

【経済の部】

「ESG 投資について考える」

(自由論題)

『2050 年問題に対する動的マクロ計量モデルに基づく ESG 投資活用(例)』

著者:柴田 怜<sup>1</sup>

要旨

本稿は、エネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題に向けた開発した動的マクロ計量モデルを基に、解決策として ESG 投資の活用を提言するものである。

ローデータを収集・整理した後、偏グレンジャー因果性に統計的有意性を確認する一方、共和分検定の結果、パネル VAR モデルによる動的直接相関係数を適当と判断し、その標準偏回帰係数に平均・分散を求めて幾何ブラウン運動を以て 2050 年までのシミュレーション行とともに、LSTM による精度評価を行った。

その結果、ESG 投資をエネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題に向けた解決策として提起した。

1. 再生可能エネルギー普及策の推進
2. CCS 火力技術の開発・導入
3. シェール資源の輸入・産業利用
4. 気候変動対策に関する国際合意形成の推進における産学連携の資本

キーワード:

共和分検定、単位根検定、偏グレンジャー因果性検定、非直交化インパルス応答関数、パネル VAR(Vector Auto Regressive)モデル、幾何ブラウン運動、確率偏微分方程式、LSTM(Long Short Term Memory)、多重共線性、オーバーフィッティング、ESG (Environmental, Social, and, Corporate Governance)

---

<sup>1</sup> 職業:データサイエンティスト  
学位:上智大学修士(環境学)

# 目次

要旨.....	1
図表目次 .....	5
1. 課題設定.....	6
1.1. 研究目的・意義 .....	6
1.2. 背景と問題の所在.....	6
1.3. 分析手法要旨 .....	6
1.4. 確率変数・個体効果の選定 .....	7
<i>yit</i> , 1(最終エネルギー消費量) .....	7
<i>yit</i> , 2(温室効果ガス排出量).....	7
<i>yit</i> , 3(原子力発電所の事故・異常事象) .....	7
<i>yit</i> , 4(OPEC 原油平均価格) .....	7
<i>yit</i> , 5(実質 GDP) .....	7
<i>yit</i> , 6(GDP 比国債残高) .....	8
<i>yit</i> , 7(年間平均消費者物価指数).....	8
<i>yit</i> , 8(年間平均完全失業率).....	8
<i>yit</i> , 9(日経平均株価).....	8
<i>yit</i> , 10(自民党の衆院議席獲得率).....	8
<i>yit</i> , 11(気候変動対策に関する合意の有無).....	8
個体効果( <i>i</i> )(『エネルギー基本計画』の策定・改正(有無)).....	8
2. 分析結果の要旨と推論.....	9
2.1. 前処理・可視化.....	9

2.1.1. ローデータの整理 .....	9
2.1.2. 多重共線性の実証分析 .....	9
2.1.3. 誤差項調整 .....	9
2.2. 多変量時系列分析 .....	9
2.2.1. 単位根検定(ADF 検定) .....	9
2.2.2. 共和分検定 .....	9
2.2.3. 偏グレンジャー因果性検定と非直交化インパルス応答関数 .....	9
2.3. 動的マクロ計量モデル .....	9
2.3.1. パネル VAR モデル .....	9
2.3.2. 幾何ブラウン運動と確率偏微分方程式 .....	10
2.3.3. LSTM による精度評価 .....	10
<b>3. ESG 投資活用(例) .....</b>	<b>11</b>
3.1. 再生可能エネルギー普及策推進 .....	11
3.2. CCS 火力技術開発・導入 .....	11
3.3. シェール資源輸入・産業利用 .....	11
3.4. 気候変動対策に関する国際合意形成の推進における産学連携の資本 .....	11
3.5. 結論 .....	11
<b>引用統計 .....</b>	<b>12</b>
【和文】 .....	12
【英文】 .....	12
<b>参考文献 .....</b>	<b>13</b>
【和文】 .....	13

【英文】 .....	13
A-1. 専門用語 .....	15
A-2. 図表・グラフ .....	16
<i>yit</i> , 2(温室効果ガス排出量) .....	21
<i>yit</i> , 5(実質 GDP) .....	22
<i>yit</i> , 8(年間平均完全失業率) .....	23
<i>yit</i> , 7(年間平均消費者物価指数) .....	24
<i>yit</i> , 9(日経平均株価) .....	25
<i>yit</i> , 10(自民党の衆院議席獲得率) .....	26
A-3. 分析手法概説 .....	27
A-3.1. 誤差項調整 .....	27
A-3.1.1. 対数差分系列 .....	27
A-3.1.2. プロビット写像 .....	27
A-3.2. 実証分析 .....	27
A-3.2.1. 無相関検定 .....	27
A-3.2.2. 単位根検定(ADF 検定) .....	27
A-3.2.3. 共和分検定 .....	28
A-3.2.4. 偏グレンジャー因果性検定 .....	28
A-3.3. 精度評価付き VAR-SPDE-LSTM モデル .....	28
A-3.3.1. パネル VAR モデル .....	29
A-3.3.2. 幾何ブラウン運動と確率偏微分方程式 .....	29
A-3.3.3. LSTM による精度評価 .....	29

## 図表目次

Fig. 1: 確率変数・個体効果と誤差項調整 .....	16
Fig. 2: ローデータの多変量時系列プロット .....	17
Fig. 3: 各確率ベクトル間の相関係数 .....	18
Fig. 4: 多変量誤差項調整系列プロット .....	19
Fig. 5: 幾何ブラウン運動による確率過程のシミュレーション結果 .....	20
Fig. 6: LSTM による精度評価 .....	21

# 1. 課題設定

本章は、研究構成における論点整理を行うことで、全体像を提示することを目的とするものである。

## 1.1. 研究目的・意義

以上を踏まえ、エネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題に向けた動的マクロ計量モデルを開発し、その統計的因果推定及び確率過程の予測に精度評価を付け、以て 2050 年までの遷移を確率論的に解明することを本稿の目的とする。

これにより、問題の所在に対応した ESG 投資の利用に関する考察に寄与し、今後、必要な施策の提案を行うものとする。

しかしながら、文献調査の結果、本テーマを扱う政府統計等は一部であり、限定的なローデータとなったそこで、様々な統計的有意差検定、計量時系列分析、確率偏微分方程式及び機械学習を体系化することで代替した。

## 1.2. 背景と問題の所在

一方、2050 年問題が提起された背景は、冷戦後、地球環境問題が国際的に取り組まれたことに遡る。

経済産業省(平成 28:1-2)<sup>2</sup>によれば、気候変動の深刻化に鑑み、国際社会は、気候変動対策に関し、『国際気候変動枠組条約』(1992 年採択・1994 年発効)を皮切りに、『京都議定書』(1997 年採択・2005 年発効)を初の国際的な枠組みの成果として京都メカニズム(即ち、共同実施・排出量取引・クリーン開発メカニズム)を挙げた。

しかしながら、『京都議定書』は、『気候変動枠組条約』(1992)が提起した「共通だが差異ある責任」に固執した結果、実質的に先進国にのみ温室効果ガス排出量削減義務を負わせ、米国の脱退を招いた。

また、温室効果ガスインベントリ(2017)によれば、1990~2015 年の平均排出量にて、日本の温室効果ガス排出量に占めるエネルギー起源の割合は、92.7%余と大半を占める<sup>3</sup>。

尚、日本国環境省によれば、国際社会は、新たな法的枠組みとして、COP(Conference of Parties)21 パリ協定を 2015 年に採択した<sup>4</sup>。日本国経済産業省(平成 28:5)

によれば、この COP21 パリ協定における日本の国際公約は、温室効果ガス排出量を 2030 年までに 2013 年比 26.0%削減するものである<sup>5</sup>。日本国は、『京都議定書』の採択・発効以来、京都メカニズムを含めつつも、温室効果ガス排出量削減に関する取組を既に行っている。加えて、福島第一原子力発電所事故に伴う全国各地の原子力発電所の運転停止・制限を鑑みれば、従来の取組では達成するのは困難といえよう。

事実、日本は原子力発電に代替する形で、火力発電の稼働を増加してきた。

他方、AI-RPA の更なる研究開発による雇用への懸念や少子高齢化に伴う社会保障財源の危機を鑑み、日本経済においても、2050 年問題が提起されている。

以上から、エネルギー・気候変動と原子力リスクに加え、電力需要、原子力産業、自然災害リスク及び地政学リスク等における因果関係とともに、2050 年までの将来予測を行う必要性を指摘することができ、その解明を問題の所在とする。

## 1.3. 分析手法要旨

その分析手法として、非線形パネル VAR-SPDE-LSTM モデル(精度評価付き)を以下の手順にて開発した。尚、要約統計量の出力及びグラフ描画は、適時行うものとする。

### (手順)

1. ローデータに前処理を行う。
2. 各確率ベクトルに誤差項調整を施す。
3. その確率ベクトルに下記の実証分析を行う。
  - 無相関検定による多重共線性
  - 単位根検定による定常状態
  - 共和分検定による見せかけの回帰
  - 偏グレンジャー因果性検定による統計的因果推定

<sup>2</sup> 経済産業省(平成 28)『COP21の結果と今後の課題』

<sup>3</sup> 温室効果ガスインベントリ(2017)『附属書 I 国のガス別分野別温室効果ガス排出量データ』

<sup>4</sup> 環境省 HP

『国連気候変動枠組条約第 21 回締約国会議(COP21)及び京都議定書第 11 回締約国会合(COP/MOP11)の結果について』

<sup>5</sup> 経済産業省(平成 28)『COP21の結果と今後の課題』

#### 4. パネル VAR モデル

- 動的直接相関係数を導出する。
- モデルの標準誤差を抽出する。
- 標準偏回帰係数を導出する。

#### 5. 幾何ブラウン運動

- 標準偏回帰係数の各確率ベクトルに行う。
- その後、求めた確率過程を横結合し、確率偏微分方程式を形成する。

#### 6. LSTM

- 幾何ブラウン運動の結果を示す各確率ベクトルに精度評価を行うことを目的とする。

### 1.4. 確率変数・個体効果の選定

一方、確率変数・個体効果については、以下の説明により、エネルギー・気候変動と日本経済において、エネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題の特徴する指標と判断した統計値を選定した。

#### $y_{it,1}$ (最終エネルギー消費量)

確率変数は、第一に最終エネルギー消費量とする<sup>6</sup>。最終エネルギー消費量は、気候変動に関する国際合意の有無とともに、日本経済活動、原子力行政及び温室効果ガス排出量の変化と因果関係を有するものと判断した。

最終エネルギー消費量の増減は、日本エネルギーミクスを経て気候変動にさえ影響すると考えられる。

#### $y_{it,2}$ (温室効果ガス排出量)

第二に、温室効果ガス排出量とする<sup>7</sup>。ウラン以外の化

<sup>6</sup> 資源エネルギー庁

『「平成 27 年度エネルギーに関する年次報告」(エネルギー白書 2016) HTML 版』

<sup>7</sup> 温室効果ガス排出量は、次の両文献を基に標本を作成した。

(1)THE WORLD BANK

"CO2 emissions (metric tons per capita) Japan"

(2)温室効果ガスインベントリオフィス

『日本の温室効果ガス排出量データ(1990～2015 年度速報値)』

石燃料を二次エネルギーに変換・利用するに依り、温室効果ガス排出量は増減する。

『エネルギー政策基本法』(第 3 条)は、環境への適合を成文化化しており、温室効果ガス排出量の増減も、エネルギー起源分を通じて気候変動負荷の増減を以て『エネルギー政策基本法』の策定・改正に影響すると推察した。

#### $y_{it,3}$ (原子力発電所の事故・異常事象)

第三に、日本の原子力発電所の事故・異常事象の有無及び程度とする<sup>8</sup>。原子力発電は、少なくとも温室効果ガスを発電時に排出せず、福島第一原子力発電所事故以前まで主力電源として利用されてきた歴史的経緯がある。

しかし、事故・異常事象が一旦発生し、放射能汚染リスクが周知されると、原子力発電所の稼働は政治的に難しくなる傾向が考えられる。

実際、中部電力(2015)によれば、当時の菅首相は、浜岡原子力発電所を運転停止にするよう超法規的措置を取った<sup>9</sup>。

#### $y_{it,4}$ (OPEC 原油平均価格)

第四に、OPEC 原油平均価格とする<sup>10</sup>。二度の石油危機を鑑み、OPEC 原油平均価格は、化石燃料依存度の増減を通じて日本エネルギーミクスと気候変動対策に影響を及ぼすと考えられる。

化石燃料が高騰するにつれ、再生可能エネルギーは相対的安価となり、裏も同じである。化石燃料と再生可能エネルギーの相対価格は、『エネルギー政策基本法』の策定・改正の影響も考え得る。

#### $y_{it,5}$ (実質 GDP)

第五に、実質 GDP とする<sup>11</sup>。少なくとも福島第一原子力発電所事故後のエネルギー改革策以前までは、経済成長と環境保全はトレードオフ関係にあると考えられてきた。

<sup>8</sup> 環境省

『INES(国際原子力・放射線事象評価尺度)』

<sup>9</sup> 中部電力(2015)

『浜岡原子力発電所の運転停止要請への対応について』

<sup>10</sup> THE WORLD BANK

<sup>11</sup> 次の両文献を基に、本稿著者が算出した。

(1)THE WORLD BANK"GDP (current US\$) Japan"

(2)総務省統計局『2015 年基準消費者物価指数』

しかしながら、『エネルギー政策基本法』(第4条)は、市場原理の活用を成文化化しており、実質 GDP との論理的整合性も、日本エネルギーミクスや『エネルギー政策基本法』の策定・改正から影響を及ぼされたと考え得る。

#### $y_{it,6}$ (GDP 比国債残高)

第六に、GDP 比国債残高とする<sup>12</sup>。少なくとも税収及び予算上の国債依存度が等しければ、国債残高は、GDP に比例して累積する。従って、国債残高の累積を実質化する為、GDP 比とする。

この GDP 比国債残高の累積は、公共投資の増加に繋がりと考えられ、最終エネルギー消費量を増加させ得よう。最終エネルギー消費量の増減は、各一次エネルギーの需要の増減に比例すると推定される。

#### $y_{it,7}$ (年間平均消費者物価指数)

第七に、年間平均消費者物価指数とする<sup>13</sup>。物価水準の悪化は、特に実体経済の不況を反映し得ると考えられる。その際、政府は、第二次安倍内閣の新・経済政策のように、環境性よりも財政出動を特に優先し、最終エネルギー消費量と共に、温室効果ガス排出量を増加させ得よう。

温室効果ガス排出量が増加すれば、再生可能エネルギーの需要増加並びに原子力発電の稼働容認に推移すると考えられる。

#### $y_{it,8}$ (年間平均完全失業率)

第八に年間平均完全失業率とする<sup>14</sup>。完全失業率は、特徴的な経済指標である。その悪化は、特に実体経済の不況を反映し得ると考えられる。

その際、政府は、第二次安倍内閣の新・経済政策のように、環境性よりも財政出動を特に優先し、最終エネルギー消費量と共に、温室効果ガス排出量を増加させ得よう。

#### $y_{it,9}$ (日経平均株価)

第九に、日経平均株価とする<sup>15</sup>。株価は、金融市場を通じて日本経済の状態を表し、経済状況を鑑みて日本エネルギーミクスは形成され则认为られる。

実際、『エネルギー政策基本法』(第4条)は、市場原理の活用を成文化化しており、日本経済との論理的整合性を窺うことができる。

#### $y_{it,10}$ (自民党の衆院議席獲得率)

第十に、自民党の衆院議席獲得率とする<sup>16</sup>。自民党は、財政出動を歴史的に重視してきた観点から、その衆院議席獲得率の推移は、公共事業を通じ、環境負荷や経済活動の増加に伴う最終エネルギー消費量の増加に繋がりと推察した。

また、政権政党の変化が、日本エネルギーミクス及び温室効果ガス排出量に及ぼす影響考え得る。

#### $y_{it,11}$ (気候変動対策に関する合意の有無)

第十一に、気候変動対策に関する合意の有無とする。気候変動は、1985 年に行われたフィラハ会議にて、初の科学的問題提起が行われる<sup>17</sup>と共に、日本バブル景気が始まって後述の経済変数に影響したと考えられる為、1986 年を開始年とした。

一方、政府統計等の集計が間に合わず、直近のデータは、2014 年に留まった為、時間軸( $t$ )は 1986~2017 年とする。

しかしながら、気候変動に関する国際合意は、その間に幾度も行われ、温室効果ガス排出量と共に、日本経済を経て最終エネルギー消費量に変化を及ぼしたとするモデル選択を行った。

#### 個体効果( $i$ )(『エネルギー基本計画』の策定・改正(有無))

個体効果( $i$ )については、『エネルギー基本計画』の策定・改正(有無)とする。

日本エネルギーミクスの持続可能性の指標として、『エネルギー基本計画』の策定・改正を位置付けた。

日本エネルギーミクスの持続可能性に問題があった為、法制定及び策定を行い、再検討の義務しか成文化されていないにも拘らず、改正を行ったことは、持続可能性に問題があると政治判断したと推察することができる。

<sup>12</sup> 総務省統計局  
『戦後の国債管理政策の推移』

<sup>13</sup> 総務省統計局  
『時系列データ 全国(品目別価格指数) 年平均(1970年平均~2016年平均)』

<sup>14</sup> 総務省統計局  
『完全失業者・完全失業率【世帯主との続き柄別】』

<sup>15</sup> 日経平均プロフィール

<sup>16</sup> 日本経済新聞(2015)

『衆院選の獲得議席で振り返る戦後政治史』

<sup>17</sup> 資源エネルギー庁

『平成 18 年度エネルギーに関する年次報告』  
(エネルギー白書 2007) HTML 版



## 2. 分析結果の要旨と推論

以上の確率変数・個体効果を時系列に並べるとともに、様々な前処理及び誤差項調整を経てパネルデータを形成した。

このパネルデータを基に、多変量時系列分析、パネル VAR モデル及び幾何ブラウン運動によるシミュレーションとともに、LSTM によるモデル精度の評価を行った。

その各過程から得た結果の要旨を説明していく。

### 2.1. 前処理・可視化

本稿においては、前処理として、ローデータの整理、多重共線性の実証分析及び誤差項調整を行いつつ、フェーズ毎に要約統計量を求め、グラフ描画を行うなど可視化による目視確認を行った。

#### 2.1.1. ローデータの整理

Fig. 1 に整理した各確率変数に個体効果( $i$ )及び時間軸( $t$ )に従属する確率変数として定義し、Fig. 2 に示す。

その後、定常状態に基づく変化率として各時系列を扱う為、対数差分系列に変換した。

#### 2.1.2. 多重共線性の実証分析

その後、各確率ベクトルにおいて、一部に高い相関係数の組み合わせを確認した。

加えて、無相関検定においても、「相関関係にない」とする帰無仮説を棄却する組み合わせを確認した。

尚、各確率ベクトル間の相関係数は、Fig. 3 に示すとおりである。

#### 2.1.3. 誤差項調整

したがって、多重共線性を指摘し得る組み合わせを克服するとともに、より高精度な統計的因果推定及び確率過程の予測を行う為、各確率ベクトルに誤差項調整を施した。

次の確率ベクトルについては、プロビット写像を施した。質的データのうえ、ロジット写像を試行したところ、欠損値等により、確率ベクトルとして再定義することができなかった。

- $y_{it,3}$ (原子力発電所の事故・異常事象)
- $y_{it,11}$ (気候変動対策に関する合意の有無)

一方、すべての確率ベクトルについては、対数差分系列に写像した。自然対数を取ることで定常状態として扱うことができる。加えて、一次のテイラー展開近似により、自然対数を取るなど、充分に変化率が小さい場合、時間微

分係数と近似する。

以上の加工を行い、 $Y_{it}$ として定義し、Fig. 4 に示すパネルデータを形成した。

### 2.2. 多変量時系列分析

一方、統計的因果推定及び確率過程の予測を準備する為、パネルデータにおける各誤差項調整済み確率ベクトルの性質を解明する。

これにより、パネル VAR モデルから導出した動的直接相関係数に偶然性を伴わない因果性に依るものと確率論的に考えられる。

尚、有意水準の基準を  $p$  値 =  $\pm 0.050$  とする。

#### 2.2.1. 単位根検定(ADF 検定)

第一に、単位根検定を試行した。

年次データに基づく為、各ラグを 1 に設定した結果、すべて統計的有意性を検出した。

したがって、すべての確率ベクトルは、定常状態として扱うことができる。

#### 2.2.2. 共和分検定

第二に、共和分検定を試行した。

統計的有意性を検出した実例を散見した為、最小二乗法による見せかけの回帰を予防することを目的としてベクトル自己回帰によって動的直接相関係数を導出するものとする。

#### 2.2.3. 偏グレンジャー因果性検定と非直交化インパルス応答関数

第三に、偏グレンジャー因果性検定を試行するとともに、非直行化インパルス応答関数を導出した。

統計的有意性を検出する組み合わせが目立つとともに、互いに及ぼす影響度も低くないことから、動的マクロ計量モデルに適切な関係にあると考えられる。

### 2.3. 動的マクロ計量モデル

以上を踏まえ、動的マクロ計量モデル(非線形パネル VAR-SPDE-LSTM モデル)の開発・形成に着手する。

#### 2.3.1. パネル VAR モデル

第一に、パネル VAR モデルを形成した。

確かに、統計的有意性こそ検出しなかったものの、偏グ

レンジャー因果性検定にて有意性を検出していた。

したがって、確率ベクトルにおいて、すべての組み合わせに係る因果関係に統計的有意性は確認されず、確率ベクトル毎には統計的有意性を確認している。

確率ベクトル毎の統計的有意性に鑑み、このモデルから動的直接相関係数を導出することは可能である。

この動的直接相関係数をパネル VAR モデルの標準偏差にて除算し、以て標準偏回帰係数を導出する。

その平均によってドリフト項、分散によってボラティリティを導出した。

### 2.3.2. 幾何ブラウン運動と確率偏微分方程式

このドリフト項及びボラティリティを基に、幾何ブラウン運動による 2050 年までのシミュレーションを各確率ベクトルに試行した。その結果が Fig. 5 である。

幾何ブラウン運動は、対数変動が平均  $\mu$  分散  $\sigma$  のブラウン運動に従う連続時間の確率過程である。

確率過程を記述する関数を確率微分方程式といい、この幾何ブラウン運動の結果を横結合し、確率偏微分方程式を形成した。

### 2.3.3. LSTM による精度評価

尚、この幾何ブラウン運動による確率過程のシミュレーションは、交差検証法等を経ておらず、オーバーフィッティングの懸念が残る。

そこで、この確率過程に LSTM による学習・予測を行った。

その結果、Fig. 6 のように、高精度のモデルと評価することができ、オーバーフィッティングの懸念は薄かろう。即ち、Fig.5 の確率過程は信用に値すると考えられる。

### 3. ESG 投資活用(例)

以上を基に、エネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題に関する ESG 投資の利用を提案する。

#### 3.1. 再生可能エネルギー普及策推進

最終エネルギー消費量こそ逡減しているが、温室効果ガス排出量の増加傾向を鑑みれば、主力エネルギー源は再生可能エネルギーとすることが望ましい。

原子力リスクの实在及び予測結果を加味すれば、尚更、一次エネルギー需要の 30%弱まで依存し続けた原子力発電の分まで生産需要があると考えられる。

したがって、この産業は、ESG 投資の利用先として有効といえよう。

#### 3.2. CCS 火力技術開発・導入

しかし、福島第一原子力発電所以降、日本は原子力発電を制限したが、火力発電によって代替した。

FIT(Feed-in Tariff)を実施しながらも、火力発電に依存したことは、再生可能エネルギーに係る現状の生産技術に限界があると考えざるを得ない。

したがって、火力発電を行う際、CCS(Carbon dioxide Capture and Storage)を並行することで、火力発電による温室効果ガス排出量を一部相殺することができよう。

これに鑑み、ESG 投資の産業利用を提案する。

#### 3.3. シェール資源輸入・産業利用

他方、原油は枯渇性資源である。価格の時間微分係数が、ある時点から減少傾向となるのは、枯渇リスクを鑑みた投資と考えられる。

しかしながら、原油は一次エネルギー源に加え、様々な用途に需要がある。

そこで、未開発のシェール資源を輸入し、産業利用を提案する。確かに、環境影響評価を伴って採掘する必要こそあるが、原油確保に向け、法整備を含めて着手することが望ましい。

その為には資本を必要とし、ESG 投資によって賄うことを提案する。

#### 3.4. 気候変動対策に関する国際合意形成の推進

##### における産学連携の資本

また、気候変動における問題の所在は、日本一国では

なく、国際社会全体にある。冷戦後こそ盛んに議論されたが、米国によるパリ協定離脱が実例としてシミュレーション結果を支持している。

一方で、自民党の衆議院議席獲得率に関する時間微分係数が減少傾向にあるとともに、その確率ベクトルとの偏グレンジャー因果性を鑑みれば、尚更、国際合意形成による法政策が望ましい。

その際、日本側は産学連携を以て交渉に当たる必要があると考えられ、その資本に ESG 投資の利用を提案する。

#### 3.5. 結論

Fig. 5 においては、日本経済における様々な事象について確率予測を行った。その結果は、以下の通りである。

- 実質 GDP の逡減
- 日経平均株価の逡減
- 物価上昇の逡増
- GDP 比国債残高の逡増

日本経済が上記の低迷期を迎え得るとともに、エネルギー・気候変動の 2050 年問題に鑑み、経済政策とエネルギー・気候変動対策を同時達成する為、ESG 投資の利用をこの章にて提案してきた。

1. 再生可能エネルギー普及策推進
2. CCS 火力技術開発・導入
3. シェール資源の輸入・産業利用
4. 気候変動対策に関する国際合意形成の推進における産学連携の資本

以上から、エネルギー・気候変動と日本経済における 2050 年問題に対する解決手段と併せて第二次安倍内閣の新・経済政策における第三の矢として提案する。

## 引用統計

### 【和文】

【1】[経済産業省\(平成 28\)](#)

[『COP21の結果と今後の課題』](#)

【2】[温室効果ガスインベントリ\(2017\)](#)

[『附属書I 国のガス別分野別温室効果ガス排出量データ』](#)

【3】[環境省](#)

[『国連気候変動枠組条約第 21 回締約国会議\(COP21\)及び京都議定書第 11 回締約国会合\(COP/MOP11\)の結果について』](#)

【4】[資源エネルギー庁](#)

[『「平成 27 年度エネルギーに関する年次報告」\(エネルギー白書 2016\) HTML 版』](#)

【5】[温室効果ガスインベントリオフィス](#)

[『日本の温室効果ガス排出量データ\(1990～2015 年度速報値\)』](#)

【6】[環境省](#)

[『INES\(国際原子力・放射線事象評価尺度\)』](#)

【7】[中部電力\(2015\)](#)

[『浜岡原子力発電所の運転停止要請への対応について』](#)

【8】[総務省統計局](#)

[『2015 年基準消費者物価指数』](#)

【9】[総務省統計局](#)

[『戦後の国債管理政策の推移』](#)

【10】[総務省統計局](#)

[『時系列データ 全国\(品目別価格指数\) 年平均\(1970 年平均～2016 年平均\)』](#)

【11】[総務省統計局](#)

[『完全失業者・完全失業率【世帯主との続き柄別】』](#)

【12】[日経平均プロフィール](#)

【13】[日本経済新聞\(2015\)](#)

[『衆院選の獲得議席で振り返る戦後政治史』](#)

【14】[資源エネルギー庁](#)

[『「平成 18 年度エネルギーに関する年次報告」\(エネルギー白書 2007\) HTML 版』](#)

### 【英文】

【1】[THE WORLD BANK](#)

["CO2 emissions \(metric tons per capita\) Japan"](#)

【2】[THE WORLD BANK](#)

【3】[THE WORLD BANK](#)

["GDP \(current US\\$\) Japan"](#)

## 参考文献

### 【和文】

- 【1】[経済産業省\(平成 30\)](#)  
『2050 年までの経済社会の構造変化と政策課題について』
- 【2】[みずほフィナンシャルグループ\(2017\)](#)  
『2050 年のニッポン ～課題を乗り越え、輝き続けるために～』
- 【3】[資源エネルギー庁\(平成 30\)](#)  
『50 年エネルギーシナリオ論点 参考資料』
- 【4】[資源エネルギー庁](#)  
『「平成 29 年度エネルギーに関する年次報告」(エネルギー白書 2018) HTML 版』
- 【5】[環境省\(平成 27\)](#)  
『2050 年を見据えた温室効果ガスの大幅削減に向けて』
- 【6】[キヤノングローバル戦略研究所](#)  
氏田博士、段烽軍、湯原哲夫  
『地球温暖化防止のための長期エネルギービジョン 第 1 回 長期ビジョンに基づくエネルギーシステム構成』
- 【7】[沖本竜義\(2010\)](#)  
『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』  
朝倉書店
- 【8】[千木良弘朗、早川 和彦、山本拓\(2011\)](#)  
『動学的パネルデータ分析』  
知泉書館
- 【9】[奥井亮\(平成 28\)](#)  
『動学的パネルデータモデル』
- 【10】[松井藤五郎、汐月智也\(2017\)](#)  
『LSTM を用いた株価変動予測』
- 【11】[あすかアセットマネジメント株式会社 南正太郎\(2018\)](#)  
『人工知能による日経平均ボラティリティー・インデックスの予測』
- 【12】[松本健、牧本直樹](#)  
『LSTM による時系列予測と株式投資戦略への応用』

### 【英文】

- 【1】[Kiko Network\(2014\)](#)  
“[Japan Climate Vision 2050: An energy future independent of nuclear power and fossil fuels](#)”
- 【2】[Global Environment Committee, Central Environment Council\(2017\)](#)  
“[Long-term Low-carbon Vision](#)”
- 【3】[Mustafa Moinuddin, Akihisa Kuriyama\(2018\)](#)

- “[Japan 2050 Low Carbon Navigator: Possible application for assessing climate policy impacts](#)”
- 【4】[自然エネルギー財団\(2019\)](#)  
“[Proposal for Energy Strategy Toward a Decarbonized Society Achieving a Carbon-Neutral Japan by 2050](#)”
- 【5】[Japan Low Carbon Society towards 2050 Project Criteria \(Target-setting\) Team\(2007\)](#)  
“[Japan’s GHG Emissions Reduction to be required in 2050](#)”
- 【6】[Fabio Canova and Matteo Ciccarelli\(2013\)](#)  
“[Panel Vector Autoregressive Models A Survey](#)”
- 【7】[HELMUT LUTKEPOHL, MARKUS KRATZIG\(2004\)](#)  
“[APPLIED TIME SERIES ECONOMETRICS](#)”
- 【8】[Francis X. Diebold\(2019\)](#)  
“[Time-Series Econometrics A Concise Course](#)”
- 【9】[Bruce E. Hansen\(2006\)](#)  
“[ECONOMETRICS](#)”
- 【10】[Sepp Hochreiter ら\(1997\)](#)  
“[LONG SHORT-TERM MEMORY](#)”
- 【11】[Jitendra Kumar, Rimsha Goomer, Ashutosh Kumar Singh\(2017\)](#)  
“[Long Short Term Memory Recurrent Neural Network\(LSTM-RNN\) Based Workload Forecasting Model For Cloud Datacenters](#)”
- 【12】[Abdelhadi Azzouni, Guy Pujolle\(2017\)](#)  
“[A Long Short-Term Memory Recurrent Neural Network Framework for Network Traffic Matrix Prediction](#)”
- 【13】[Simo Särkkä\(2012\)](#)  
“[Applied Stochastic Differential Equations](#)”

## 付属資料

これ以降は、本文の説明を補完することを目的として、以下の手順にて補足説明していくものとする。

### 1. 専門用語

### 2. 図表・グラフ

- Fig. 1: 確率変数・個体効果と誤差項調整
- Fig. 2: ローデータの多変量時系列プロット
- Fig. 3: 各確率ベクトル間の相関係数
- Fig. 4: 多変量誤差項調整系列プロット
- Fig. 5: 幾何ブラウン運動による確率過程のシミュレーション結果
- Fig. 6: LSTM による精度評価

### 3. 分析手法の詳細説明

- 誤差項調整
  - 対数差分系列
  - プロビット写像
- 実証分析
  - 無相関検定
  - 単位根検定(ADF 検定)
  - 共和分検定
  - 偏グレンジャー因果性検定
- 非線形パネル VAR-SPDE-LSTM モデル(精度評価付き)
  - パネル VAR モデル
  - 幾何ブラウン運動と確率偏微分方程式
  - LSTM による精度評価

### 4. 開発資料

- 仕様
- [GitHub](#) からのダウンロード.zip に関するハイパーリンク

## A-1. 専門用語

専門用語	定義
動的マクロ計量モデル	確率過程を伴う複数の事象を構造方程式として記述し、施策又はリスクの影響を定量的に予測分析する手法
シミュレーション	コンピュータを用い、統計値にモデルを形成し、統計的因果推定・予測を行う手法
統計的因果推論	統計値に有意差検定を行うことで、確率変数間の因果関係を推定すること。
確率変数	どのような値となるかをある確率分布で記述される確率法則によって決定する変数
確率分布	確率変数がある値となる確率又はある集合に属する確率を与える関数
非線形	一次式によって記述又は近似しない性質
パネルデータ	時系列データとクロスセクションデータを合わせたデータであり、同一の観察単位を複数期間において観察することで得る。
パネル VAR モデル	パネルデータが複数の確率変数によって構成する際、ある確率変数をその他すべての確率変数によって説明し、動的直接相関係数を得る方法である。
動的直接相関係数	確率変数間において、ある確率変数が他のある確率変数から別の確率変数を経ずに定量化する相関係数である。
確率偏微分方程式	一つ以上の項が確率過程である偏微分方程式であり、その解自身も確率過程となる多変数の数理モデルである。
多重共線性	説明変数間に線形関係が複数確認され、目的変数への直接相関係数の導出を正しく行うことができない状態である。
相関行列	相関係数を行列によって記述する手法
相関係数	二つの確率変数の間にある線形な関係の強弱を測る指標であり、 $-1.0$ 以上 $1.0$ 以下の実数に値を取る。
無相関検定	無相関か否かの検定を実証する統計的有意差検定
統計的有意差検定	帰無仮説が正しいと仮定した場合に、統計量が対象の確率分布に従うことを利用する仮説検証の手法である。
帰無仮説	ある仮説を正しいと推定する為、否定することを前提として立てる仮説である。
偏グレンジャー因果性検定	ある確率変数を別の確率変数で説明し、両方が共に変化している性質をグレンジャー因果性と呼び、その他の確率変数の影響を除外した統計的有意差検定である。
非直行化インパルス応答関数	残差間の相関の影響を除外したうえで、ある変数の変動が他の変数に与える影響がどの程度継続するかを実証する手法である。
残差	誤差の統計的推定量
対数差分系列	一次のテイラー展開近似により、充分に変化率が小さい場合の変化率と近似する性質を利用する為、1 時点離れた時系列データとの差に自然対数を取る誤差項調整である。
誤差項調整	構造方程式の誤差項を最小化するため、各確率変数の関数形を写像する前処理
前処理	収集したデータを統計的因果推定・予測に用いる形に加工する一連の過程
プロビット写像	質的確率変数が正規分布に従う際に写像し、より正確な結果を得る為の誤差項調整
ADF 検定	時系列標本が単位根を有するか否かの統計的仮説検定
単位根	時間を通じて変化する確率過程が有する性質
標本標準偏差	確率変数の標本における散らばり具合を表す数値
代表値	標本の分布の特徴を代表的に表す統計量
多変量時系列分析	複数の確率変数に様々な統計的有意差検定や時系列モデルの形成を行う手法
共和分検定	複数の非定常時系列に見せかけの回帰が生じ得るかの統計的有意差検定
見せかけの回帰	統計的に独立かつ無関係の二つの時系列変数が最小二乗法による回帰分析において統計的に有意な係数の推定値を取る問題
ドリフト項	幾何ブラウン運動における決定論的なパラメータであり、平均によって記述される。
ボラティリティ	幾何ブラウン運動における確率論的なパラメータであり、標本分散により記述する。
幾何ブラウン運動	対数変動が平均 $\mu$ 、分散 $\sigma$ のブラウン運動に従う連続時間の確率過程
LSTM	ディープラーニングに用いる人工回帰型ニューラルネットワークの設計

## A-2. 図表・グラフ

**Fig. 1: 確率変数・個体効果と誤差項調整**

記号	内容	誤差項調整	性質
$i_t$	『エネルギー基本計画』の策定・改正(有無)	(なし)	個体効果
$t$	対象とする確率変数が時間に従属すること		添字
$y_{it,1}$	最終エネルギー消費量	対数差分系列	確率変数
$y_{it,2}$	温室効果ガス排出量		
$y_{it,3}$	原子力発電所の事故・異常事象	対数差分系列プロビット写像	
$y_{it,4}$	OPEC 原油平均価格	対数差分系列	
$y_{it,5}$	実質 GDP		
$y_{it,6}$	GDP 比国債残高		
$y_{it,7}$	年間平均消費者物価指数		
$y_{it,8}$	年間平均完全失業率		
$y_{it,9}$	日経平均株価		
$y_{it,10}$	自民党の衆院議席獲得率		
$y_{it,11}$	気候変動対策に関する合意(有無)	対数差分系列プロビット写像	



Fig. 2: ローデータの多変量時系列プロット

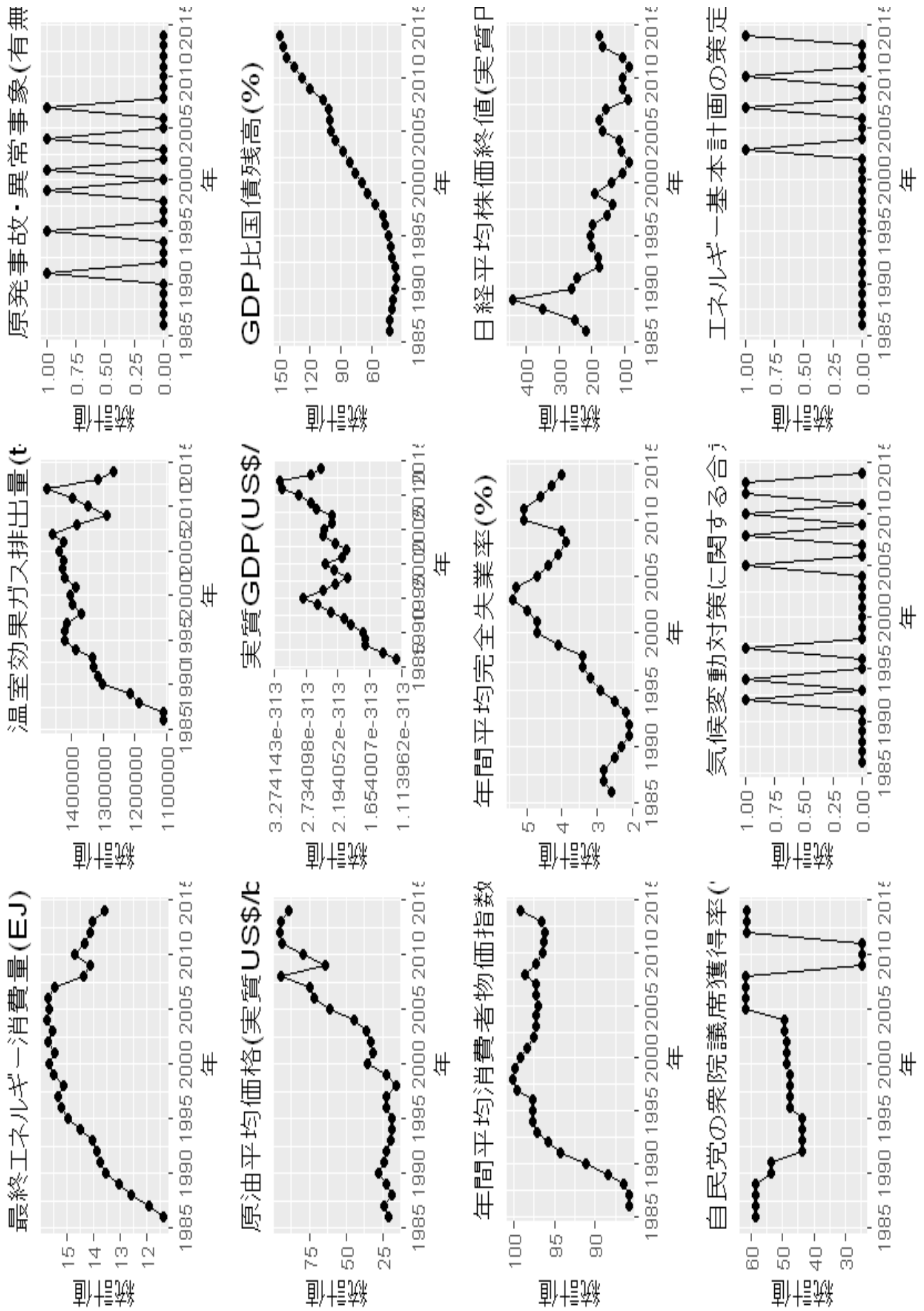


Fig. 3: 各確率ベクトル間の相関係数

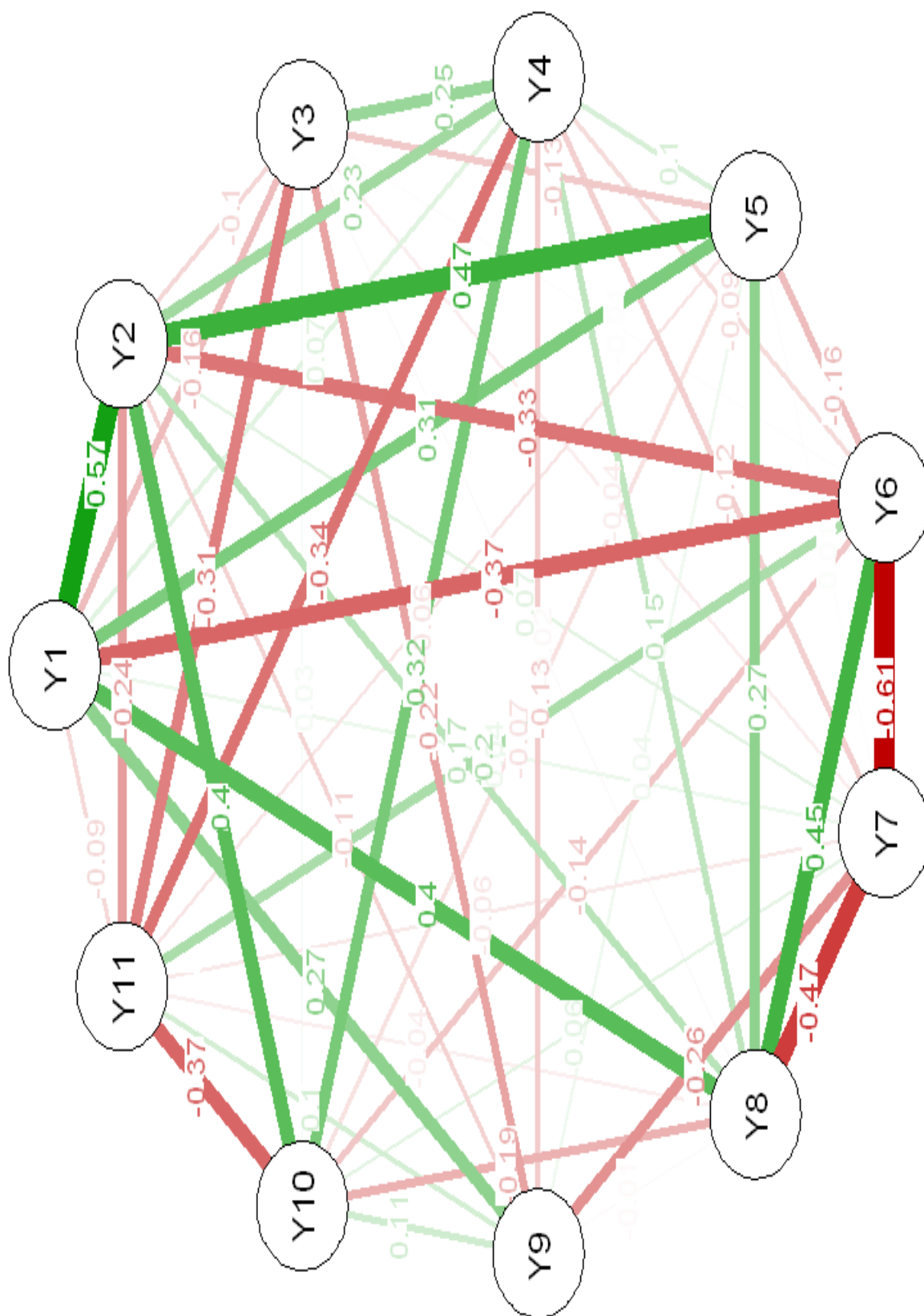


Fig. 4: 多変量誤差項調整系列プロット

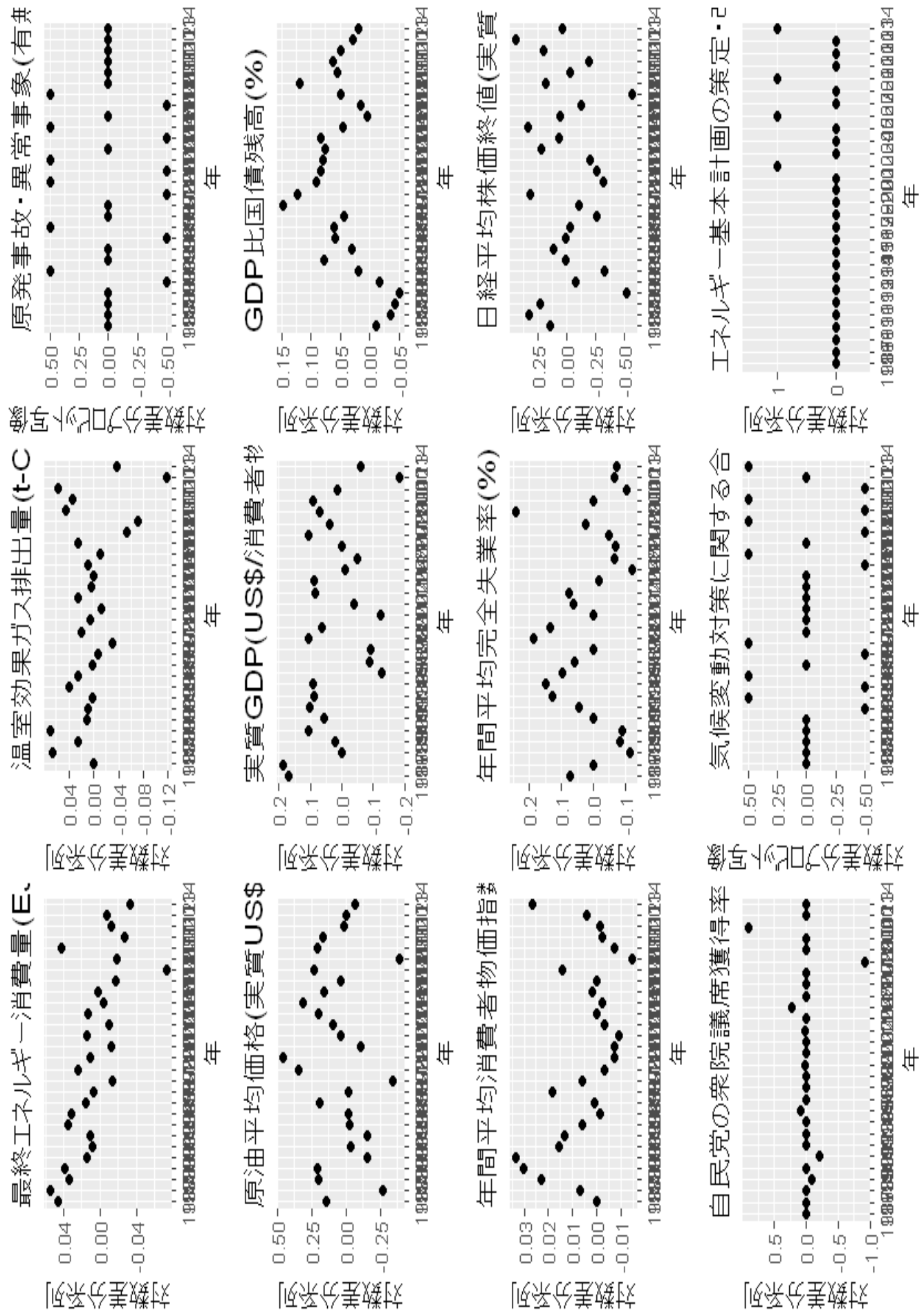


Fig. 5: 幾何ブラウン運動による確率過程のシミュレーション結果

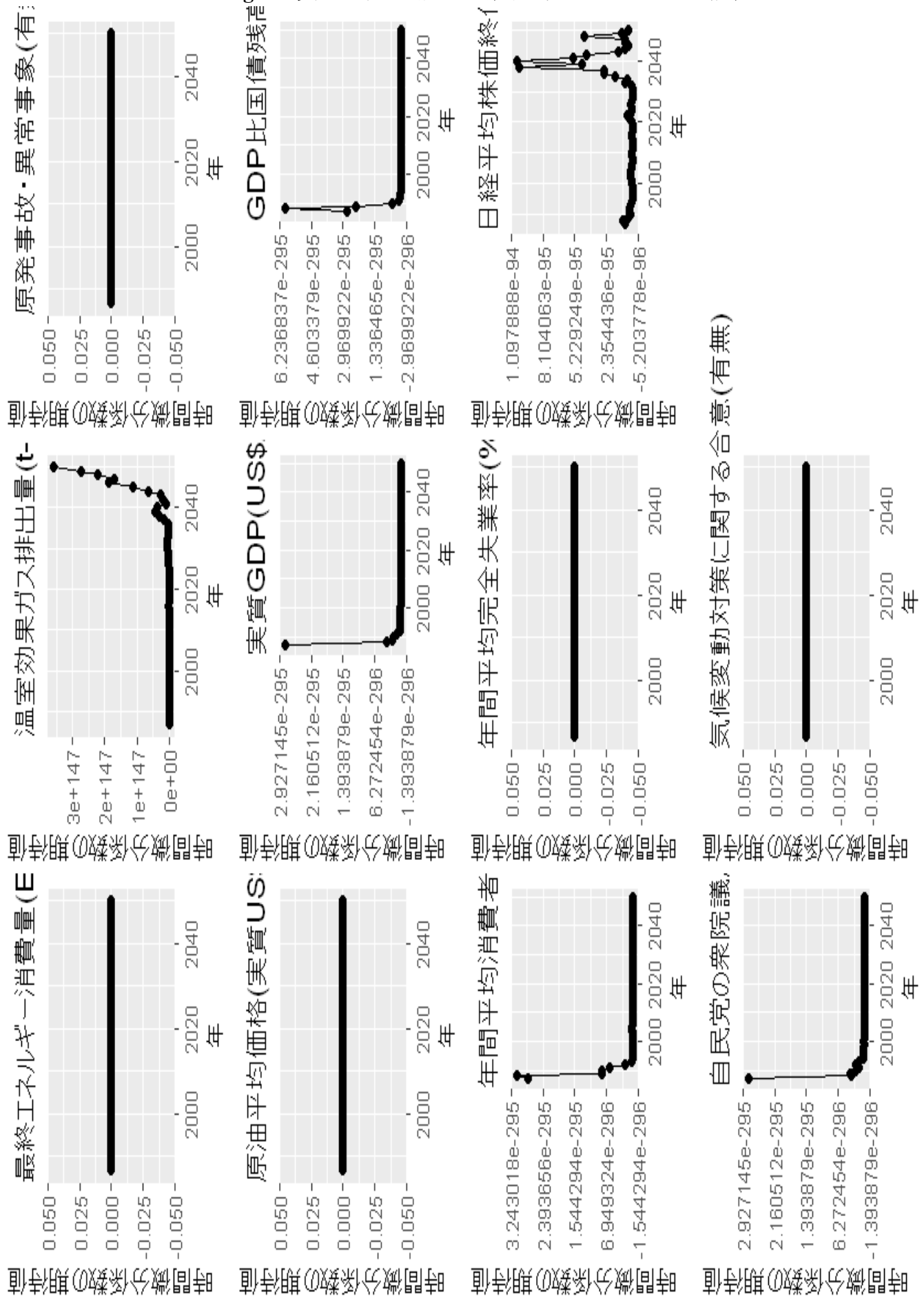
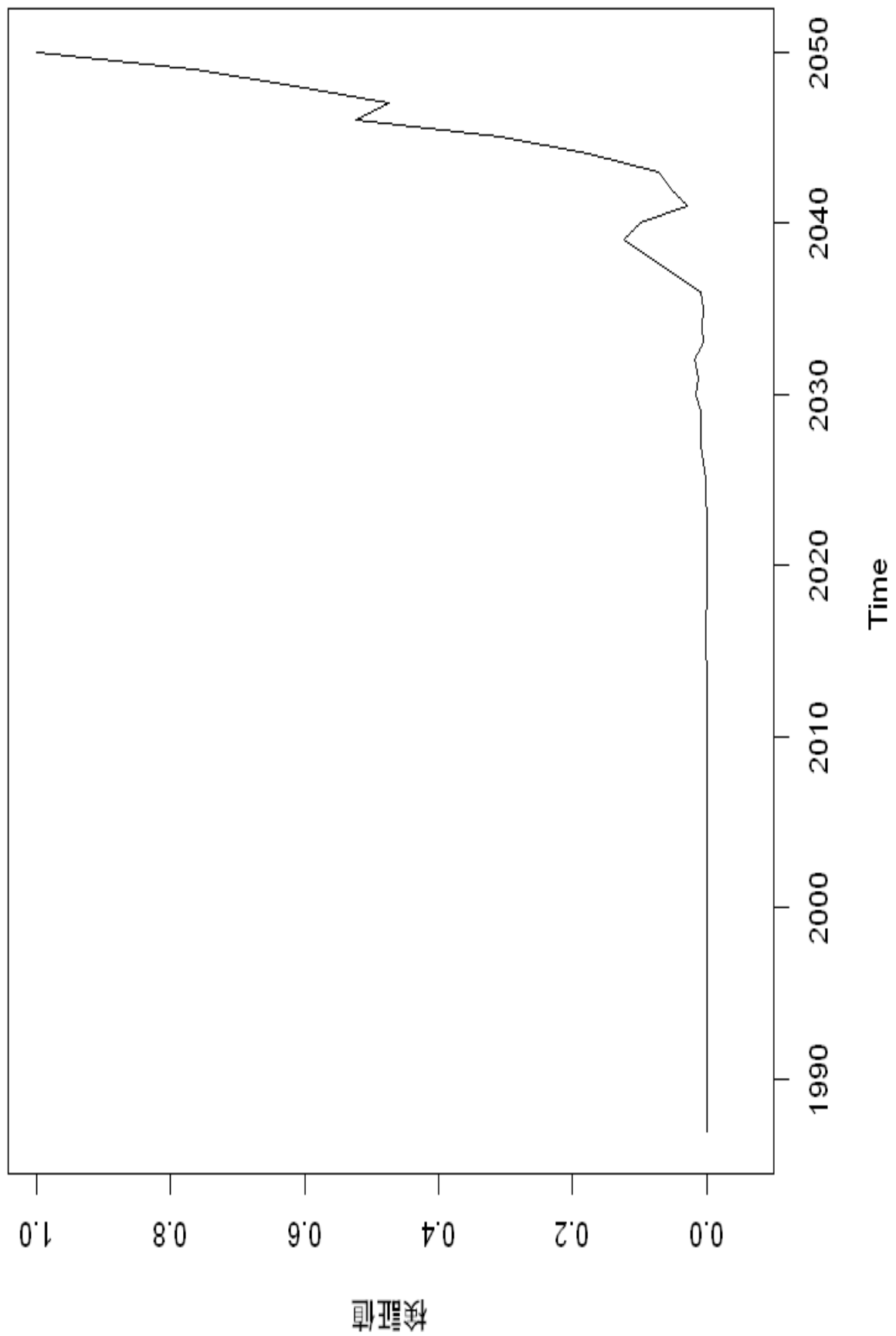
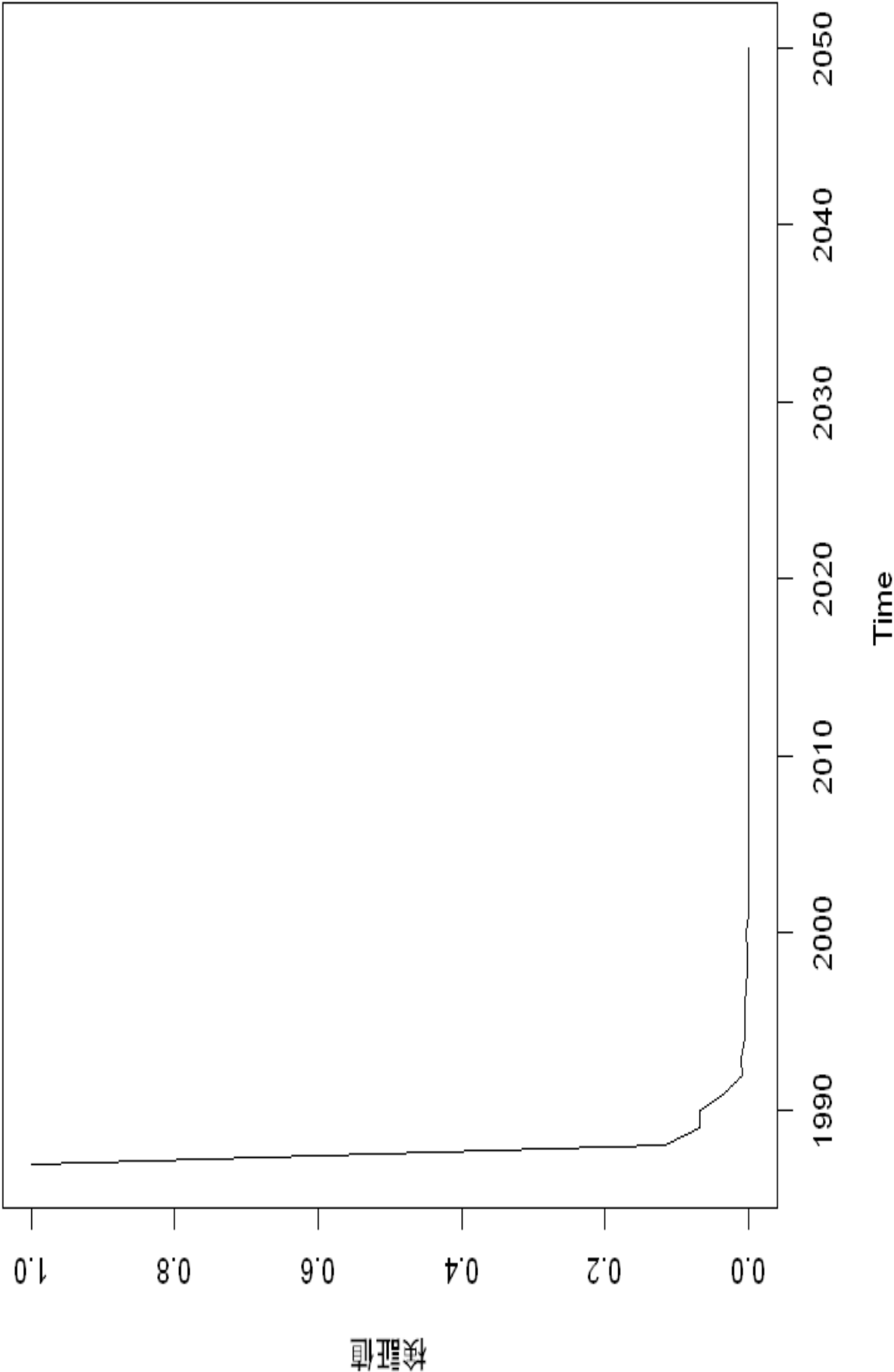


Fig. 6: LSTM による精度評価

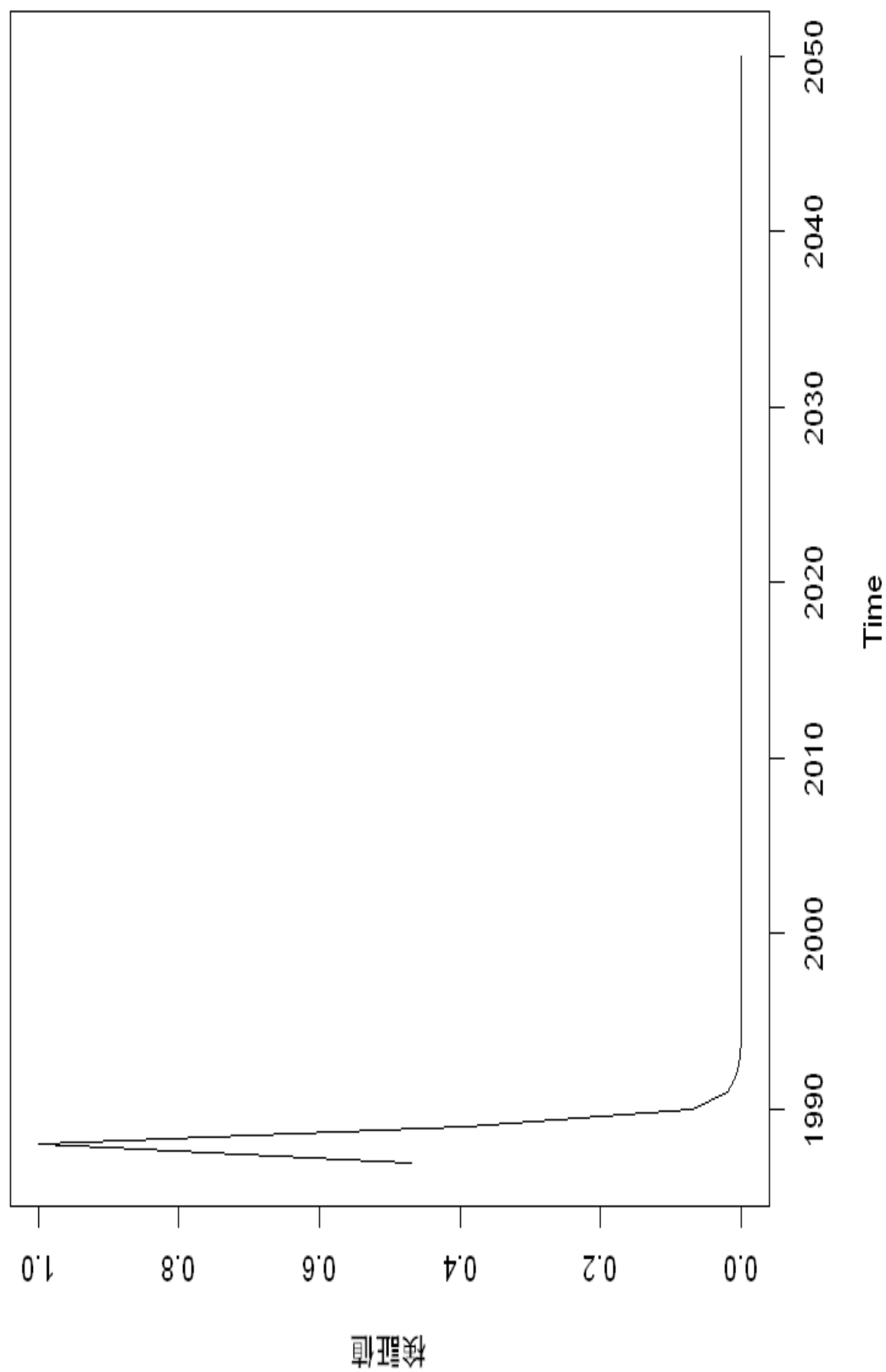
$y_{it,2}$ (温室効果ガス排出量)



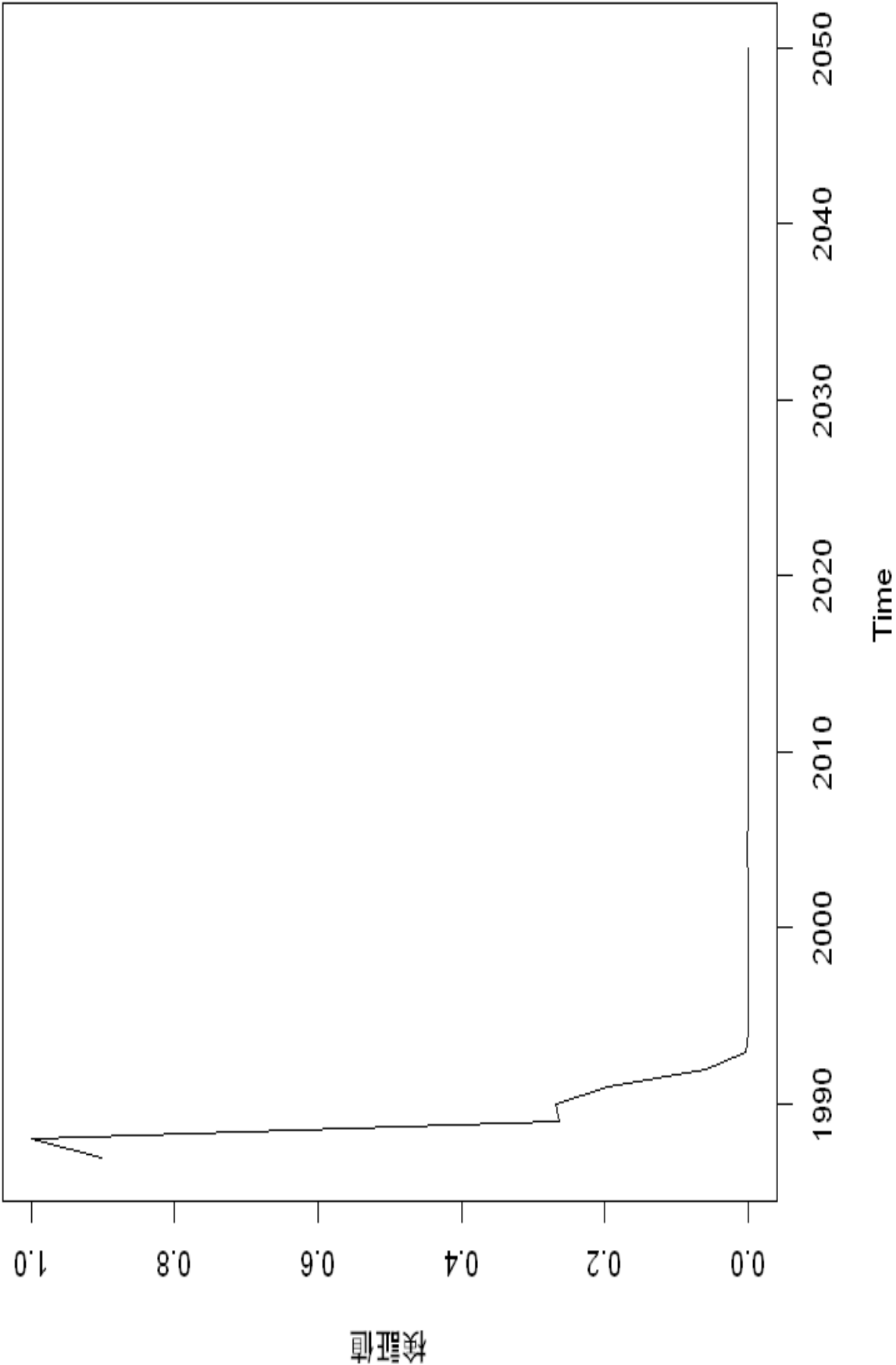
$y_{it,5}$ (実質 GDP)



$y_{it,8}$ (年間平均完全失業率)

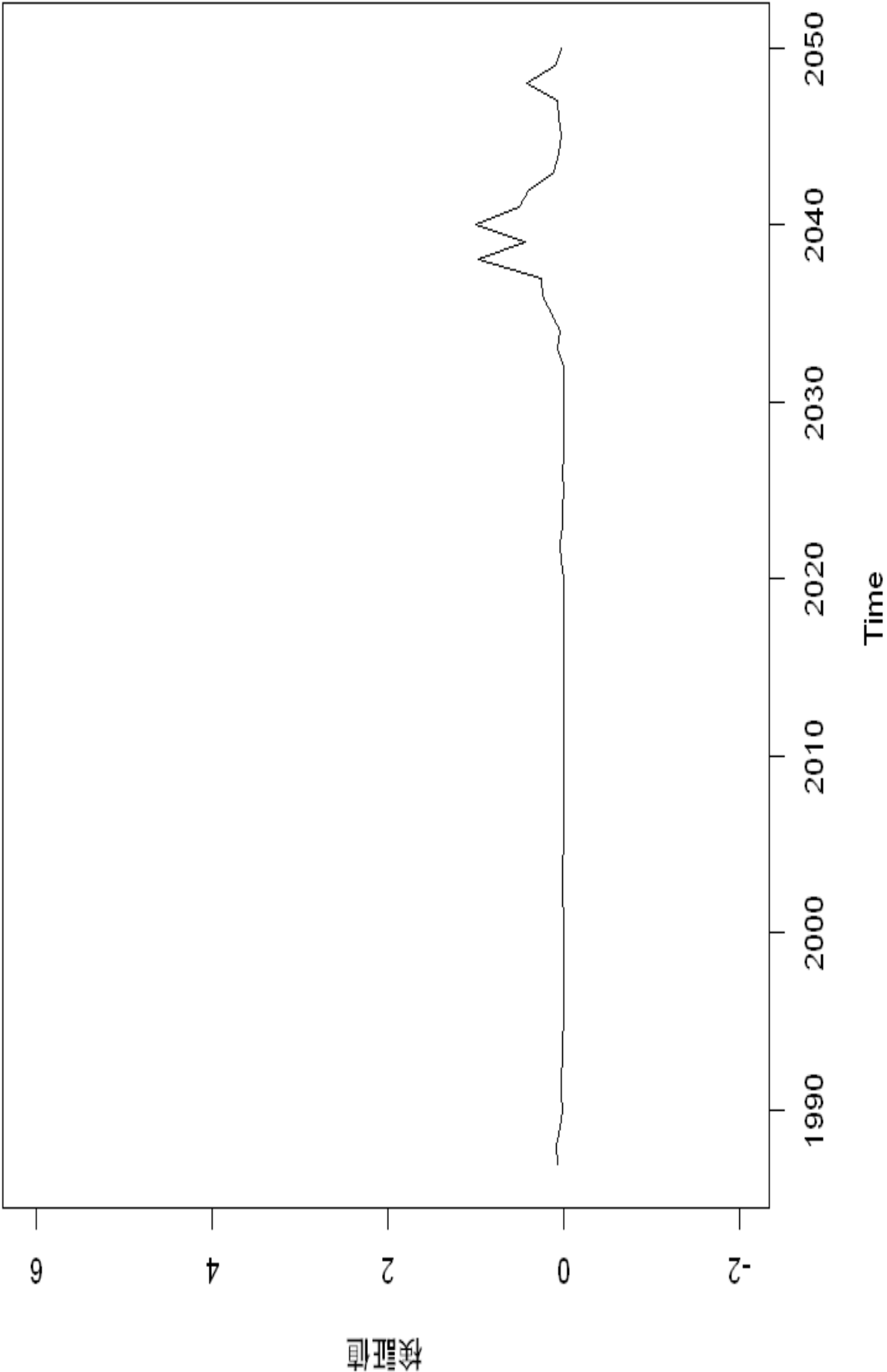


$y_{it,7}$ (年間平均消費者物価指数)

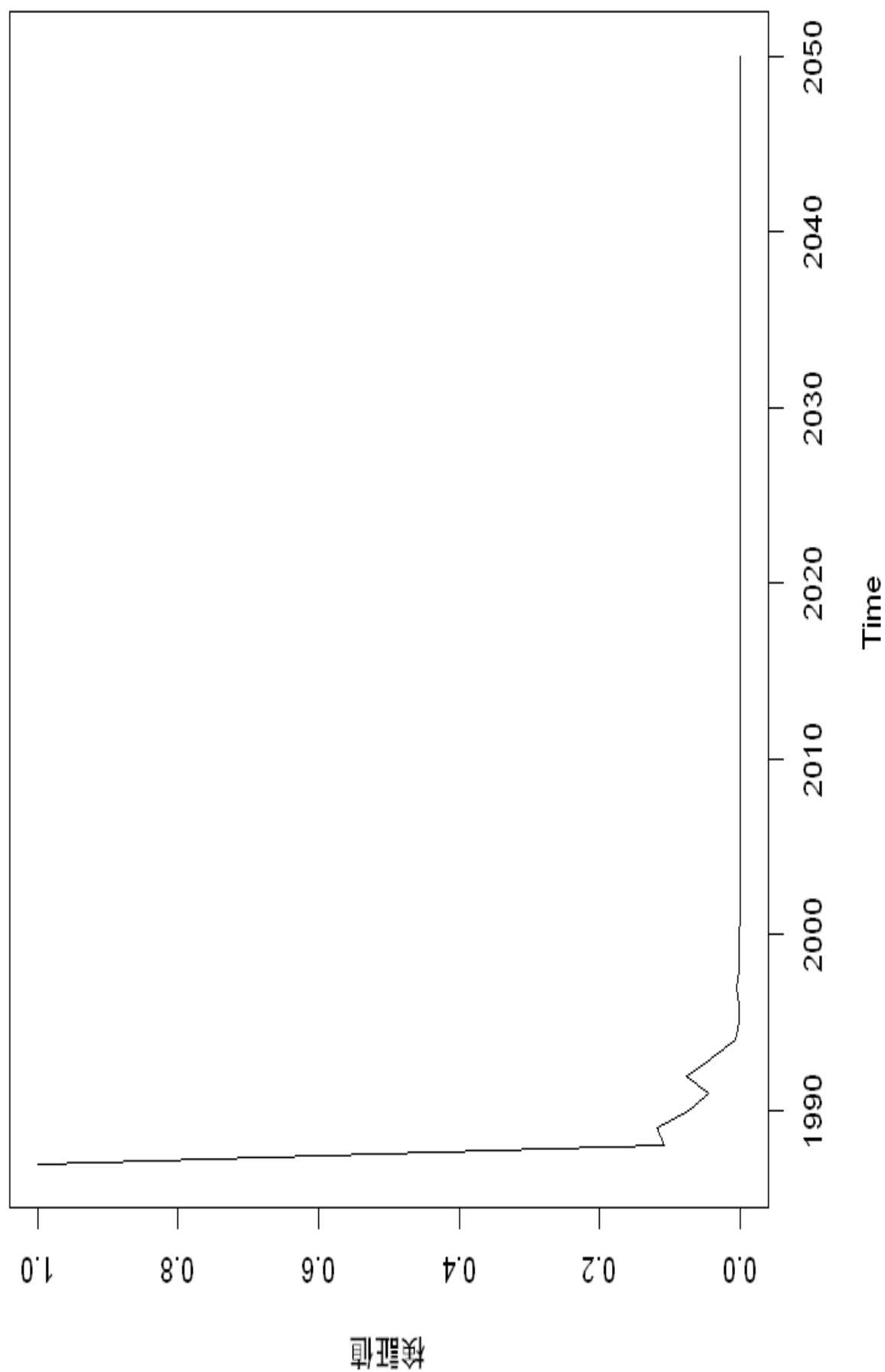




$y_{it,9}$ (日経平均株価)



$y_{it,10}$ (自民党の衆院議席獲得率)



## A-3. 分析手法概説

本稿は、非線形パネル VAR-SPDE-LSTM モデル (精度評価付き)を開発した。

これと併せ、前提となる前処理・実証分析について詳細説明していく。

### A-3.1. 誤差項調整

本稿の研究開発においては、各確率変数間に多重共線性を指摘し得る組み合わせを克服するとともに、より高精度な統計的因果推定及び確率過程の予測を行う為、誤差項調整を施した。

その具体的な内容を説明する。

#### A-3.1.1. 対数差分系列

対数差分系列とは、各時系列データに差分を取って計算コストを削減し、分散不均一構造に対する誤差を減少するとともに、非定常過程に対数を取って定常過程と扱うことを目的とする前処理である。

例えば、ある時系列データ  $Y$  が定常過程かも分散不均一構造を伴うかも不明な際でさえ、この対数差分を取ることで、線形相関を求めることができる。具体的には、この  $Y$  を次の通りに変換する。

$$\ln\left(\frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}\right)$$

尚、この変換は、一次のテイラー展開近似によって成立する。例えば、前述の  $Y$  の場合、次の関係式となる。

$$\begin{aligned}\ln Y_t - \ln Y_{t-1} &= \ln\left(\frac{Y_t}{Y_{t-1}}\right) \\ &= \ln\left(1 + \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}\right) \\ &\approx \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}\end{aligned}$$

#### A-3.1.2. プロビット写像

一方、質的変数については、その要約統計量に鑑み、正規分布に従うと判断し、対数差分系列と併せてプロビット写像を施した。

プロビット写像とは、正規分布に従う二値データ(例えば、 $x$ )を次の関係式において非線形性を伴う変数変換を行う前処理である。

$$x \rightarrow \int_{-\infty}^{x'} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

## A-3.2. 実証分析

実証分析とは、統計値に基づき、仮説の真偽を検証する手法であり、主に統計的有意差検定を用いる。

本稿は、誤差項調整済みの各確率ベクトルにつき、その性質を解明することを目的として行った。

### A-3.2.1. 無相関検定

無相関検定とは、相関係数の統計的有意性検定であり、「母相関係数が 0 である」を帰無仮説とする。

「母相関係数が 0」ということは 2 つの確率変数が独立しており、無相関と判定することができる。

その結果、 $p$  値が統計的有意水準を下回れば、帰無仮説が棄却され、無相関では無かろうと推定する。

例えば、二つの確率変数に無相関検定を行う場合、一般式は次の通りである。

$$t_0 = \frac{|r|\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}},$$

$t_0$ : 検定統計量,

$r$ : 相関係数,

$n$ : 標本数 ||

### A-3.2.2. 単位根検定(ADF 検定)

単位根検定は、パネル VAR モデルを含め、自己回帰モデルを用いて時系列変数が定常か否かを判別することを目的とする統計的仮説検定であり、その代表例こそが、ADF(Augmented Dickey-Fuller)検定である。

ADF 検定は、次の AR 過程( $p$ )を対象に統計的有意差検定を行う。

$$\begin{aligned}y_t &= \sum_{k=1}^p \varphi_k y_{t-k} + \varepsilon_t, \\ \varepsilon_t &\sim \text{iid}(0, \sigma^2)\end{aligned}$$

この際、次式において、 $|p| < 1 \Rightarrow$  AR 過程( $p$ )は定常状態である。

$$\begin{cases} p = \sum_{k=1}^p \varphi_k \\ \zeta_k = -\sum_{i=1}^p \varphi_i \end{cases}$$
$$\begin{aligned}\therefore y_t &= p y_{t-1} + \zeta_1 \Delta y_{t-1} \\ &\quad + \zeta_2 \Delta y_{t-2} \cdots\end{aligned}$$

$$+ \zeta_{p-1} \Delta y_{t-p+1} \\ + \varepsilon_t$$

### A-3.2.3. 共和分検定

共和分検定とは、対象の時系列データに共和分があるか否かを実証分析することを目的とする統計的有意差検定である。

二つの単位根過程  $x_t$ ,  $y_t$  の線形和  $x_t + \beta y_t = z_t$  が定常過程に従うとき、この二つは共和分の関係を持つ。

また、線形和  $x_t + \beta y_t = z_t$  が定常過程に従うようなが存在するとき、二つは共和分の関係にあるという。

$$x_t = \omega_{t-1} + \varepsilon_t, \\ y_t = -\frac{1}{\beta} \omega_{t-1} + \zeta_t$$

但し、 $\omega_t$  は単位根過程に従い、 $\varepsilon_t \sim \text{iid}(0,1)$  かつ  $\zeta_t \sim \text{iid}(0,1)$  に従う。

このとき、単位根過程の線形和は次式にて記述することができる。

$$x_t = \beta y_t = \varepsilon_t + \beta \zeta_t$$

上記の式変形を見ると、単位根過程の線形和  $x_t + \beta y_t = z_t$  が右辺における二つの攪乱項の和によって表されていることが分かります。二つの攪乱項の和は定常過程に従う。

故に、二つの単位根過程  $x_t + \beta y_t = z_t$  が定常過程に従っていると検定することができる。

### A-3.2.4. 偏グレンジャー因果性検定

グレンジャー因果性検定とは、ある二つの時系列データが与えられたとき、その時系列間にグレンジャー因果性があるか否かを判定する統計的有意差検定である。

尚、グレンジャー因果は本当の因果関係ではなく、あくまで片方のデータ列からもう片方のデータ列を推定できる関係である。

このグレンジャー因果性検定から第三者の影響を除外した手法を偏グレンジャー因果性検定という。

具体的には、次の 2 変量 VAR(2) モデルを OLS で推定し、その残差平方和を  $SSR_1$  とする。

$$y_{1,t} = c_1 \\ + \varphi_{11}^{(1)} y_{1,t-1}$$

$$+ \varphi_{12}^{(1)} y_{2,t-1} \\ + \varphi_{11}^{(2)} y_{1,t-2} \\ + \varphi_{12}^{(2)} y_{2,t-2} \\ + \varepsilon_{1,t}$$

次に、 $y_{2,t}$  がなく、グレンジャー因果性を与え得る時系列を伴わない AR モデルを次式にて記述し、を OLS で推定し、その残差平方和を  $SSR_0$  とする。

$$y_{1,t} = c_1 \\ + \varphi_{11}^{(1)} y_{1,t-1} \\ + \varphi_{11}^{(2)} y_{1,t-2} \\ + \varepsilon_{1,t}$$

この時  $F$  統計量は、次式にて定義され、 $2F$  は漸近的に  $X^2(2)$  に従うことが知られている。従って  $2F$  の値を  $X^2(2)$  の 95% 点を比較して  $2F$  の方が大きければ、 $y_{2,t}$  から  $y_{1,t}$  へのグレンジャー因果性が存在しないという帰無仮説を棄却し、 $y_{2,t}$  は  $y_{1,t}$  の将来を予測するのに有用であると結論することになる。

$$F = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/2}{SSR_1/(T-5)},$$

T: 標本数

本稿の開発においては、第三者の影響を除外する為、すべての二変量の組み合わせを抽出し、グレンジャー因果性検定を行うことで、偏グレンジャー因果性検定とした。

### A-3.3. 精度評価付き VAR-SPDE-LSTM モデル

本稿は、前述の誤差項調整済みの非線形確率ベクトルにおいて、パネル VAR モデル及び幾何ブラウン運動によるシミュレーションに加えて LSTM による精度評価を行う手法を開発した。

### A-3.3.1. パネル VAR モデル

パネルデータについて VAR モデルを形成し、動的直接相関係数及びその標準偏差を求める手法である。  
そのモデル式は、次のとおりである。

$$Y_{it} = \beta'_t X_{it} + \varepsilon_{it}$$

このとき、動的直接相関係数は $\beta'_t$ 、標準偏差は $\varepsilon_{it}$ となる。

したがって、標準偏回帰係数は、次式にて定義することができる。

$$\left( \frac{\partial Y_{it}}{\partial X_{it}} \right) / \varepsilon_{it} = \frac{\beta'_t}{\varepsilon_{it}}$$

### A-3.3.2. 幾何ブラウン運動と確率偏微分方程式

幾何ブラウン運動とは、対数変動が平均  $\mu$ 、分散  $\sigma$  のブラウン運動に従う連続時間の確率過程であり、次式にて定義される。

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dB_t,$$

$dS_t$ : 増分,

$dB_t$ : ブラウン運動,

$\mu$ : ドリフト項,

$\sigma$ : ボラティリティ ||

本稿は、上記の標準偏回帰係数を基に、平均  $\mu$ 、分散  $\sigma$  を初期条件に設定し、2050 年までの確率過程をシミュレートした。その結果を横結合し、次の確率偏微分方程式を形成した。

$$dY'_{it,1,t} = \sum_{k \neq 1}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,2,t} = \sum_{k \neq 2}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,3,t} = \sum_{k \neq 3}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,4,t} = \sum_{k \neq 4}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,5,t} = \sum_{k \neq 5}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,6,t} = \sum_{k \neq 6}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,7,t} = \sum_{k \neq 7}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,8,t} = \sum_{k \neq 8}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,9,t} = \sum_{k \neq 9}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,10,t} = \sum_{k \neq 10}^n dY'_{it,t,k},$$

$$dY'_{it,11,t} = \sum_{k \neq 11}^n dY'_{it,t,k}$$

$$\therefore dY''_{it,t} := \sum_{i=1}^{11} dY'_{it,t,i}$$

$$= dY'_{it,1,t} + dY'_{it,2,t}$$

$$+ dY'_{it,3,t}$$

$$+ dY'_{it,4,t}$$

$$+ dY'_{it,5,t}$$

$$+ dY'_{it,6,t}$$

$$+ dY'_{it,7,t}$$

$$+ dY'_{it,8,t}$$

$$+ dY'_{it,9,t}$$

$$+ dY'_{it,10,t}$$

$$+ dY'_{it,11,t}$$

### A-3.3.3. LSTM による精度評価

LSTM は、機械学習(Deep Learning)の一種であり、特に時系列データについて行われ、交差検証法を伴う性質を有する。

これに鑑み、本稿は、前述の幾何ブラウン運動に対し、精度評価を行うことを目的とし、その確率過程を基に、LSTM を行った。

尚、LSTM の伝播式は、次頁の通りである。

$$c_{t,j} = \sigma\{(W_{in}x_t)_j + (R_{in}z_{t-1})_j\}f\{(W_c x_t)_j + (R_c z_{t-1})_j\} \\ + \sigma\{(W_{for} x_t)_j + (R_{for} z_{t-1})_j\}c_{t-1,j},$$

$$z_{t,j} = \sigma\{(W_{out} x_t)_j + (R_{out} z_{t-1})_j\}f(c_{t,j}),$$

$W_c \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |input|}$ : 前の層からメモリユニットへの結合の重み,

$W_{in} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |input|}$ : 前の層から入力ゲートへの結合の重み,

$W_{for} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |input|}$ : 前の層から忘却ゲートへの結合の重み,

$W_{out} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |input|}$ : 前の層から出力ゲートへの結合の重み,

$R_c \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |hidden|}$ : 1 時刻前の中間層の出力から現時刻のメモリユニットへの結合の重み,

$R_{in} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |hidden|}$ : 1 時刻前の中間層の出力から現時刻の入力ゲートへの結合の重み,

$R_{for} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |hidden|}$ : 1 時刻前の中間層の出力から現時刻の忘却ゲートへの結合の重み,

$R_{out} \in \mathbb{R}^{|hidden| \times |hidden|}$ : 1 時刻前の中間層の出力から現時刻の出力ゲートへの結合の重み ||