Semaine 5 - Fonctions vectorielles

PSI

Contents

1 Démonstration du théorème des Accroissements finis. f continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$ Montrons que

$$\exists c \in]a,b[, f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)$$

Posons $\varphi : x \longmapsto f(x) - f(a) - k(x-a)$

On choisit k tel que $\varphi(b) = 0$: $\varphi(b) = 0 \implies f(b) - f(a) = k(b-a)$

$$\implies \quad k = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

Par hypothèse sur f, φ est continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$

$\varphi(b) = 0$ et $\varphi(a) = 0$ $\varphi(a) = \varphi(b)$ D'après le théorème de Rolle $\exists c \in]a,b[, \quad \varphi'(c) = 0$

Or $\forall x \in]a,b[, \quad \varphi'(x) = f'(x) - k$ Donc $\quad k = f'(c)$

Donc $\boxed{\exists c \in]a,b[, \quad f(b)-f(a) = f'(c)(b-a)}$