

Sortowanie za pomocą wielkich buforów

Łukasz Kołakowski 198000

1. Cel projektu

Celem projektu było zaimplementowanie algorytmu sortującego duży plik danych. W założeniu powinien być on większy niż dostępna pamięć podręczna. Wymaga to optymalizację pod względem liczby operacji dyskowych ponieważ one będą wąskim gardłem w procesie sortowania. Został zaimplementowanie sortowanie z wykorzystaniem wielkich buforów.

2. Zastosowany algorytm

W projekcie zostały zastosowane dwie taśmy pomiędzy którymi przerzucane są pliki w trakcie sortowania. Pliki czytane są z pliku *A* i zapisywane w pliku *B*, po czym pliki zamieniają się zadaniami. Na początku, w pierwszej fazie, sortujemy szybkimi algorytmami części pliku na tyle duże by zmieściły się w pamięci podręcznej. Po czym, w drugiej fazie, scalamy pierwsze n ciągów utworzone z pierwszej fazy. Scalamy ciągi dopóki nie skończy się plik, a potem dopóki nie zostanie tylko jeden *Run*.

3. Format pliku

W moim przypadku rekord jest ciągiem 10 znaków ASCII. Takie rekordy powinny być posortowane ze względu na liczbę jedynek w ich zapisie binarnym np. : *[/QW1wDXZY* posiada liczbę jedynek równą 40. W strona plikowa są to po prostu położone koło siebie rekordy bez żadnego znaku rozdzielającego. Jeżeli liczba rekordów nie pokrywa się z wielkością strony, reszta strony wypełniana jest zerami.

4. Przeprowadzony eksperyment

W ramach przeprowadzonego eksperymentu przeprowadziłem sortowanie 202 różnych rozmiarów danych przy liczbie buforów **n** 200 oraz wielkości strony **b** też równej 200. Powoduje to że naraz w pamięci podręcznej komputera może się znaleźć 400 kB danych. Pomiary były prowadzone dla danych z zakresu od 10^5 do 10^8 rekordów, czyli od 1MB do 1GB.

Aspekt teoretyczny

W etapie pierwszym sortujemy dane w paczkach o rozmiarze $b * n$, w naszym przypadku będą to bloki $200 * 200$ równe 40 000 rekordów czyli 400 kB. W całym pliku będzie $\lceil \frac{N}{bn} \rceil$ posortowanych ciągów, które kosztowały $2\frac{N}{b}$ operacji dyskowych (jeden odczyt i zapis na każdy ciąg).

W etapie drugim będziemy scalać te ciągi wykorzystując do tego w $n - 1$ buforów (zaokrąglamy to do n). Liczba ciągów C_R zmniejszy się wtedy n krotnie. Wykonujemy tę czynność dopóki nie zostanie tylko jeden ciąg.

$$C_R = \lceil \frac{C_R}{n} \rceil \text{ dopóki } R \text{ jest większe od } 1$$

Przybliżony wzór na koszt **K** (czyli liczba operacji odczytu i zapisu) sortowania przy pomocy dużych buforów:

$$K = 2 \frac{N}{b} \log_n \frac{N}{b}$$

Przykładowe obliczenia:

Dla:

$N = 1\ 100\ 000$ (rekordów)

$b = 200$ (rekordów na stronę)

$n = 200$ (buforów)

Faza 1:

$$\text{Ciągów} = \lceil 1100000 / (200 \cdot 200) \rceil = 28$$

$$K_1 = 2 \cdot 1100000 / 200 = 11000$$

Faza 2:

$$\text{Ciągów} = \lceil 28 / 200 \rceil = 1$$

$$K_2 = 11000$$

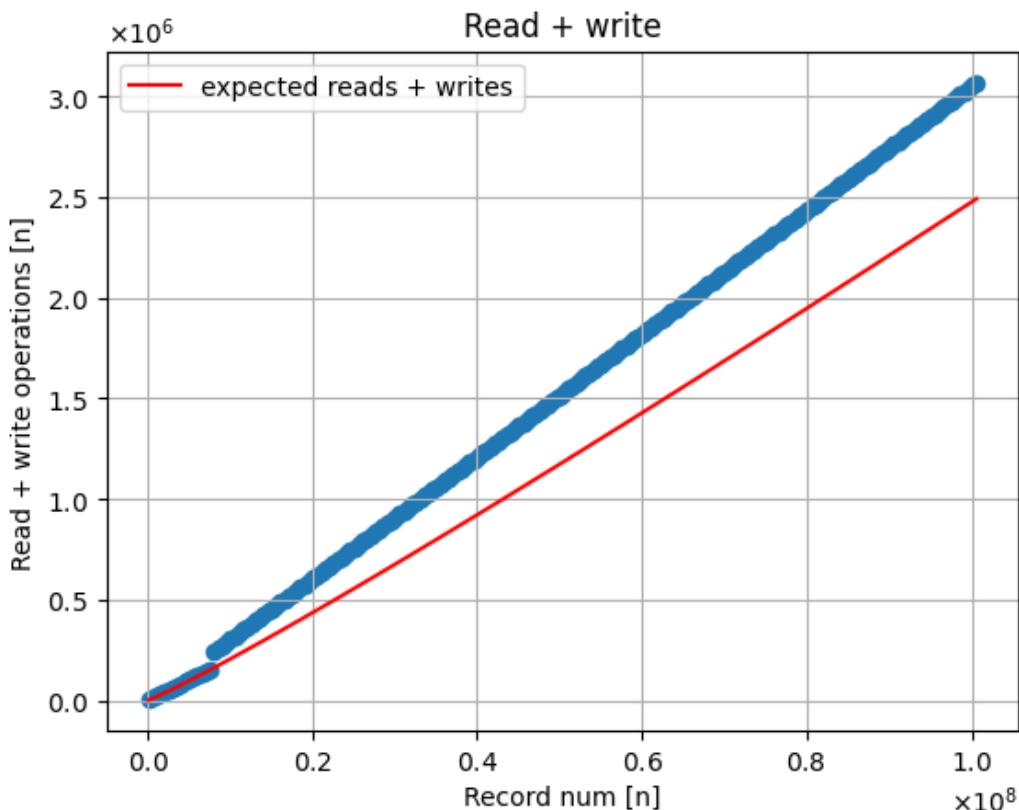
Sumarycznie:

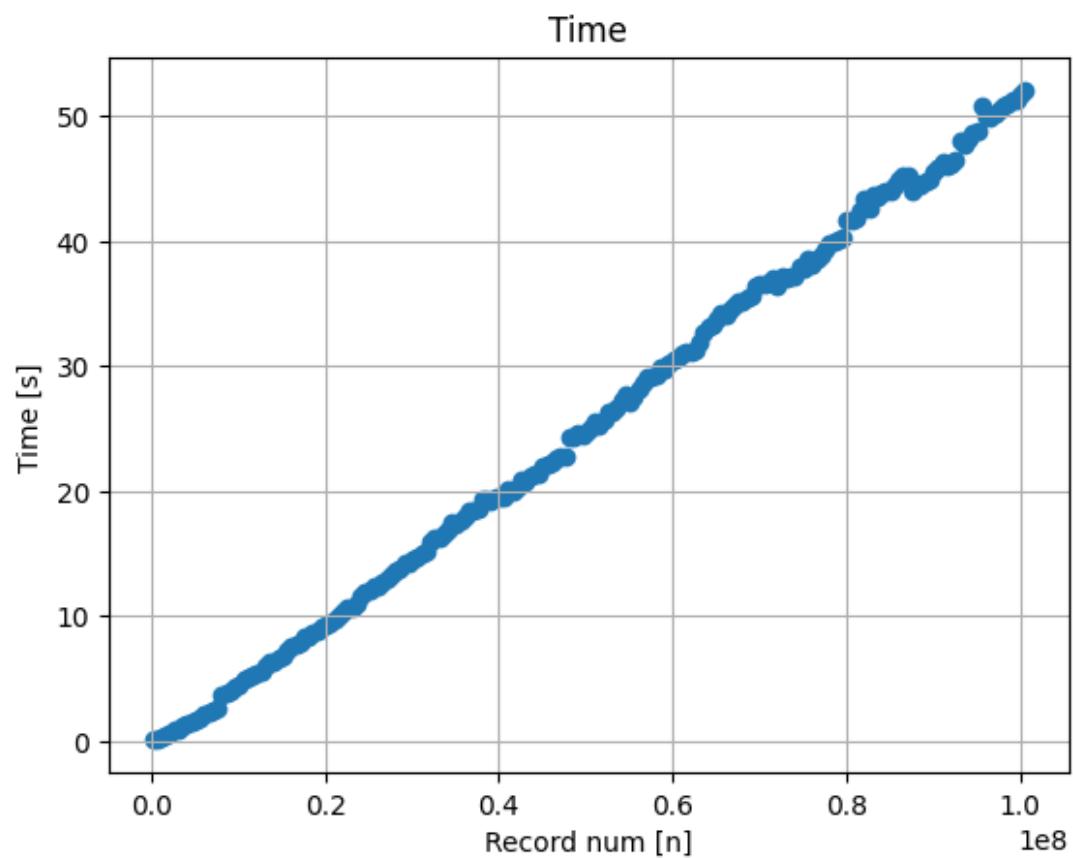
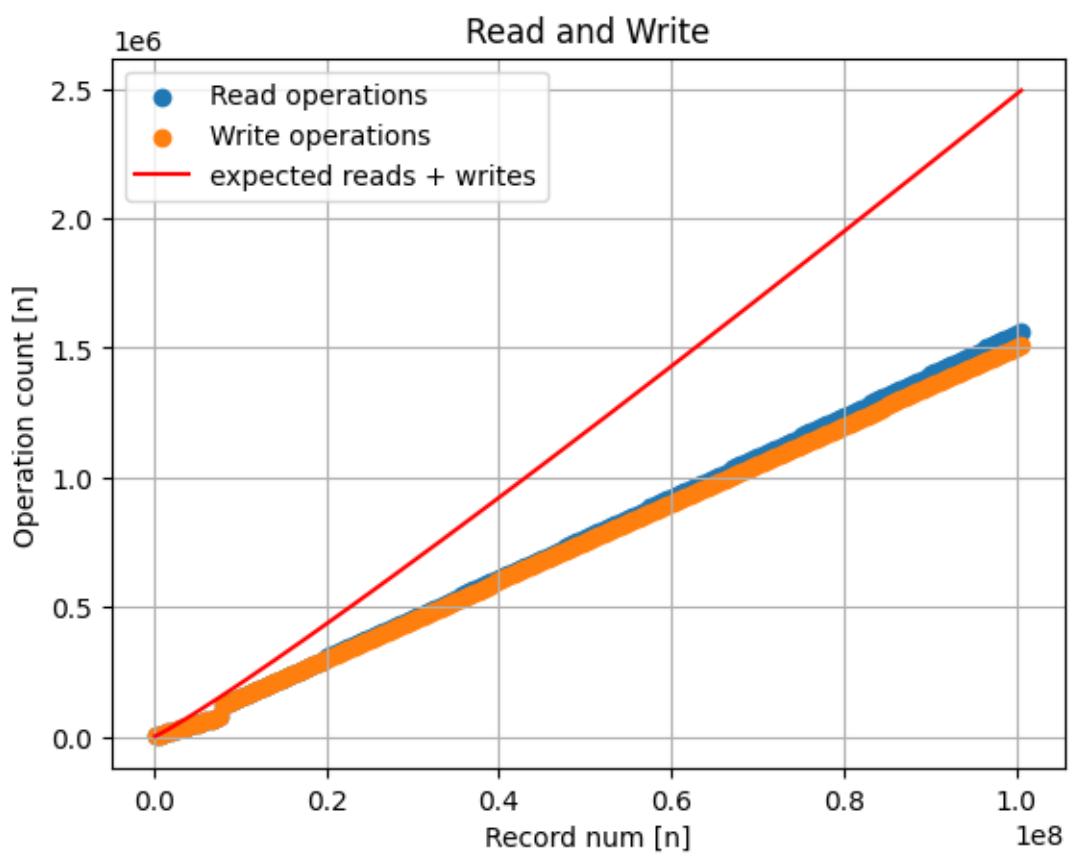
$$K_s = 22\ 000$$

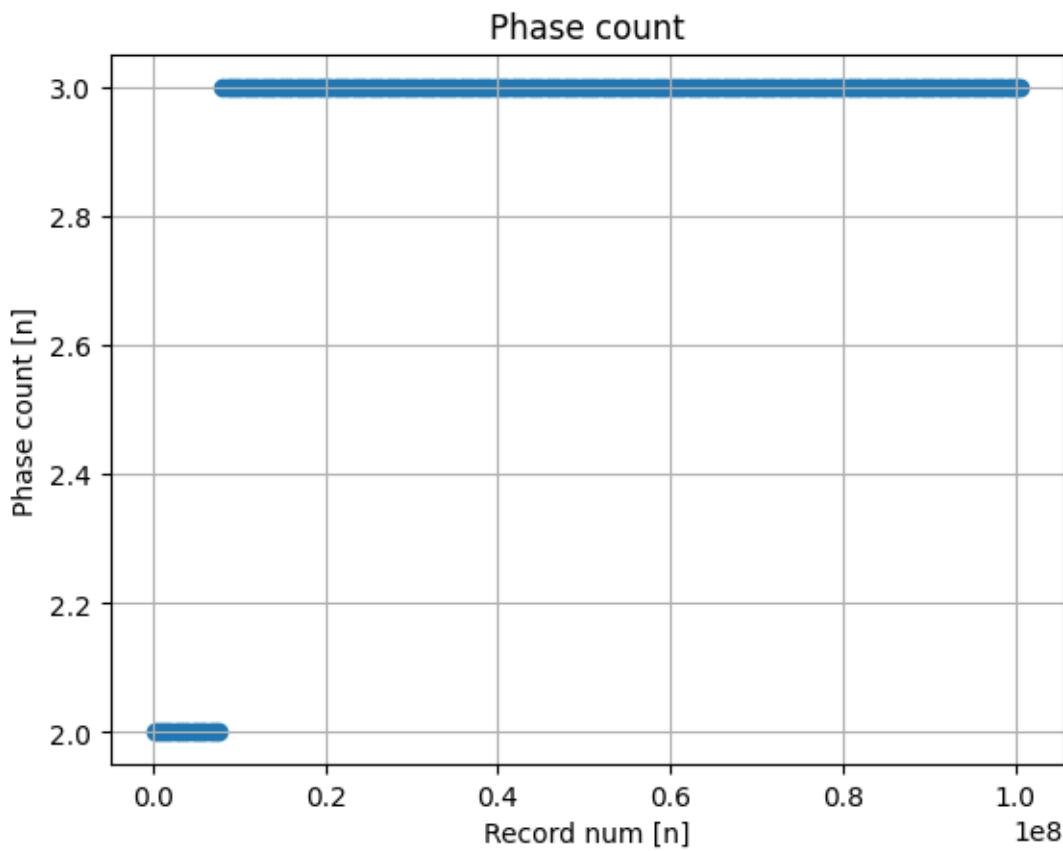
$$K = 2 \cdot \frac{1100000}{200} \log_{200} \frac{1100000}{200} \approx 17881$$

Liczba rekordów [n]	Liczba odczytów [n]	Liczba zapisów [n]	Czas [s]	Liczba faz [n]
1100000	11113	11000	0.273	2

Wykresy:







Każda faza wymaga przeczytania i zapisania całego pliku, w pierwszej fazie następuje drastyczne zmniejszenie liczby ciągów. Co pozwala w drugiej fazie bardzo szybko osiągnąć rozmiar jednego ciągu. Dla 4 faz wymagany byłby plik o wielkości minimum $1.6 \cdot 10^9$ rekordów, czyli w moim przypadku 16 GB pamięci. Liczba odczytów może się różnić od tej teoretycznej ze względu na to że:

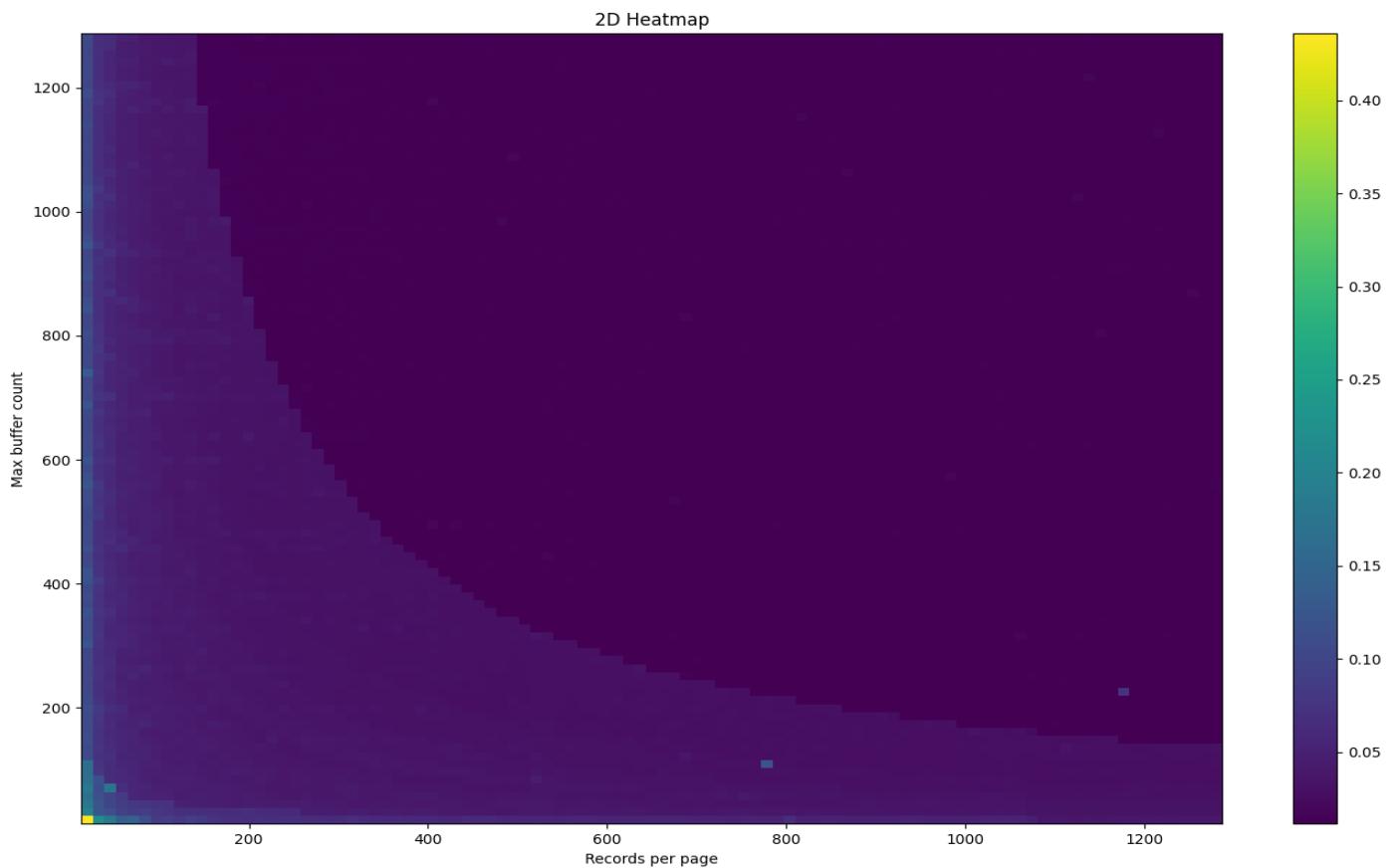
1. Dane mogą się ułożyć w taki sposób, że ciągi koło siebie samoistnie się skleją, w skrajnych przypadkach może skrócić liczbę odczytów (np. duży posortowany plik z jednym dodatkowym rekordem).
2. W moim programie zapisuje potencjalne pozycje nowych ciągów ale sprawdzam sklejenie co powoduje dodatkowe odczyty. Sprawdzam czy końcówka poprzedniego ciągu nie sklei się z początkiem obecnego.
3. Podany wzór na koszt jest przybliżony i lepiej sprawuje dla większych wartości n.

Dodatkowy eksperyment:

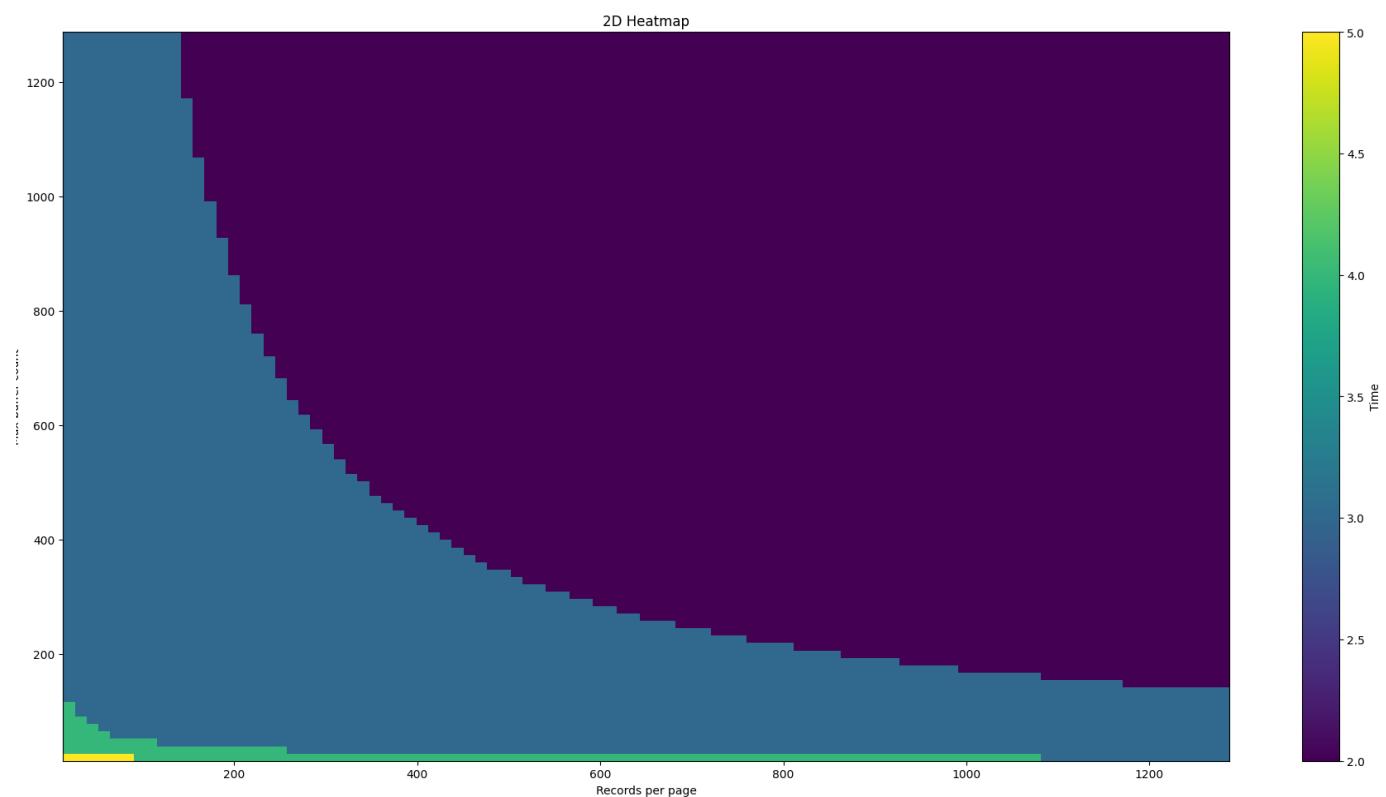
Dodatkowo przeprowadziłem eksperyment w którym sprawdziłem jak na czas sortowania wpływa stosunek liczby buforów do liczby rekordów na stronę.

Liczba rekordów: 1679620

Czas:



Liczba faz



Widać, że wykresy mają wspólną charakterystyczną cechę, jaką jest hiperboliczna linia w połowie wykresu dzieląca czas sortowania 3 i 2 faz. Najważniejszym wpływem na szybkość sortowania ma liczba faz na której wpływ mają oba czynniki. Ciężko jest znaleźć ważniejszy czynnik ponieważ wykres jest w miarę symetryczny ale liczba rekordów ma lekką przewagę czasową mimo że w skrajnych przypadkach zwiększa to liczbę faz. Optymalnym rozwiążaniem jest posiadanie podobnej liczby rekordów na stronę i liczby buforów.

Dodatek:

Liczba buforów: 200

Rekordy przypadające na jeden bufor: 200

L.p.	Record number	Read operations	Write operations	Time	Phase number
1	100000	1013	1000	0.02	2
2	600000	6066	6000	0.15	2
3	1100000	11113	11000	0.27	2
4	1600000	16166	16000	0.44	2
5	2100000	21213	21000	0.6	2
6	2600000	26266	26000	0.82	2
7	3100000	31313	31000	0.94	2
8	3600000	36366	36000	1.11	2
9	4100000	41413	41000	1.3	2
10	4600000	46466	46000	1.47	2
11	5100000	51513	51000	1.66	2
12	5600000	56566	56000	1.81	2
13	6100000	61613	61000	2.08	2
14	6600000	66666	66000	2.26	2
15	7100000	71713	71000	2.34	2
16	7600000	76766	76000	2.51	2
17	8100000	122329	121500	3.62	3
18	8600000	129921	129000	3.82	3
19	9100000	137504	136500	3.98	3
20	9600000	145096	144000	4.24	3
21	10100000	152679	151500	4.51	3
22	10600000	160271	159000	4.87	3
23	11100000	167854	166500	4.98	3
24	11600000	175446	174000	5.19	3
25	12100000	183029	181500	5.34	3
26	12600000	190621	189000	5.56	3
27	13100000	198204	196500	5.97	3
28	13600000	205796	204000	6.28	3
29	14100000	213379	211500	6.34	3
30	14600000	220971	219000	6.54	3

31	15100000	228554	226500	6.82	3
32	15600000	236146	234000	7.16	3
33	16100000	243746	241500	7.54	3
34	16600000	251377	249000	7.74	3
35	17100000	258996	256500	7.88	3
36	17600000	266627	264000	8.25	3
37	18100000	274246	271500	8.33	3
38	18600000	281877	279000	8.67	3
39	19100000	289496	286500	8.81	3
40	19600000	297127	294000	9.01	3
41	20100000	304746	301500	9.24	3
42	20600000	312377	309000	9.45	3
43	21100000	319996	316500	9.72	3
44	21600000	327627	324000	10.06	3
45	22100000	335246	331500	10.29	3
46	22600000	342877	339000	10.67	3
47	23100000	350496	346500	10.68	3
48	23600000	358127	354000	10.98	3
49	24100000	365766	361500	11.62	3
50	24600000	373436	369000	11.88	3
51	25100000	381091	376500	12.04	3
52	25600000	388761	384000	12.34	3
53	26100000	396416	391500	12.32	3
54	26600000	404086	399000	12.71	3
55	27100000	411741	406500	12.95	3
56	27600000	419411	414000	13.25	3
57	28100000	427066	421500	13.61	3
58	28600000	434736	429000	13.75	3
59	29100000	442391	436500	14.16	3
60	29600000	450061	444000	14.26	3
61	30100000	457716	451500	14.53	3
62	30600000	465386	459000	14.61	3
63	31100000	473041	466500	14.93	3
64	31600000	480711	474000	15.2	3
65	32100000	488389	481500	15.87	3
66	32600000	496098	489000	16.18	3
67	33100000	503789	496500	16.29	3
68	33600000	511498	504000	16.57	3
69	34100000	519189	511500	16.77	3
70	34600000	526898	519000	17.41	3
71	35100000	534589	526500	17.25	3

72	35600000	542298	534000	17.55	3
73	36100000	549989	541500	17.91	3
74	36600000	557698	549000	18.43	3
75	37100000	565389	556500	18.42	3
76	37600000	573098	564000	18.57	3
77	38100000	580789	571500	19.29	3
78	38600000	588498	579000	19.34	3
79	39100000	596189	586500	19.17	3
80	39600000	603898	594000	19.52	3
81	40100000	611615	601500	19.44	3
82	40600000	619363	609000	19.52	3
83	41100000	627090	616500	20.03	3
84	41600000	634838	624000	20	3
85	42100000	642565	631500	20.19	3
86	42600000	650313	639000	20.94	3
87	43100000	658040	646500	20.78	3
88	43600000	665788	654000	21.11	3
89	44100000	673515	661500	21.36	3
90	44600000	681263	669000	21.29	3
91	45100000	688990	676500	22.02	3
92	45600000	696738	684000	22.17	3
93	46100000	704465	691500	22.21	3
94	46600000	712213	699000	22.65	3
95	47100000	719940	706500	22.68	3
96	47600000	727688	714000	22.8	3
97	48100000	735444	721500	24.28	3
98	48600000	743231	729000	24.23	3
99	49100000	750994	736500	24.58	3
100	49600000	758781	744000	24.38	3
101	50100000	766544	751500	24.68	3
102	50600000	774331	759000	25.1	3
103	51100000	782094	766500	25.51	3
104	51600000	789881	774000	25.21	3
105	52100000	797644	781500	25.64	3
106	52600000	805431	789000	26.25	3
107	53100000	813194	796500	26.37	3
108	53600000	820981	804000	26.54	3
109	54100000	828744	811500	27.24	3
110	54600000	836531	819000	27.7	3
111	55100000	844294	826500	27.14	3
112	55600000	852081	834000	27.48	3

113	56100000	859876	841500	28.22	3
114	56600000	867702	849000	28.56	3
115	57100000	875501	856500	29.05	3
116	57600000	883327	864000	29.1	3
117	58100000	891126	871500	29.31	3
118	58600000	898952	879000	29.87	3
119	59100000	906751	886500	29.71	3
120	59600000	914577	894000	30.18	3
121	60100000	922376	901500	30.48	3
122	60600000	930202	909000	30.58	3
123	61100000	938001	916500	31.03	3
124	61600000	945827	924000	31.09	3
125	62100000	953626	931500	31.09	3
126	62600000	961452	939000	31.31	3
127	63100000	969251	946500	31.82	3
128	63600000	977077	954000	32.58	3
129	64100000	984911	961500	33.16	3
130	64600000	992776	969000	33.25	3
131	65100000	1000611	976500	33.69	3
132	65600000	1008476	984000	34.23	3
133	66100000	1016311	991500	34.09	3
134	66600000	1024176	999000	34.53	3
135	67100000	1032011	1006500	34.81	3
136	67600000	1039876	1014000	35.16	3
137	68100000	1047711	1021500	35.07	3
138	68600000	1055576	1029000	35.39	3
139	69100000	1063411	1036500	35.55	3
140	69600000	1071276	1044000	36.4	3
141	70100000	1079111	1051500	36.53	3
142	70600000	1086976	1059000	36.49	3
143	71100000	1094811	1066500	36.66	3
144	71600000	1102676	1074000	37.04	3
145	72100000	1110549	1081500	36.38	3
146	72600000	1118453	1089000	37.1	3
147	73100000	1126324	1096500	37.02	3
148	73600000	1134228	1104000	37.22	3
149	74100000	1142099	1111500	37.11	3
150	74600000	1150003	1119000	37.9	3
151	75100000	1157874	1126500	37.75	3
152	75600000	1165778	1134000	38.62	3
153	76100000	1173649	1141500	38.1	3

154	76600000	1181553	1149000	38.58	3
155	77100000	1189424	1156500	38.9	3
156	77600000	1197328	1164000	39.25	3
157	78100000	1205199	1171500	39.8	3
158	78600000	1213103	1179000	39.87	3
159	79100000	1220974	1186500	40.03	3
160	79600000	1228884	1194000	40.3	3
161	80100000	1236790	1201500	41.65	3
162	80600000	1244733	1209000	41.66	3
163	81100000	1252640	1216500	41.78	3
164	81600000	1260583	1224000	42.45	3
165	82100000	1268490	1231500	43.33	3
166	82600000	1276433	1239000	42.56	3
167	83100000	1284340	1246500	43.67	3
168	83600000	1292283	1254000	43.57	3
169	84100000	1300190	1261500	43.82	3
170	84600000	1308133	1269000	43.97	3
171	85100000	1316040	1276500	43.96	3
172	85600000	1323983	1284000	44.36	3
173	86100000	1331890	1291500	44.96	3
174	86600000	1339833	1299000	45.21	3
175	87100000	1347740	1306500	45.29	3
176	87600000	1355691	1314000	43.91	3
177	88100000	1363634	1321500	44.67	3
178	88600000	1371616	1329000	44.44	3
179	89100000	1379559	1336500	44.8	3
180	89600000	1387541	1344000	44.97	3
181	90100000	1395484	1351500	45.51	3
182	90600000	1403466	1359000	45.79	3
183	91100000	1411409	1366500	46.23	3
184	91600000	1419391	1374000	46	3
185	92100000	1427334	1381500	46.1	3
186	92600000	1435316	1389000	46.43	3
187	93100000	1443259	1396500	47.94	3
188	93600000	1451241	1404000	47.71	3
189	94100000	1459184	1411500	48.23	3
190	94600000	1467166	1419000	48.58	3
191	95100000	1475109	1426500	48.78	3
192	95600000	1483102	1434000	50.73	3
193	96100000	1491081	1441500	49.98	3
194	96600000	1499102	1449000	49.92	3

195	97100000	1507081	1456500	50.25	3
196	97600000	1515102	1464000	50.53	3
197	98100000	1523081	1471500	50.8	3
198	98600000	1531102	1479000	50.96	3
199	99100000	1539081	1486500	51.27	3
200	99600000	1547102	1494000	51.31	3
201	100100000	1555081	1501500	51.77	3
202	100600000	1563102	1509000	52.11	3