

Геометрический поиск симметричных объектов на цифровом изображении

Журавская Александра Валерьевна

Московский Государственный Университет имени М.В.Ломоносова
Факультет вычислительной математики и кибернетики
Кафедра математических методов прогнозирования

Выпускная квалификационная работа бакалавра

Научный руководитель: д.т.н., профессор Местецкий Л.М.

3 мая 2018г.

Симметрия играет важную роль для генерации признаков и классификации формы объектов в задачах распознавания формы изображений.

Актуальная задача - оценка степени осевой симметрии для объектов на цифровых изображениях.

Постановка задачи

Исходные данные и контурное описание

Входные данные: бинарные изображения, содержащие силуэт объекта.

Найти: симметричные объекты, определить оси симметрии и оценить степень симметричности объектов.

Цель исследования: оценить возможности использования Фурье-дескрипторов для решения задачи.

1. Силуэт объекта
2. Контур объекта
3. Ось симметрии контура

Фурье-дескриптор для цифровой кривой

Представим контур фигуры как последовательность точек в комплексной плоскости: $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$.

Выполним для U дискретное преобразование Фурье: получим последовательность коэффициентов $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ – дескриптор Фурье фигуры, описанной контуром U .

1. Контур объекта:
последовательность точек
на комплексной плоскости

2. Дескрипторы Фурье при
правильном выборе
начальной точки контура

Контур U будем называть **идеальным**, если выполнены условия: $Im(u_0) = 0$, $u_l = u_{N-l}^*$, $l = 1..N - 1$.

Утверждение (необходимое условие идеального контура)

Пусть $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$ – идеальный контур.

Тогда для дескриптора Фурье $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ контура U равенство $Im(f_l) = 0$ выполнено для всех $l = 0..N - 1$.

Метод решения задачи

Свойства Фурье-дескриптора

Преобразование	Точки контура $u'_l, l = \overline{0, N-1}$	Дескрипторы Фурье $f'_l, l = \overline{0, N-1}$
Сдвиг на вектор Δu	$u_l + \Delta u$	$f_l + \Delta u, \quad l = 0$ $f_l, \quad l \neq 0$
Поворот вокруг (0,0) на угол α	$u_l \cdot \exp(i\alpha)$	$f_l \cdot \exp(i\alpha)$
Сдвиг начала обхода контура	$u_{(l+p) \bmod N}$	$f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot p)$

Идея метода: найти такое преобразование исходного контура, при котором результат будет наиболее близок к идеальному. Критерий: чем меньше $\sum_{l=0}^{N-1} (\text{Im } f'_l)^2$, тем больше контур похож на идеальный.

Обобщенный критерий осевой симметрии

1. Контур объекта

2. Дескрипторы Фурье, $l > 0$

Необходимое условие симметрии

Пусть контур $U = \{u_l\}_{l=0}^{N-1}$ является симметричным: существует точка контура u_p , лежащая на оси симметрии, угол наклона которой равен α . $F = \{f_l\}_{l=0}^{N-1}$ – дескриптор Фурье контура U . Тогда равенство $\text{Im}(f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot (N - p)) \cdot \exp(-i\alpha)) = 0$ выполнено для всех $l = 1..N - 1$.

Метод решения задачи

Поиск параметров оси симметрии и мера симметричности

Мера симметричности контура относительно прямой, проходящей через вершину u_p , и имеющую угол наклона α ?

$$t(\alpha, p) = \sum_{l=1}^{N-1} \operatorname{Im}(f_l \cdot \exp(i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot (N - p)) \cdot \exp(-i\alpha))^2 \geq 0$$

Утверждение

Если α – угол наклона оси симметрии, проходящей через точку u_p , то $t(\alpha, p) \approx 0$.

$$\alpha(p) = \operatorname{argmin}_{\alpha \in [0, \pi)} t(\alpha, p), \quad p = 0..N - 1$$

Метод решения задачи

Поиск параметров оси симметрии и мера симметричности

Мера симметричности контура относительно прямой, проходящей через вершину u_p , и имеющую угол наклона $\alpha(p)$?

$$Q(p) = \sqrt{\frac{t(\alpha(p), p)}{N-1}} \geq 0$$

Утверждение

Если ось симметрии проходит через вершину u_p , то $Q(p) \approx 0$.

$$P = \operatorname{argmin}_{p=0..N-1} Q(p), \quad Q(P) = Q$$

Утверждение

Если контур U имеет ось симметрии, то $Q \approx 0$.

- | | | |
|---|---|---------------|
| 1 | Построить цифровой контур бинарного объекта (8-смежная последовательность 4-граничных точек); | $O(N)$ |
| 2 | Построить Фурье-дескриптор на основе быстрого преобразования Фурье; | $O(N \log N)$ |
| 3 | Направленным перебором по точкам контура найти наилучшее значение критерия симметрии. | $O(N^2)$ |

В планах дальнейшего исследования увеличение вычислительной эффективности шага (3) до $O(N)$.

- 1 Разработан метод оценки симметричности объектов на цифровом изображении, основанный на использовании Фурье-дескрипторов;
- 2 Доказана корректность данного метода;
- 3 Разработан эффективный алгоритм определения оси симметрии дискретного бинарного силуэта;
- 4 Проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие работоспособность, эффективность и практическую полезность данного алгоритма.