

$$\begin{array}{c}
\frac{P(x) \Rightarrow Q(x), P(r), Q(r), P(y) \vdash Q(z), Q(r)}{P(x) \Rightarrow Q(x); P(r), P(r) \Rightarrow Q(r), P(y) \vdash Q(z), Q(r)} \text{ax} \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), (P(r) \Rightarrow Q(r)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(r)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \forall y (P(r) \Rightarrow Q(r)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(r)} \Rightarrow G \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \Rightarrow G \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \forall y (P(r) \Rightarrow Q(r)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(r)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \forall_0 : \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \exists_0 \times 2 \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \forall_0, r \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \exists_0 \times 2 \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \text{CONT}_0 \\
\frac{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)}{H(P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(r) \Rightarrow Q(z), \exists z. \exists x. \forall y (P(x) \Rightarrow Q(x)) \Rightarrow P(y) \Rightarrow Q(z)} \text{CONT}_0
\end{array}$$

$$\Gamma \vdash A(t), \Delta$$

$$\Gamma \vdash \exists x. A(x), \Delta \quad \exists G$$

t ne doit pas être lié dans *A*