



Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова  
Факультет вычислительной математики и кибернетики  
Кафедра математической физики

Турганбаев Сатбек Амангельдыулы

**Исследование метода восстановления волнового  
фронта по его наклонам на основе вейвлетов  
Хаара**

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

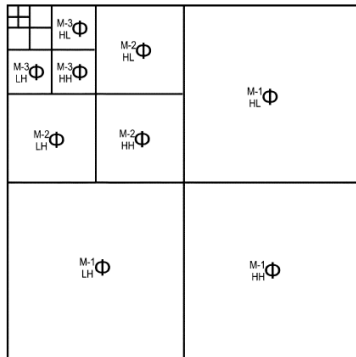
**Научный руководитель:**  
д.ф.-м.н.  
Разгулин Александр Витальевич

Москва, 2018

- Реализовать вейвлет метод
- Проверить работу метода на различных  $g_1, g_2$
- Реализовать вариационный метод
- Исследовать случай восстановления по средним локальным апертурам значений наклонов

$$g_1 = \frac{u(x_i, y_j) - u(x_{i-1}, y_j)}{h_1}$$

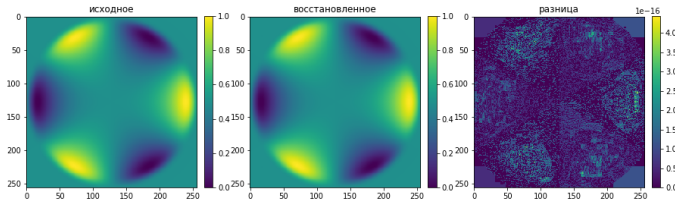
$$g_2 = \frac{u(x_i, y_j) - u(x_i, y_{j-1})}{h_2}$$



# Первые разностные производные

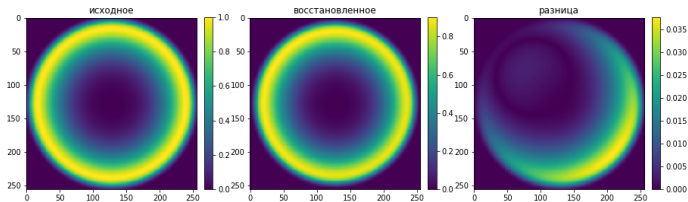
$$g_1 = \frac{u(x_i, y_j) - u(x_{i-1}, y_j)}{h_1}$$

$$g_2 = \frac{u(x_i, y_j) - u(x_i, y_{j-1})}{h_2}$$



# Точные значение производных

$$g_1 = u_x(x_i, y_j); \quad g_2 = u_y(x_i, y_j)$$



$$J(u) = \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} ((u_x - g_1)^2 + (u_y - g_2)^2 + \alpha u^2) dx dy \rightarrow \min$$

$$(u_x, \phi_x) + (u_y, \phi_y) + \alpha(u, \phi) = (g_1, \phi_x) + (g_2, \phi_y), \quad \forall \phi \in W_{2\pi}^1(\Omega)$$

$$B_2 \Lambda_1 u + B_1 \Lambda_2 u + \alpha B_1 B_2 u + \gamma \Lambda_1 \Lambda_2 u = F(g_1, g_2)$$

$$u_{kl} = \frac{f_{kl}}{\mu_l \lambda_k + \mu_k \lambda_l + \alpha \mu_k \mu_l + \gamma \lambda_k \lambda_l}$$

$$g_1 = u_x(x_i, y_j); \quad g_2 = u_y(x_i, y_j)$$

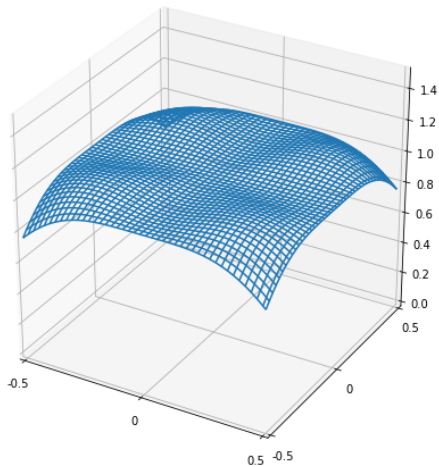
$$g_1 = \frac{1}{h_1 h_2} \sum_{n=1}^{N_1-1} \sum_{m=1}^{N_2-1} \int_{\Delta_{nm}} u_\xi(\xi, \eta) d\xi d\eta \overset{\circ}{\varphi}_{nm}(x, y)$$

$$g_2 = \frac{1}{h_1 h_2} \sum_{n=1}^{N_1-1} \sum_{m=1}^{N_2-1} \int_{\Delta_{nm}} u_\eta(\xi, \eta) d\xi d\eta \overset{\circ}{\varphi}_{nm}(x, y)$$

$$\Delta_{nm} = [x_{n-1}, x_n] \cup [y_{n-1}, y_n]$$

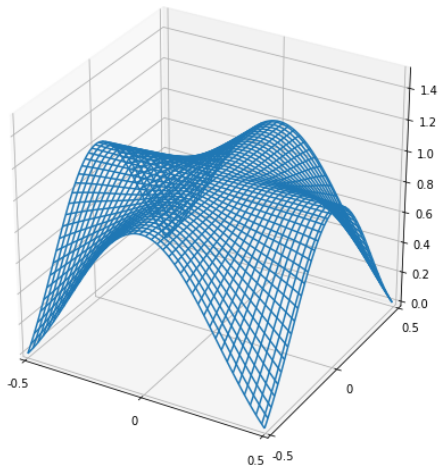
$$\overset{\circ}{\varphi}_{nm}(x, y) = \begin{cases} 1, & x \in \Delta_{nm} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

# Частотная характеристика

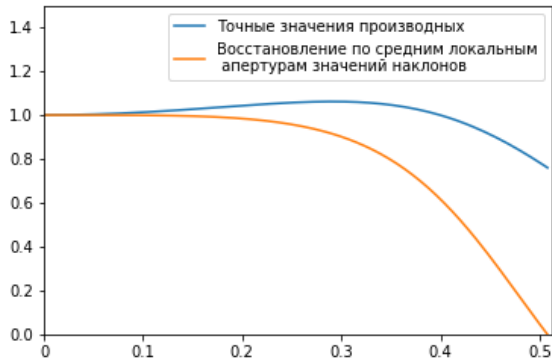




# Частотная характеристика



# Частотная характеристика



# Восстановление полиномов Цернике

