgende Formel kann nun die Gitterkonstante g bestimmt werden.

$$g = \frac{m\lambda}{\sin \alpha} \quad (3.2)$$

Dabei beschreibt m die Ordnung des Beugungsmaxima also in diesem Fall die vierte Beugungsordnung. λ ist die Wellenlänge des Lasers ($\lambda = 650$ nm) und α der Winkel zwischen nulltem und vierten Maximum. Dieser kann durch geometrische Überlegungen und unter Berücksichtigung der Kleinwinkelnäherung durch $\alpha = d/2f$ beschrieben werden. Damit ergibt sich für die Gitterkonstante und somit auch für die Pixelgröße ein Wert von $(0,296 \pm 0,005)$ mm. Die Unsicherheit ergibt sich hier ebenfalls aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung von Gleichung (3.1) abgeleitet nach der Brennweite f und dem Abstand d .

Vergleicht man die beiden auf unterschiedliche Weise bestimmten Werte für die Pixelgröße, also den mit Hilfe dieser Methode berechneten Wert für die Pixelgröße mit dem Wert bestimmt aus dem geometrischen Abbildungsmaß aus Abschnitt 3.1.3, welcher $(0,288 \pm 0,107)$ mm beträgt, ist zu sehen dass diese im Rahmen der Unsicherheiten übereinstimmen.

3.2.2 Intensitätsverteilung in den Beugungsordnungen des unadressierten Displays

Weitergehend soll der Füllfaktor der LCD-Zellen bestimmt werden. Dazu werden die Intensitäten in den einzelnen Beugungsordnungen in vertikaler sowie in horizontaler Richtung gemessen. Dazu wird die Position des LC-Modulators und des Analysators nicht verändert. In einem Abstand von 90 cm wird der Schirm platziert. Mit dem Intensitätsmessgerät werden nun die Intensitäten der verschiedenen Beugungsordnungen vertikal bis zur siebten und horizontal bis zur achten Beugungsordnung gemessen. Weitere Beugungsordnungen konnten leider nicht aufgenommen werden, da deren Intensität zu schwach war. Der Aufbau ist in Abb. 13 zu sehen.

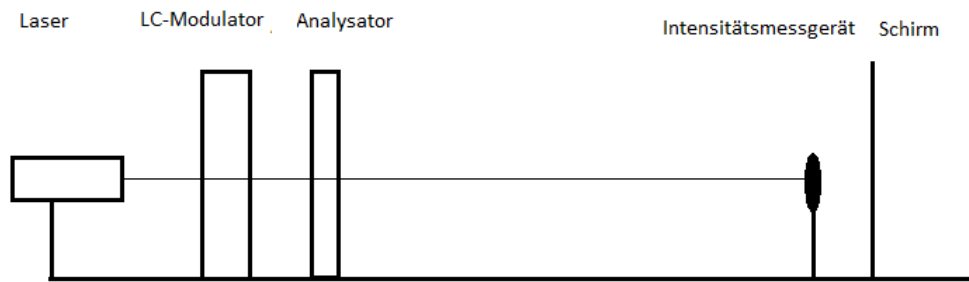


Abbildung 13: Aufbau zur Bestimmung des Füllfaktors der LCD-Zellen

Anschließend soll anhand der Messung der *duty cycle* bestimmt werden, das heißt also das Verhältnis zwischen dem transparenten und dem lichtundurchlässigen Teil. Daraus wird der Füllfaktor abgeschätzt.

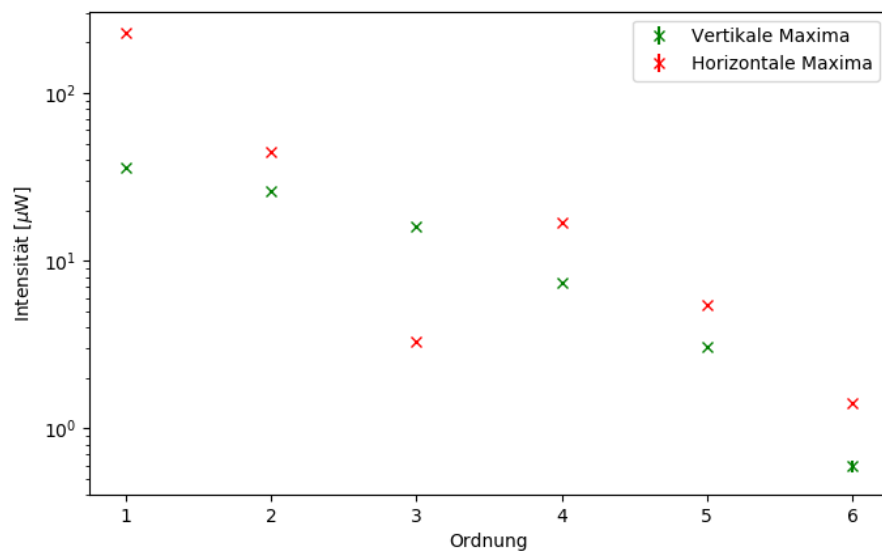


Abbildung 14: Intensitätsverteilung logarithmisch gegen die vertikale und horizontale Beugungsordnung aufgetragen

Die beste Variante den Füllfaktor des LC-Schirms zu bestimmen, ist es an die Daten in Abb. 14 jeweils eine *sinc*-Funktion anzupassen. Dies stellt sich allerdings bei solch einer geringen Datenmenge als schwierig heraus. Eine alternative Möglichkeit besteht darin, die Minima in der Untermodulation der Intensitätsverteilung visuell zu bestimmen. Für die horizontale Intensitätsverteilung sind die Beugungsmaxima dritter und sechster Ordnung klar ersichtlich jene geringster Intensität. Für die vertikale Intensitätsverteilung ist es das Maximum sechster Ordnung. Für die Intensitätsverteilung gilt

$$I \propto \sin^2\left(\frac{\pi nd}{g}\right). \quad (3.3)$$

Somit verschwinden für $d = g/k$ alle Beugungsordnungen für die $n = mk$ gilt. Da hier ein separables Gitter vorliegt, gilt diese Bedingung je für x und y einzeln. Für die horizontale Beugungsrichtung liegt der Transitionspunkt also bei 1/3 der Breite, bei der vertikalen Richtung in 1/3 der Breite. Damit ergibt sich ein Füllfaktor von

$$F = \frac{5}{6} \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{18}, \quad (3.4)$$

was ungefähr 55 % entspricht.

3.2.3 Aufnahme von verschiedenen Beugungsbildern mittels der Kamera

In Abb. 15 ist der Aufbau für folgenden Versuchteil zu sehen. Auch hier wird die 200 mm Linse mit der Brennweite 18,5 cm verwendet. In der Fokusebene der Linse wird nun die Kamera platziert. LC-Modulator und Analysator bleiben unverändert.

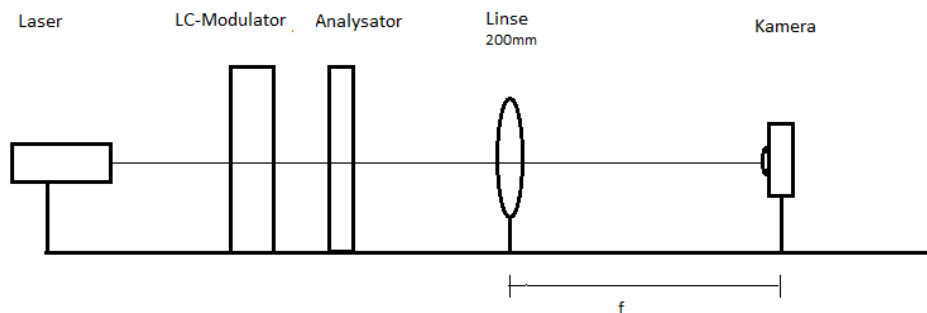


Abbildung 15: Aufbau zur Aufnahme von verschiedenen Beugungsbildern mittels der Kamera

Nun werden die Beugungsbilder verschiedener DOE's, welche sich auf einen Einzelspalt, einen Doppelspalt und ein Gitter berufen, aufgenommen. Davon wird mindestens ein DOE doppelt aufgenommen mit verschiedener Strukturgröße.

Außerdem soll für das Gitter die Intensität des 0. und 1. Beugungsmaximums bei

verschiedenen Grauwerten bestimmt werden. Um dies zu messen wird die Linse aus dem Aufbau entfernt und die Kamera durch einen Schirm in etwa 100 cm Abstand zum LC-Modulator ersetzt. Mit dem Intensitätsmessgerät werden die Beugungsmaxima gemessen. Um die Beugungsordnungen besser trennen zu können, wird ein Gitter mit einer möglichst kleinen Periodizität im Realraum hergestellt.

In Abb. 16 sind die Beugungsbilder zwei verschiedenener Einzelspalte zu sehen, mit einer Spaltdicke von 5 px bzw. 10 px. Man beobachtet, dass mit zunehmender Dicke des Spaltabstandes, die Anzahl der Intensitätsmaxima in vertikaler Richtung zunimmt, das heißt, dass sich der Abstand zwischen den Maxima verringert und somit mehr Maxima auf einer kleinen Distanz erkennbar sind.

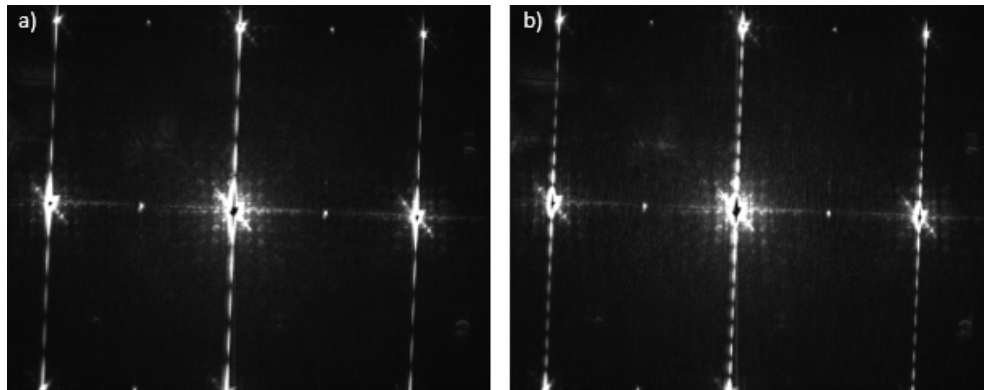


Abbildung 16: Einzelspalt (schwarzes Bild, weißer Spalt) mit a) 5 Pixeln Dicke und b) 10 Pixeln Dicke als auf den LC-Modulator gegebenes DOE

In Abb. 17 ist das Beugungsbild eines Gitters mit einer Spaltbreite von 10 px und einem Abstand der beiden Spalten von 50 px zu sehen. Zunächst ähnelt diese Beugungsbild dem Beugungsbild des Einzelspalts mit größerem Spaltabstand sehr. Betrachtete man das Bild des Gitters jedoch genauer, ist erkennbar, dass sich die beim Einzelspalt aufgetretenen Maxima jeweils nochmal in kleinere Untermaxima aufteilen. Dies geschieht aufgrund der Überlagerung zweier sinc-Funktionen, welche das Beugungsbild eines Gitters beschreiben. Zum einen die Einhüllende sinc-Funktion, welche ebenfalls beim Einzelspalt zu sehen ist, und zum anderen die Untermodulation, welche durch die Untermaxima ausgedrückt wird.

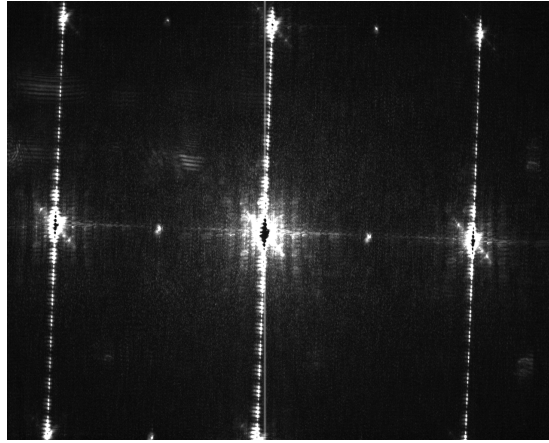


Abbildung 17: Doppelspalt (schwarzes Bild, weiße Spalte) mit 10 Pixeln Dicke und 50 Pixeln Abstand als auf den LC-Modulator gegebenes DOE

Zuletzt ist in Abb. 18 das Beugungsbild eines Gitters mit einer Spaltbreite von 2 px und einem Abstand von 2 px. Auch in diesem Beugungsbild sind deutlich Untermaxima zu erkennen. Die Einhüllende sinc-Funktion gibt das grundsätzliche Beugungsbild eines Spalts vor, während die Untermaxima im Gegensatz zum Doppelspalt deutlicher und heller erkennbar sind.

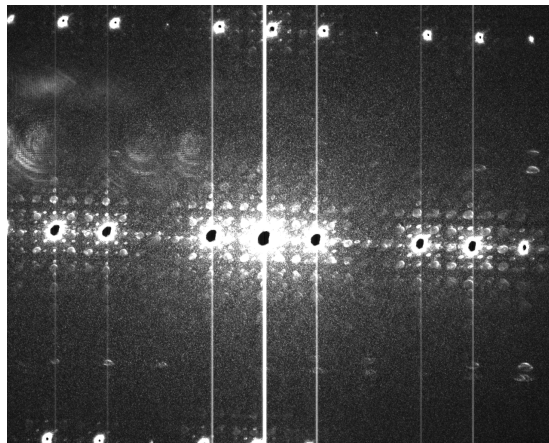


Abbildung 18: Gitter mit 2 Pixeln Dicke und 2 Pixeln Abstand als auf den LC-Modulator gegebenes DOE

Nun wird für das Gitter bei verschiedenen Grauwerten die Intensität des 0. und 1. Beugungsmaximums gemessen. Daraus soll der Beugungswirkungsgrad berechnet werden. Dieser lässt sich mit Hilfe folgender Formel berechnen.

$$\eta = \frac{I_{1.max}}{I_{0.max}} \quad (3.5)$$

In folgender Tabelle, Tabelle 2 ist der Beugungswirkungsgrad für den jeweiligen Grauwert berechnet.

Tabelle 2: Beugungswirkungsgrad für verschiedenen Grauwerte anhand eines Gitters mit 2 px Spaltabstand und 2 px Spaltbreite bestimmt.

Grauwert	Beugungswirkungsgrad
250	$0,357 \pm 0,009$
200	$0,403 \pm 0,011$
150	$0,353 \pm 0,001$
100	$0,226 \pm 0,002$
50	$0,058 \pm 0,001$
20	$0,014 \pm 0,001$

Die Antwort auf die Frage, warum ein LC-Modulator überhaupt Beugungsbilder erzeugen kann, liegt in der Anordnung der Flüssigkristalle im LC-Display. Durch die Ansteuerung der einzelnen Pixel mit einer Spannung kann die Verkippung (tilt) und Verdrehung (twist) beeinflusst werden. Einfallendes Licht kann nun durch die Ansteuerung der Pixel im LC-Modulator auf eine Schicht geschickt werden, die das Licht je nach Pixel transmittiert oder nicht transmittiert. Sind die Pixel nun ausreichend klein kann eine gitterähnliche Struktur geschaffen werden. Dadurch unterliegt das Licht den Gesetzen der Beugung wie an einem Gitter. Das heißt also durch das Huygensche Prinzip dient Punkt einer Wellenfront als Ausgangspunkt einer neuen Kugelwelle, welche interferieren und somit ein Beugungsbild hervorrufen.

3.3 Computergenerierte Hologramme (CGHs)

Zuletzt wird der Aufbau, welcher in Abb. 19 zu sehen ist realisiert. Das heißt LC-Modulator, und Analysator in optimaler Konfiguration, eine 200 mm Linse und eine Kamera zur Aufnahme der Bilder. Dieser wird für den kommenden, letzten Versuchsteil nicht mehr verändert.

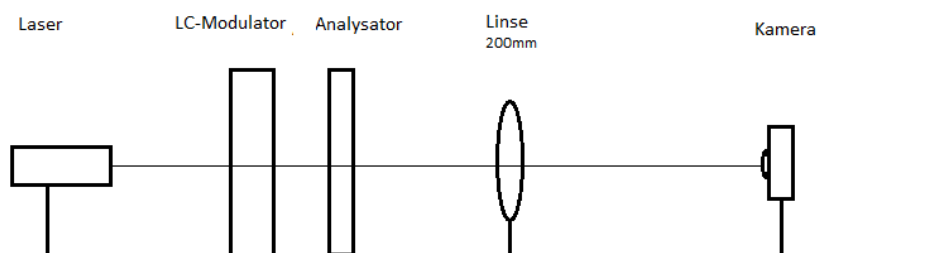


Abbildung 19: Aufbau zu den Versuchen mit computergenerierten Hologrammen

3.3.1 Brennweite der diffraktiven Linse

Es wird mit Hilfe der Software ein DOE erzeugt, welches zunächst ein *Blank Screen* ist. Dazu wird über die Funktionsleiste eine Linsenphasenfunktion hinzuaddiert. Durch die Linsenphasenfunktion wirkte der LC-Modulator wie eine Linse, die den ehemaligen Fokuspunkt verändert. Nun werden nacheinander verschiedene Linsenphasen eingestellt. Bei jeder Linsenphase wird der Fokus gesucht und somit die jeweilige Brennweite, also der Abstand zwischen Linse und Kamera mit einem Maßband bestimmt. Die gemessenen Abstände des neuen Fokuspunkts für die jeweilige Linsenphase sind in Tabelle 3 zu sehen.

Tabelle 3: Die an den LC-Modulator angelegte Linsenphase und der jeweils gemessene Abstand des neuen, durch die Linsenphase künstlich hergestellten Fokuspunkts.

Linsenphase	Brennweite [cm]
100	$23,5 \pm 0,3$
75	$21,8 \pm 0,3$
50	$20,5 \pm 0,3$
25	$18,7 \pm 0,3$
0	$16,8 \pm 0,3$

Es ist zu erkennen, dass ein nahezu proportionaler Zusammenhang zwischen angelegter Linsenphase und dem resultierenden Abstand des Fokuspunkts existiert. Bei der Erhöhung der Linsenphase um 25 erhöht sich die Brennweite jeweils um ungefähr einen Wert von $(1,6 \pm 0,3)$ cm unter Berücksichtigung der Unsicherheit der Abstandsmessung.

3.3.2 Berechnung beliebiger diffraktiver optischer Elemente als CGH

Mit Hilfe der *OptiXplorer* Software können ebenfalls Hologramme erzeugt werden. Dazu wird zunächst ein Bild aus den vorgegebenen Beispielen ausgesucht und durch die gegebene Funktion *generate CGH* kann der sogenannte Iterative Fourier-Transformation-Algorithmus ausgeführt werden. Das Bild wird an den LC-Modulator übergeben und mit dem Laser durchleuchtet und anschließend mit einer Kamera aufgenommen und gespeichert. Danach wird der selbe Vorgang mit einem weiteren Beispielen wiederholt.

In Abb. 20 sind die beiden mit Hilfe der Kamera aufgenommenen Bilder zu sehen.

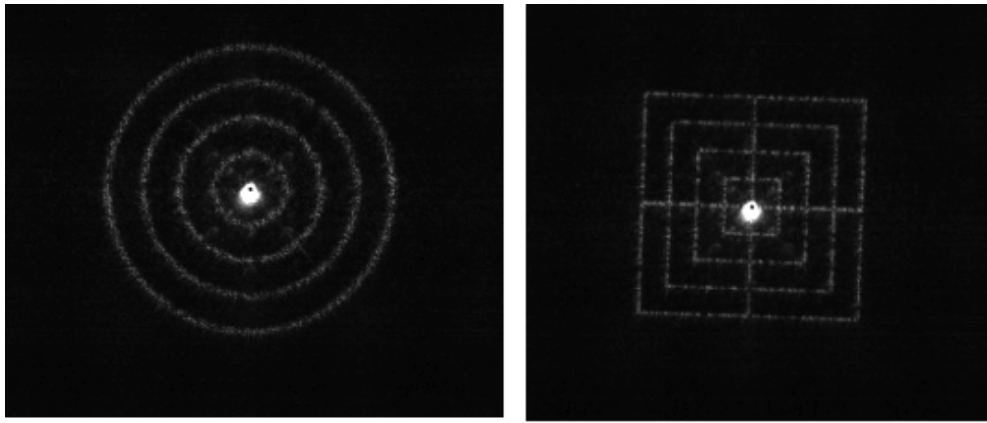


Abbildung 20: Eigen erstellte Hologramme per Beispielbilder. Es zeigt einige Kreise bzw. Quadrate, die umeinander liegen.

Man erkennt, dass die Beispielbilder, die auf den LC-Modulator geschickt wurden, mit hoher Genauigkeit wiedergegeben wurden. Die Holografie funktioniert aufgrund der zugrundeliegenden Beugungstheorie, welche besagt, dass durch eine Fourier-Transformation das Bild rekonstruiert werden kann.

3.3.3 Darstellung zweier DOEs auf einem Bildschirm

Zuletzt werden die Beispielbilder aus dem vorherigen Versuchsteil erneut verwendet. Dieses Mal werden die beiden verschiedenen DOE's nebeneinander jeweils auf die Hälfte des Displays angeordnet und das entstandene Bild wird mit Hilfe der Kamera aufgenommen. Zu Beschreiben gilt das Verhalten des Beugungsbildes.

In Abb. 21 ist das mit Hilfe der Kamera aufgenommene Bild der Überlagerung zweier DOE's zu sehen.

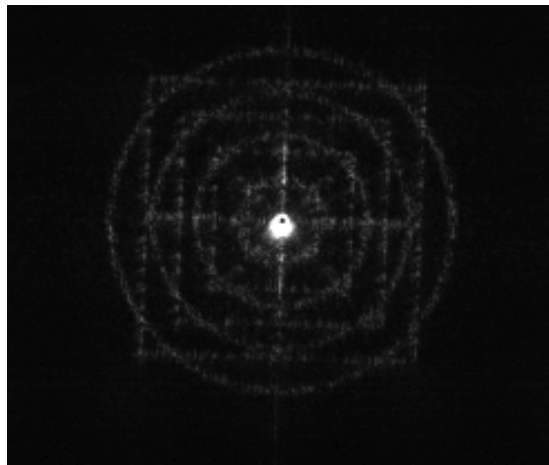


Abbildung 21: Darstellung zweier DOEs auf einem Bildschirm. Dazu wurden die Beispielbilder aus dem vorherigen Versuchsteil verwendet.

Es sind beide Muster klar erkennbar, jedoch liegen die Bilder nicht nebeneinander, wie man zunächst vermuten könnte sondern übereinander. Die Form des entstandenen Bildes

folgt aus der Fouriertransformation. Da diese das im Ortsraum befindliche Bild in den Frequenzraum transformiert und andersherum. Dabei werden die Frequenzen überlagert und nicht wie im Ortsraum ursprünglich räumlich getrennt gesehen. Werden dann die überlagerten Frequenzen zurück in den Ortsraum transformiert, erhält man nicht mehr das räumlich getrennte Bild von Ringen und Quadraten sondern eine Überlagerung der beiden Bilder.

4 Schlussfolgerung

In dem Versuch konnten im Allgemeinen viele Eigenschaften und Anwendungsmöglichkeiten von Flüssigkristall-Mikrodisplays untersucht und bestätigt werden.

Zunächst wurden die amplitudenmodulierenden Eigenschaften des LC-Modulators mit Hilfe eines Polarisators untersucht. Dabei wurde das Gesetz von Malus anhand der Messergebnisse bestätigt. Ebenfalls konnte die Variation des Kontrasts für verschiedenen Winkeleinstellungen des Polarisators beobachtet und ebenfalls durch die Ansteuerung des LC-Modulators eine sinnvolle Pixelgröße des LC-Displays bestimmt werden. Abschließend zum ersten Abschnitt wurde der Zusammenhang zwischen an dem LC-Modulator angelegtem Grauwert und dem Polarisationszustand erklärt. Dieser konnte graphisch durch die Exzentrizität des Lichtes dargestellt werden.

Der zweite Abschnitt beschäftigte sich mit dem LC-Modulator als DOE. Auch hier wurde die Pixelgröße untersucht, jedoch mit Hilfe des unadressierten LC-Modulators. Der ermittelte Wert für die Pixelgröße stimmt im Rahmen der Unsicherheit mit der zuvor bestimmten Pixelgröße überein. Anschließend wurde die Verteilung der Intensität bei einem unadressierten Display untersucht, und die Ursache der zu sehenden Untermodulation erklärt. Ebenfalls wurde der Füllfaktor des transparenten Teils einer Displayzelle berechnet. Zuletzt in diesem Abschnitt wurde untersucht, inwiefern sich das Beugungsbild bei verschiedenen DOEs also einem Einzel-, Doppelspalt oder Gitter verändert und die Ursache der Erzeugung der Beugungsbilder durch die Beugungstheorie begründet. Im letzten Abschnitt wurde zunächst die Proportionalität zwischen Linsenphase und einer veränderten Brennweite überprüft und bestätigt. Anschließend wurden zwei, aus den Beispielen ausgewählte Hologramme untersucht, dessen Ergebnisse den Erwartungen der Beugungstheorie entsprachen.

Literatur

[1] im Zuge der Versuchsdurchführung im Learnweb der Universität Münster bereitgestellte Versuchsanleitung

5 Anhang

Für den Fehler des Mittelwertes:

$$u(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \text{mit} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (5.1)$$

Für den gesamten, resultierenden Fehler:

$$u_{\text{ges}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (5.2)$$

Die kombinierte Standardunsicherheit bei indirekt bestimmten Messgrößen:

$$u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} u(x_i) \right)^2} \quad (5.3)$$