

## Experimentelle Übungen II

# Versuchsprotokoll

### Mikrowellen - Bauelemente und stehende Wellen in Koaxialkabeln

Nils Andreas Kulawiak, Anthony Lennard Pietz, Oliver Brune

Gruppe D-01

`n_kula01@uni-muenster.de`

`a_piet09@uni-muenster.de`

`o_brun02@uni-muenster.de`

8. April 2019

betreut von Johann Jersch

# Inhaltsverzeichnis

<b>1. Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2. Theorie</b>	<b>1</b>
2.1. $\beta^+$ -Zerfall . . . . .	1
2.2. Wechselwirkung mit Photonen und Materie . . . . .	2
2.3. Szintillator . . . . .	2
<b>3. Auswertung</b>	<b>4</b>
3.1. Kalibration . . . . .	4
3.2. Rekonstruktionsalgorithmen . . . . .	4
3.3. Positionsbestimmung . . . . .	5
<b>A. Anhang</b>	<b>10</b>

## 1. Einleitung

In diesem Versuch geht es um die Positronen Emissions Tomographie (PET). Es ist ein bildgebenes Verfahren, das in der Medizin zur Tumorerkennung eingesetzt wird. Dabei wird dem Patienten ein radioaktives Material verabreicht, welches mit Detektoren, die um den Patienten in einem Kreis verteilt sind, näher untersucht werden kann. Da sich das radioaktive Material im Tumor anreichert, da es dort zu erhöhtem Stoffwechsel kommt, kann damit auch die genaue Position des Tumors bestimmt werden.

## 2. Theorie

### 2.1. $\beta^+$ -Zerfall

Die PET basiert auf den  $\beta^+$ -Zerfall bei dem ein Proton im Kern in ein Neutron zerfällt und dabei ein Positron und ein Neutrino emittiert.

$${}^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + e^+ + \nu_e \quad (2.1)$$

Wenn das emittierte Positron auf ein Elektron im umgebenen Material trifft, kann sich ein sogenanntes Positronium bilden. Ein Positronium ist ein gebundener Zustand zwischen einem Elektron und einem Positron, wobei sich diese um ihren gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Hierbei gibt es zwei verschiedene Spin-Zustände, den Singulett (Parapositronium)- und Triplett-Zustand (Orthopositronium). Der Singulett-Zustand bedeutet, dass der Spin des Elektrons und des Positrons antiparallel zueinander ausgerichtet sind, während beim Triplett-Zustand sie genau parallel zueinander sind. Für den Versuch relevant ist nur der Singulett-Zustand, da dieser, wegen Impuls- und Drehimpulserhaltung (Spin), nur in zwei oder mehrfache von zwei Photonen zerfallen kann. Im Normalfall zerfällt das Positronium allerdings in genau zwei Photonen, die jeweils die Energie von 511 keV besitzen und in genau gegensätzliche Richtungen emittiert werden. Der Triplett-Zustand kann nur in mindestens drei Photonen zerfallen, weshalb es eine deutlich längere Lebenszeit hat und nicht ohne weiteres ausgewertet werden kann. Allerdings kommt es durch die längere Lebenszeit vor, dass es zu Wechselwirkungen mit der Umgebung kommt und das Orthopositronium sich in ein Parapositronium umwandelt.

## 2.2. Wechselwirkung mit Photonen und Materie

Für die PET Messung müssen die zwei 511 keV Photonen in den Detektoren nachgewiesen werden. Damit das passieren kann, muss die Gamma-Strahlung in den Detektoren, in diesem Fall ein BGO Szintillationskristall, erfasst werden. Dabei gibt es drei verschiedene relevante Arten der Wechselwirkung.

- Photoeffekt: Beim Photoeffekt interagiert ein Photon mit einem Hüllenelektron, sodass die gesamte Energie des Photons auf das absorbierende Material übertragen wird. Die Wahrscheinlichkeit, dass dies auftritt, geht mit  $Z^5/E_\gamma^3$ . Das bedeutet, dass die Wahrscheinlichkeit mit steigender Energie abnimmt, allerdings mit höhere Ladungszahl stark steigt.
- Compton Streuung: Bei der Comptonstreuung streut ein Photon an einem quasi freien Elektron. In Wirklichkeit sind die Elektronen zwar gebunden, was aber besonders bei äußeren Elektronen vernachlässigt werden kann. Die übertragende Energie beträgt:

$$E_e = E_\gamma \left( 1 - \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos(\theta))} \right) \quad (2.2)$$

Die übertragende Energie hängt also nur vom Winkel zwischen Photon und Elektron ab. Wird der Winkel größer so nimmt auch die übertragende Energie zu, bis zu einem Maximum bei  $\theta = 180^\circ$ .

- Paarbildung: Bei der Paarbildung zerfällt ein Photon in ein Elektron und ein Proton. Das kann allerdings wegen der Ruhemasse der beiden Teilchen nur ab der Grenzenenergie von  $E_\gamma = 1022$  keV geschehen und ist in diesem Fall nur für den Zerfall von Neon in den Grundzustand relevant.

In Abb. 1 ist Beispielhaft zu sehen, wie stark die Auswirkung der drei verschiedenen Wechselwirkungen bei verschiedenen Materialien und Energien jeweils ist.

## 2.3. Szintillator

Allgemein wird beim Szintillator das Material durch  $\gamma$ -Strahlung oder geladene Teilchen angeregt und diese deponierte Energie dann wieder als Licht emittiert. Dabei ist die Anzahl

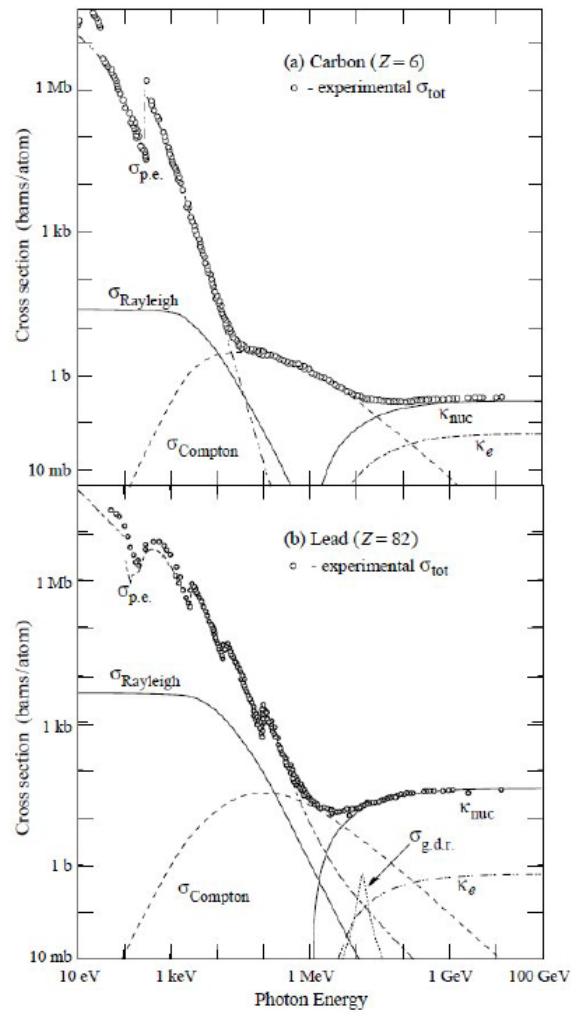
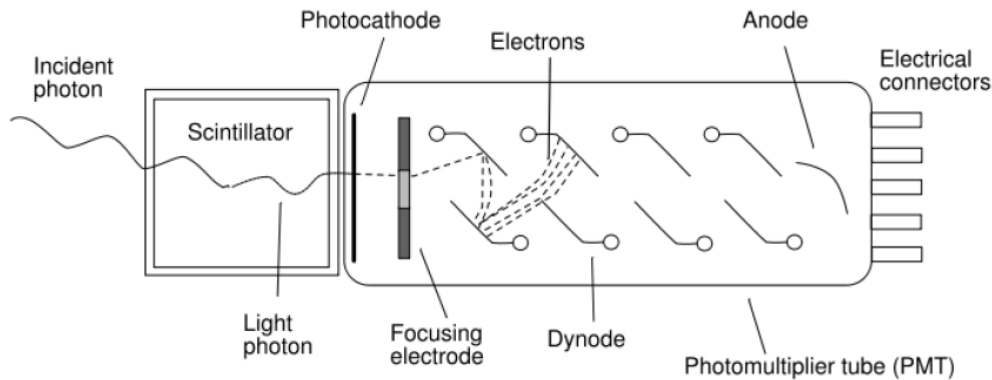


Abbildung 1

der erzeugten Photonen proportional zu der Energiemenge, die im Szintillator deponiert wurde. Bei diesem Versuch wird ein anorganische Szintillator aus Bismutgermanat (BGO) eingesetzt. Dieser funktioniert so, dass über eine Dotierung Aktivatorzentren geschaffen werden. Über diese Aktivatorzentren läuft dann, nachdem die Elektronen über Strahlung angeregt wurden, der Abregungsprozess, sodass Photonen entstehen, die nicht mehr zur Anregung eines anderen Elektrons ausreicht. Damit ist das Material für die erzeugten Photonen transparent. Diese Photonen, die im Normalfall im UV- oder sichtbaren Bereich liegen, werden dann an einen Photomultiplier weitergegeben, von dem die Funktionsweise

in Abb. 2 zu sehen ist.



**Abbildung 2:** Funktionsweise eines Photomultipliers

Der elektrische Puls des Photomultipliers wird dann durch die nachgeschaltete Elektronik verstärkt und mit einem Flash Analog Digital Converter (FADC) abgetastet und digitalisiert.

## 2.4. Strahlungsquelle

Als Strahlungsquelle wird das Natrium Isotop  $^{22}\text{Na}$  eingesetzt. Diese Quelle besitzt eine Halbwertszeit von 2,6 Jahren um zu  $^{22}\text{Ne}$  zu zerfallen. Dabei laufen 90,3% aller Zerfälle über einen  $\beta^+$ -Zerfall und den angeregten Zustand von  $^{22}\text{Ne}$ , der daraufhin durch Emission eines Photons in den Grundzustand übergeht. Mit 9,64% über einen Electron Capture Prozess. Allerdings wird dabei kein Positron freigesetzt, weshalb dieser Prozess auch nicht relevant für den Versuch ist. Zuletzt kann es mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,06% auch zu einem direkten Übergang in den Grundzustand kommen. Für uns relevant ist also nur der indirekte  $\beta^+$ -Zerfall, bei dem zwei 511 keV Photonen durch das Positronium entstehen und ein 1275 keV Photon durch den Übergang in den Grundzustand.

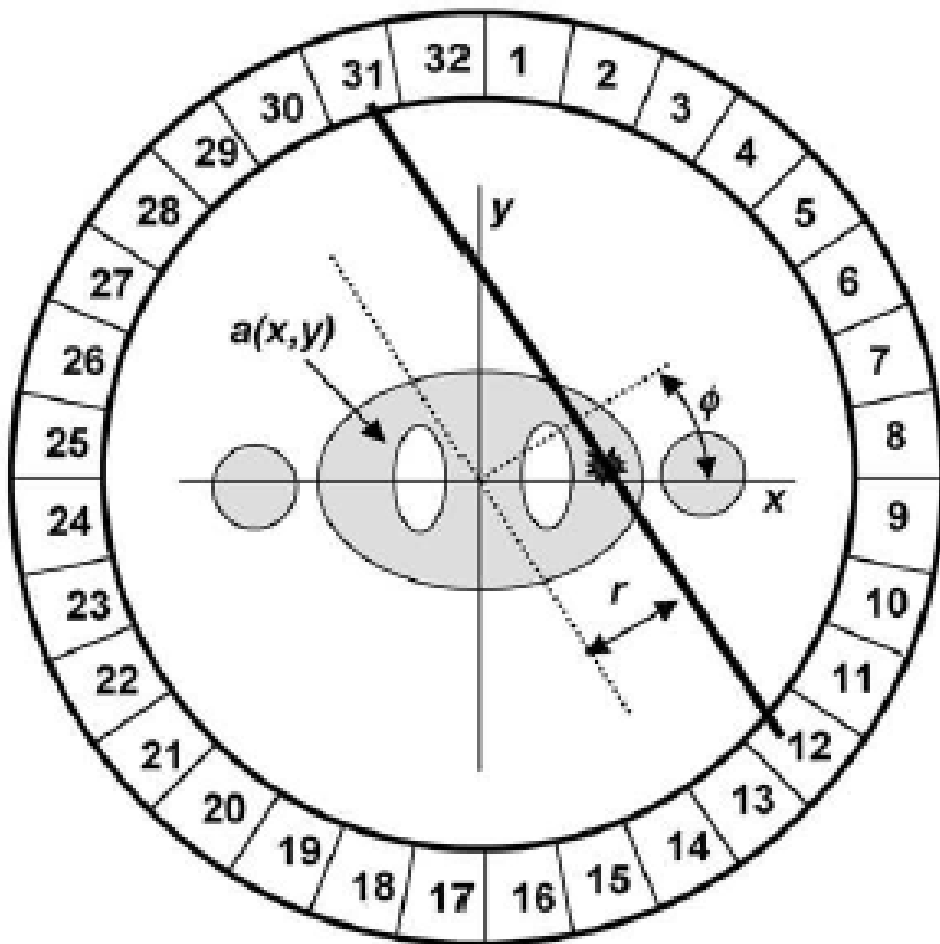
## 2.5. Bildrekonstruktion

Für die Bildrekonstruktion werden nur Ereignisse untersucht, bei denen zwei Detektoren gleichzeitig ein 511 keV Photon nachweisen. Dann kann man davon ausgehen, dass es sich

dabei um einen einzelnen Zerfallsprozess gehandelt hat. Es werden also nur die Ergebnisse herausgefiltert, bei denen genau dies der Fall ist. Dieses gefilterte Energiespektrum wird dann in einer 32 x 32 Matrix abgespeichert, wobei jeder Eintrag für ein Detektorpaar steht. Aus dieser Matrix kann ein Sinogramm berechnet werden, dass für die gemessenen Koinzidenzen eine Projektion mit der Formel:

$$r = x \cos \phi + y \sin \phi \quad (2.3)$$

erzeugt. Zu sehen ist das Beispielhaft in ?? für den Eintrag zwischen Detektor 12 und 31.



**Abbildung 3:** Beispielbild eines Sinogramms für den Eintrag zwischen Detektor 12 und 31.

Zur Rekonstruktion gibt es zwei grundsätzlich verschiedene Methoden zur Bildrekonstruktion. Die Erste ist die Backprojection, bei der eine Linie wie im Bild des Sinogramms gezogen wird. Jede dieser Linien hat eine bestimmte Anzahl an Koinzidenzen  $N$ . Jedem Pixel wird also gewichteter Wert  $N \cdot w$  zugeordnet, wobei  $w$  beschreibt, wie lange die gezeichnete Linie durch den Pixel geht. Der Wert ist also größer, je mittiger die Linie durch den Pixel geht. Mathematisch gesehen lässt sich das Bild dann über:

$$a'(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s(r, \phi_n) \quad (2.4)$$

darstellen, wobei  $a'(x, y)$  das backprojected Bild ist. Das Problem ist allerdings, dass das Bild nur eine Näherung ist und auch Werte außerhalb der möglichen Grenze liefert weshalb besonders komplizierte Objekte nicht mehr zu erkennen sind. Allerdings kann das wirkliche Bild über eine Faltung bestimmt werden:

$$a'(x, y) = a(x, y) * \frac{1}{r}. \quad (2.5)$$

Das Problem dabei ist allerdings, dass das direkte Ausrechnung sehr rechenintensiv und fehleranfällig ist, weshalb die filtered backprojection angewendet wird mit:

$$a(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N s^*(r, \phi_n), \quad (2.6)$$

wobei  $s^*$  ein mit einem Fourierfilter  $H(\nu) = |\nu|$  modifiziertes Sinogramm ist

### 3. Auswertung

Die Auswertung des MiniPET erfolgt in drei Schritten. Zuerst werden Messungen durchgeführt, mit denen das Bild einer Na22-Quelle aufgenommen wird. Diese Quelle wird dann mit verschiedenen Rekonstruktionsalgorithmen ausgewertet. Der Rekonstruktionsalgorithmus, mit dem die beste Auflösung erzielt wurde, wurde dann für die Positionsbestimmung der Na22-Quelle im zweiten Versuchsteil benutzt. Im dritten Teil wurde das Auflösungsvermögen bestimmt.



### 3.1. Kalibration

### 3.2. Rekonstruktionsalgorithmen

Es werden vier verschiedene Rekonstruktionsalgorithmen verwendet.

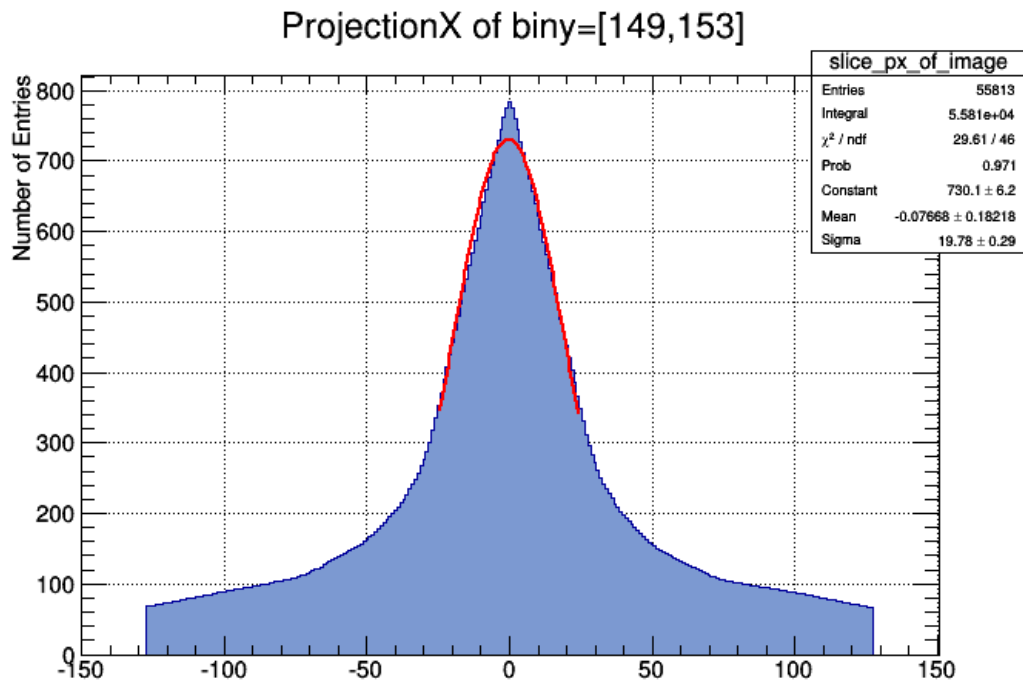


Abbildung 4

Algorithmus	Sigma	FWHM (keV)	Unsicherheiten FWHM (keV)
pixel driven backprojection	19,8	46,5	0,3
filtered backprojection Hann	23,0	54	1
filtered backprojection Shepp-Logan	14,4	33,8	0,3
filtered backprojektion Ramp	13,7	39,2	0,3

### 3.3. Positionsbestimmung

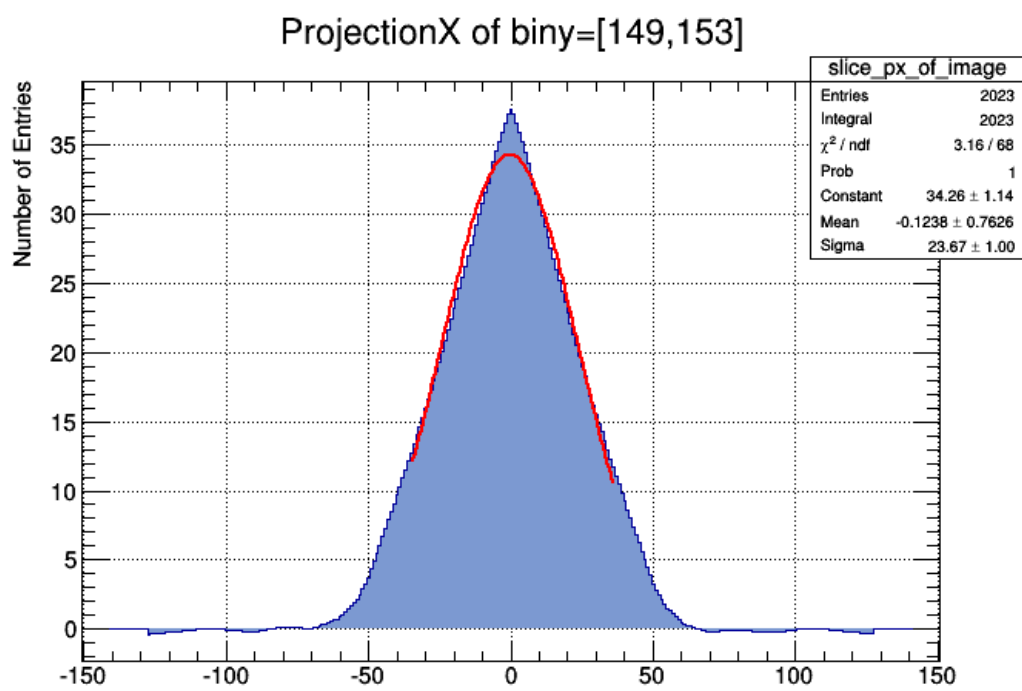


Abbildung 5

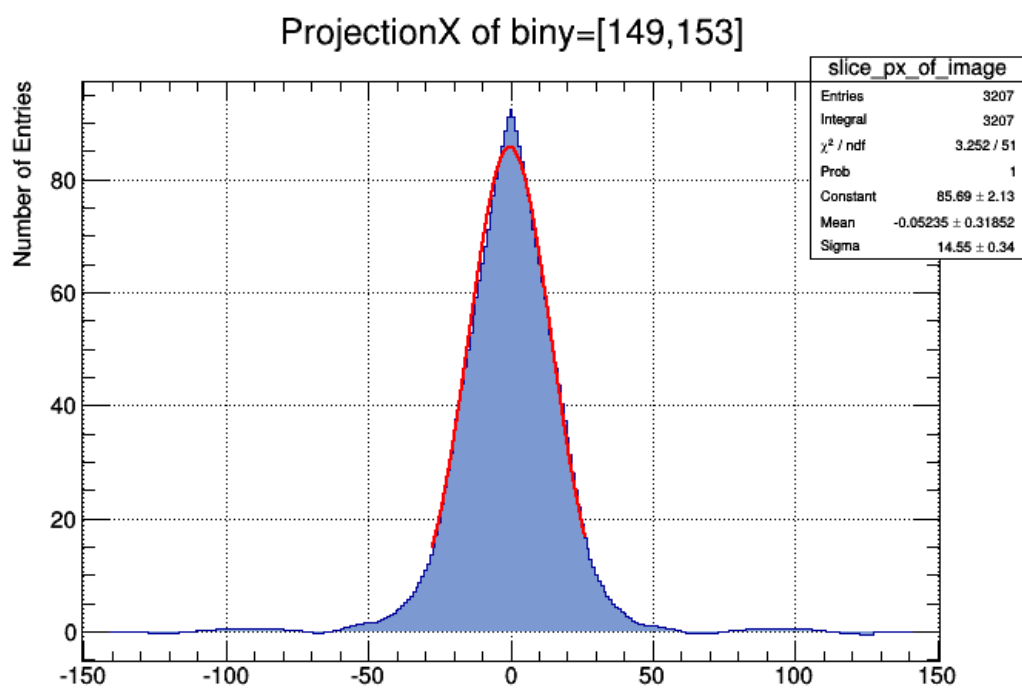


Abbildung 6

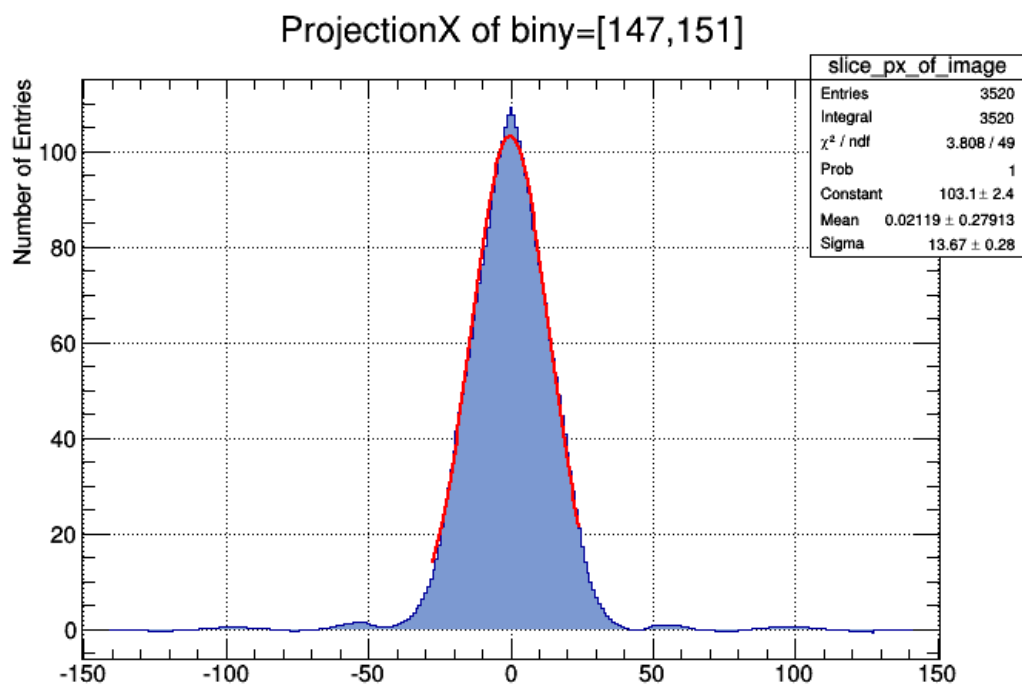


Abbildung 7

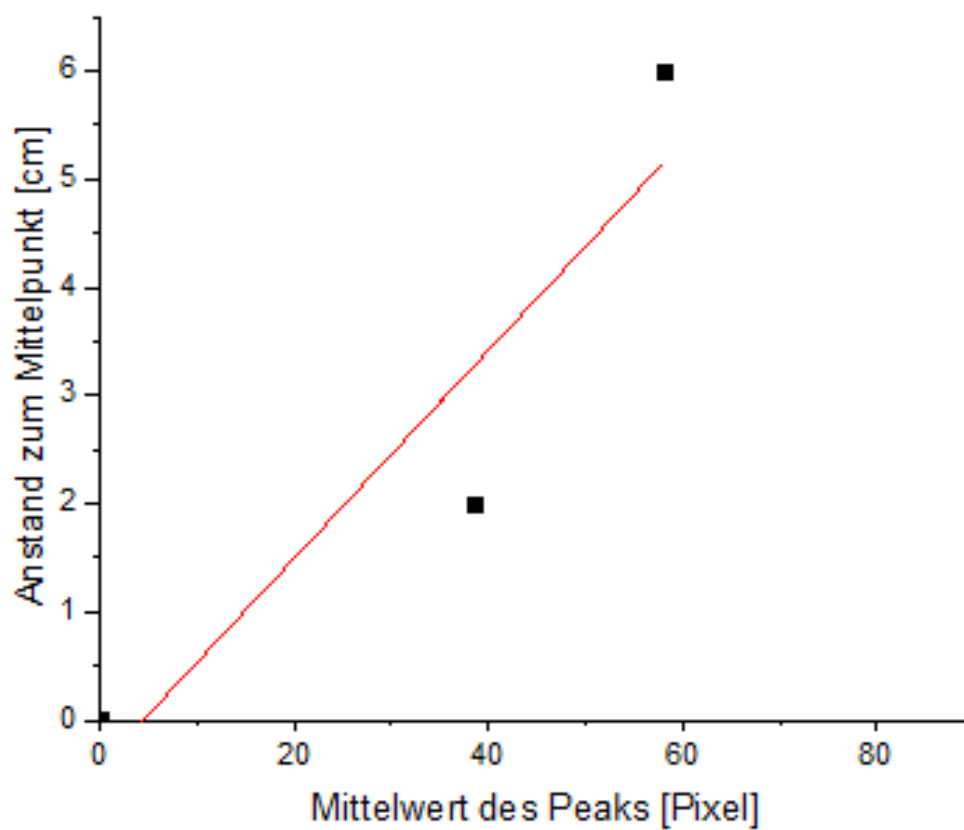


Abbildung 8

## **A. Anhang**