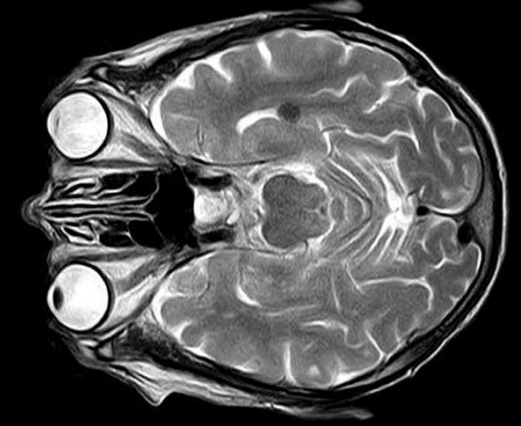

Math for AI

Johdatus tekoälyn matematiikkaan

Väitöskirjatutkija Mikko Saukkoriipi
Aalto Yliopisto: Digital Health, Wellbeing and Resilience Research Group

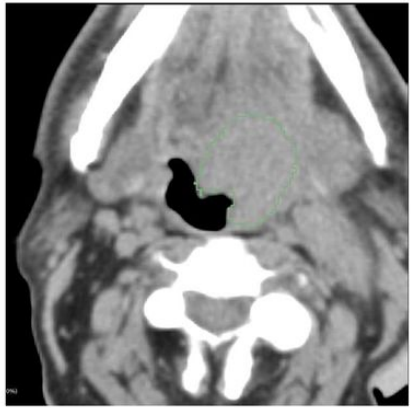
Luennon sisältö

1. Esittely
2. Mitä on tekoäly?
3. Kuinka tekoäly koulutetaan?
4. Miksi tekoäly täytyy kouluttaa?
5. Yhteenveto

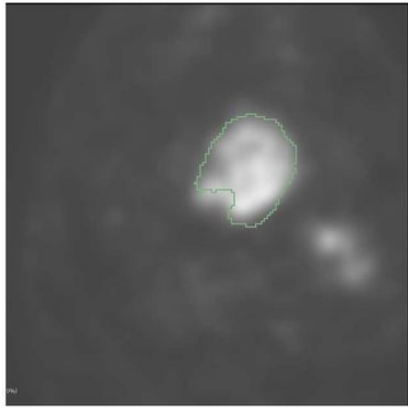


Esittely

Oma tutkimusalueeni



CT



PET

AI Syöväntunnistus



AI Mammografia

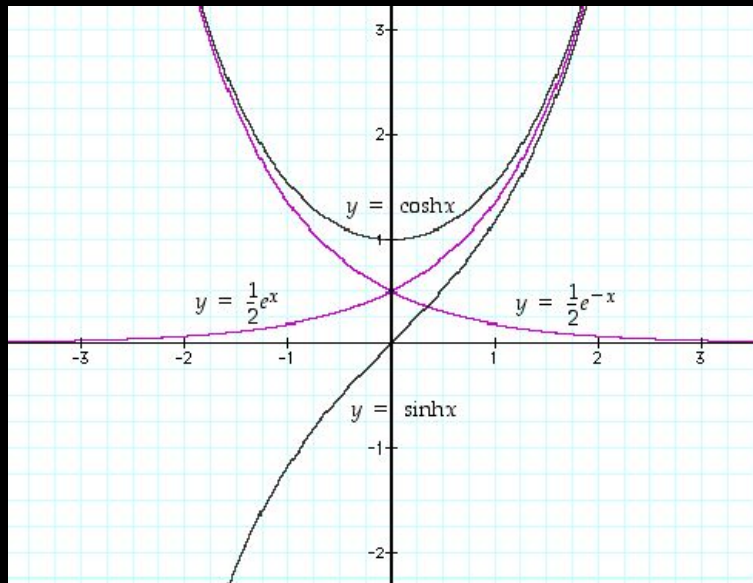
Potilas: Jane Doe, 52-vuotias nainen, potilasnumero 123456. Tutkimus suoritettu 20. huhtikuuta 2025. Lähettävä lääkäri: Tohtori Emilia Smith. Potilas saapui rutiininomaiseen seulontamammografiaan. Hän ei raportoi rintaoireita, kuten kipua, kyhmyjä tai nännieritettä. Ei aiempaa rintasyövän historiaa. Perhehistoriassa äidin tati, jolla diagnosoitiin rintasyöpä 60-vuotiaana. Potilas on postmenopausaalinen, eikä ole viime aikoina käyttänyt hormonikorvaushoitoa. Ei aikaisempia rintaleikkauksia tai biopsioita. Suoritettiin molemminpuolinen digitaalinen mammografia kraniokaudalisilla (CC) ja mediolateraalilla vinoasentokuvilla (MLO). Vasemman rinnan osalta tehtiin lisäkuvia pistepuristusnäkyillä fokusaalisen asymmetrian arvioimiseksi. Rinnat ovat heterogeenisesti tiheät (BI-RADS-kategoria C), mikä saattaa peittää pieniä kasvaimia. Oikeassa rinnassa ei epäilyttäviä kasvaimia, kalkkeumia, arkkitehtonisia vääristymiä, ihon paksuuntumista tai nännin vetäytymistä. Vasemman rinnan yläulkokvadrantissa keskisyvyydellä MLO-näkyssä havaittiin 7 mm:n fokusaalinen asymmetria, joka jatkuu pistepuristusnäkyissä ilman kalkkeumia tai arkkitehtonisia vääristymiä. Ei ihon paksuuntumista tai nännin vetäytymistä. Verrattuna aikaisempaan mammografiaan (15. huhtikuuta 2023), vasemman rinnan fokusaalinen asymmetria on uusi. Muita merkittäviä muutoksia ei havaittu. Johtopäätös: Fokusaalinen asymmetria vasemmassa rinnassa, yläulkokvadrantissa, joka on uusi. Oikeassa rinnassa ei epäilyttäviä löydöksiä. BI-RADS-kategoria 0: Epätäydellinen - lisäkuvantaminen tarvitaan. Suositellaan kohdennettua ultraäänitutkimusta vasemman rinnan yläulkokvadranttiin. Harkitaan diagnostista mammografiaa lisänäkyillä, jos ultraäänilöydökset ovat epäselviä. Kliininen korrelaatio ja seuranta lähettävän lääkärin kanssa suositeltavaa. Radiologi: Tohtori Mikael Brown, LT, sertifioitu radiologi. Päiväys: 20. huhtikuuta 2025.

AI tiedonhaku

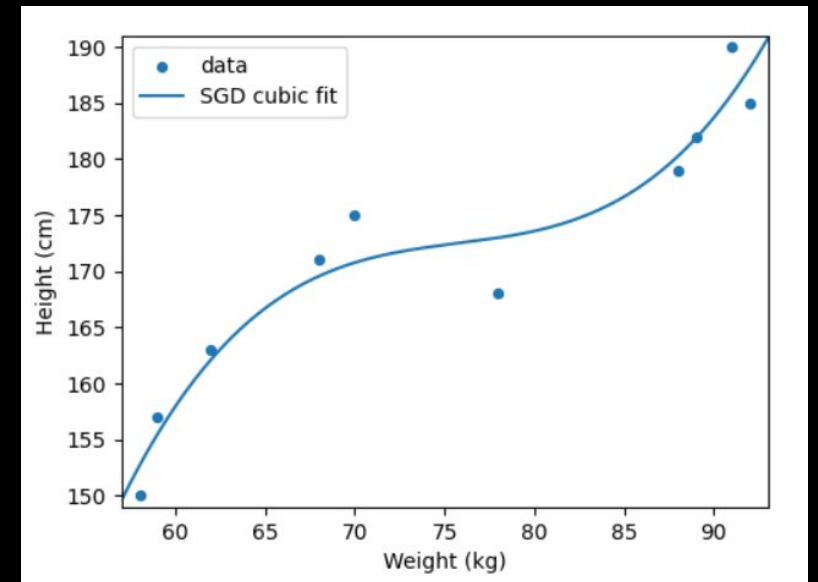
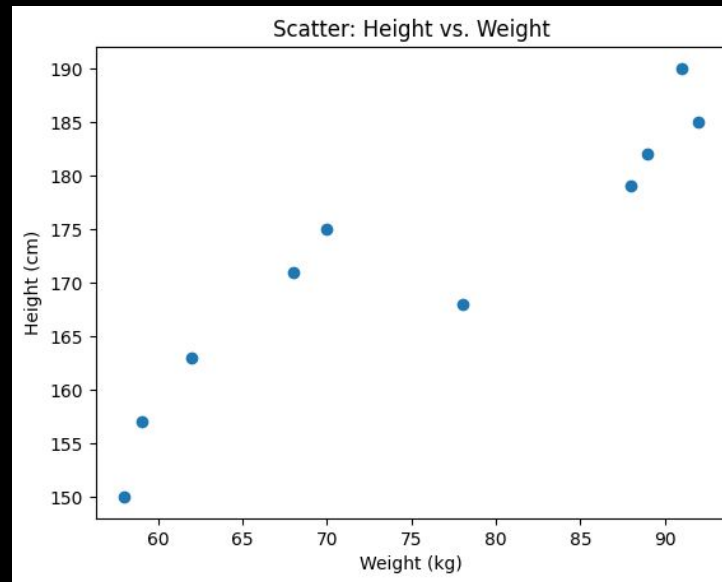
A!

Mitä on tekoäly?

Tekoäly on approksimaatiofunktio



$$y = f(x)$$



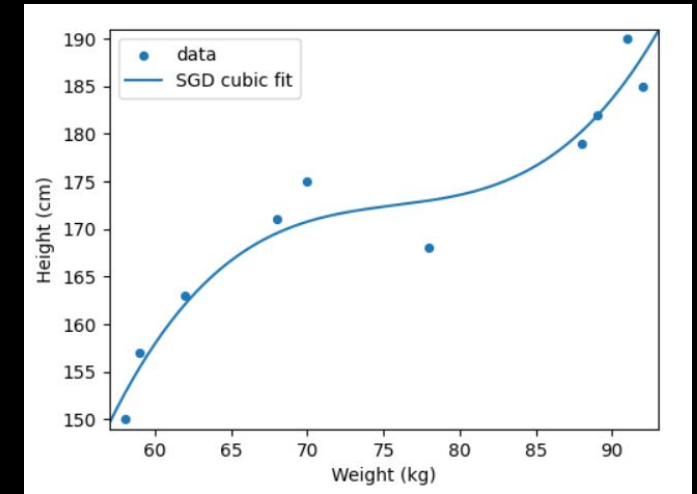
$$y \approx \hat{f}(x)$$

ChatGPT on “vain” 175B ulotteinen approksiimaatiofunktio

A!

Tekoäly on approksimaatiofunktio $y \approx f(x)$

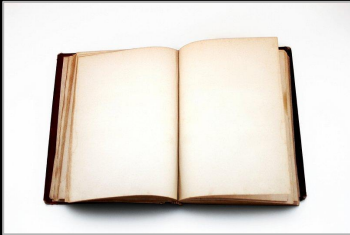
- Tavoitteena on selvittää tuntematon funktio f
- Koulutusaineisto koostuu (x, y) -pareista
 - Otoksia f :n kuvaamasta ilmiöstä
- Koulutus tarkoittaa funktion f parametrien säätämistä niin, että se approksimoi alkuperäistä funktiota f mahdollisimman hyvin
 - Minimoi $L(f(x), f(x))$
- $f(x)$ on tuntematon, jonka vuoksi $f(x)$ optimoidaan koulutusaineiston (x, y) parien avulla



$$y \approx f(x)$$

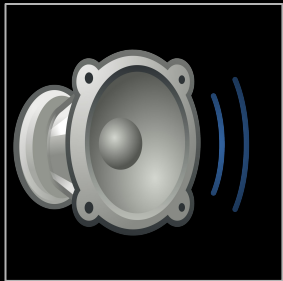
Millaisia tekoälymalleja on olemassa

Tekstimallit



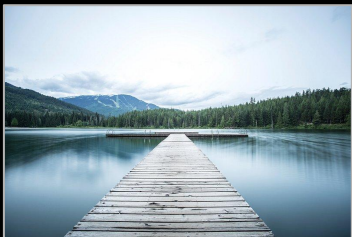
- Kielen kääntäjät
- Tekstin tiivistäminen
- Tiedon etsintä
- Chat-mallit

Äänimallit



- Ääni tekstiksi
- Teksti ääneksi
- Muunna ääni toiseksi

Konenäkömallit



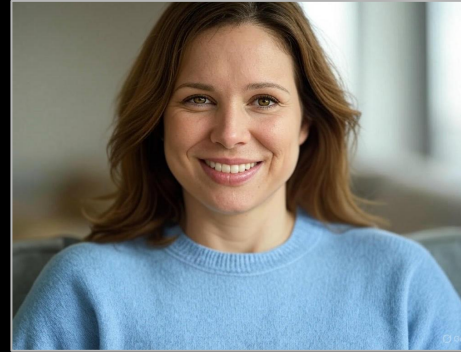
- Mitä on kuvassa?
- Missä nämä ovat kuvassa?
- Teksti kuvaksi generointi

A!

Mitä on tekoäly?

Text-to-Image

$f(\text{Tee kuva ystävällisistä kasvoista})$



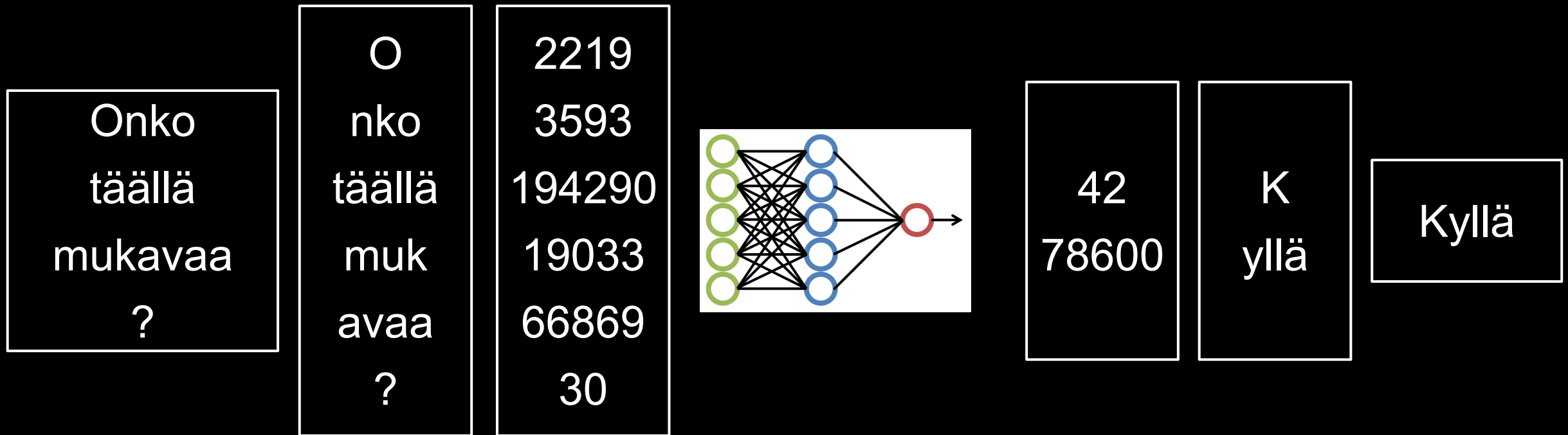
Text-to-Speech

$f(\text{Hei, nimeni on Elisa. Kuinka voin auttaa sinua tänään?})$



A!

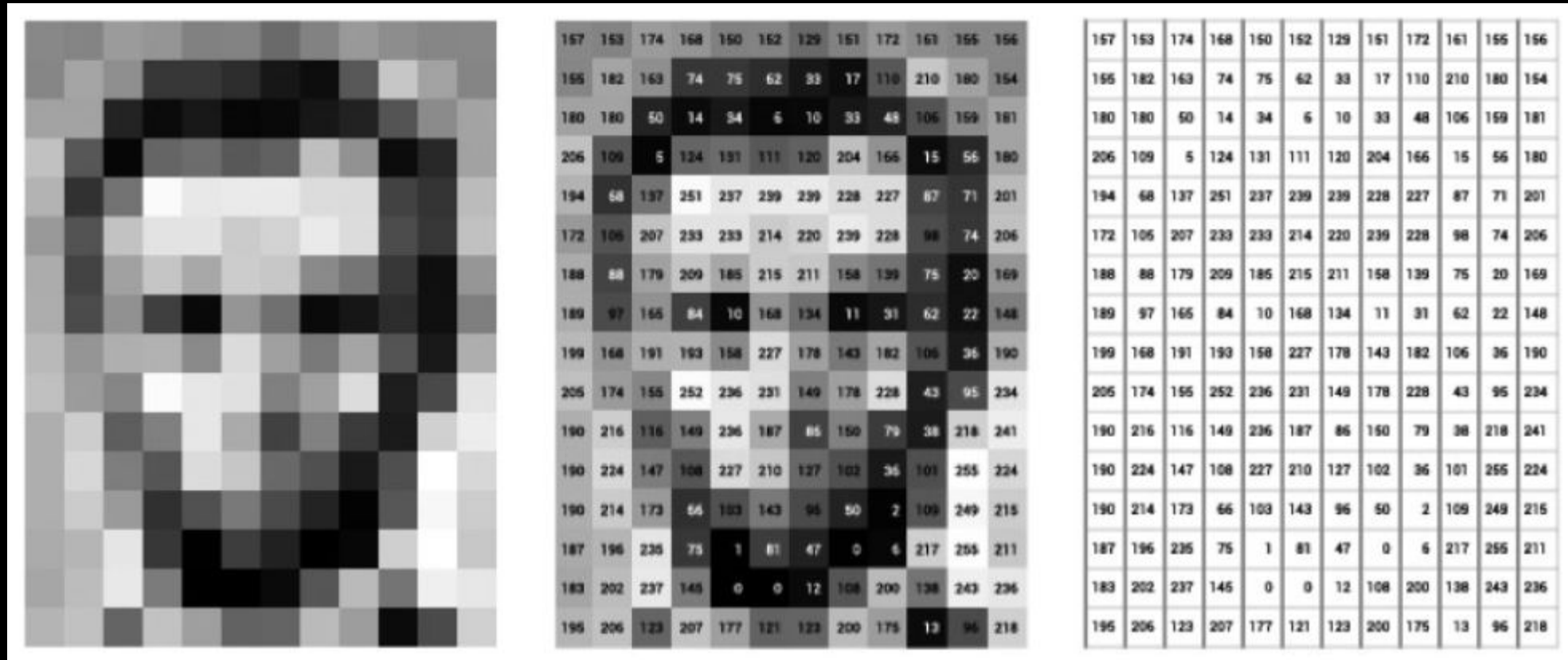
Kuinka tekoäly toimii?



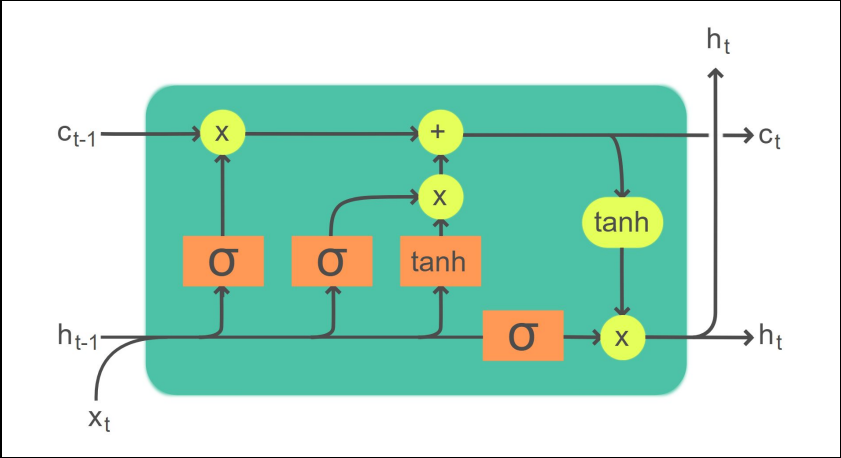
A!

Lähde: platform.openai.com/tokenizer

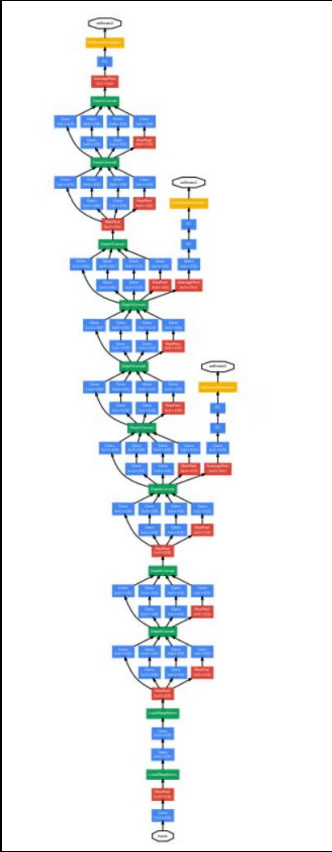
Kuinka tekoäly toimii?



Kuinka tekoäly toimii?



LSTM



GoogleNet

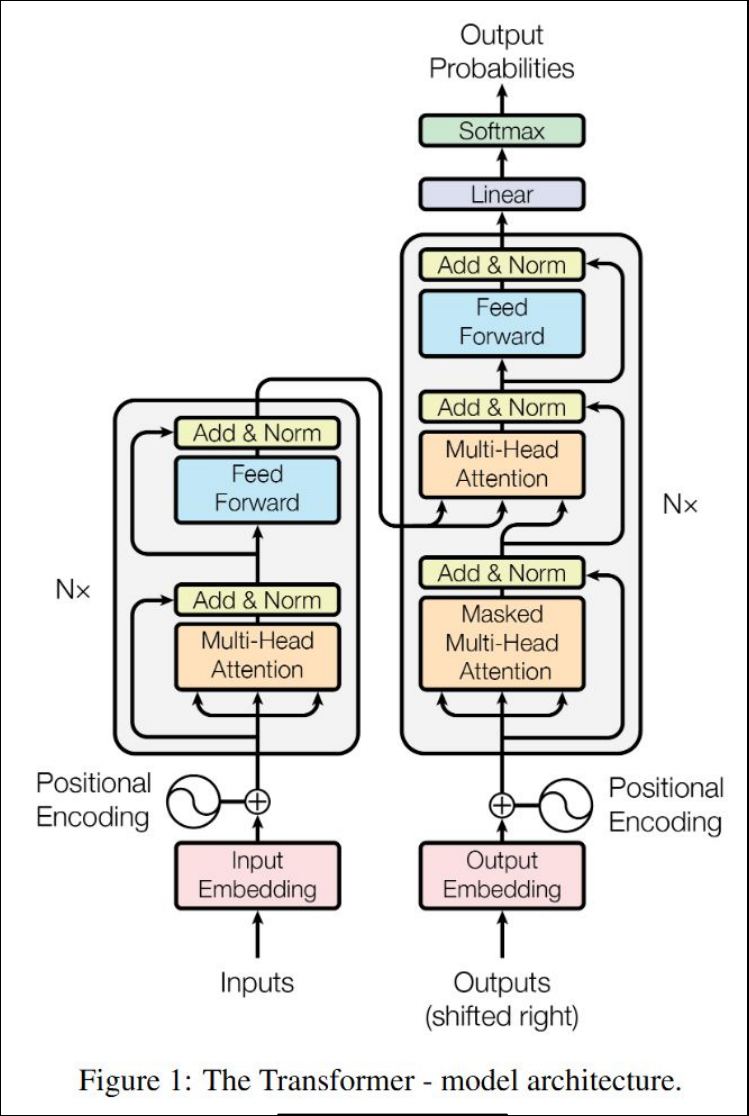
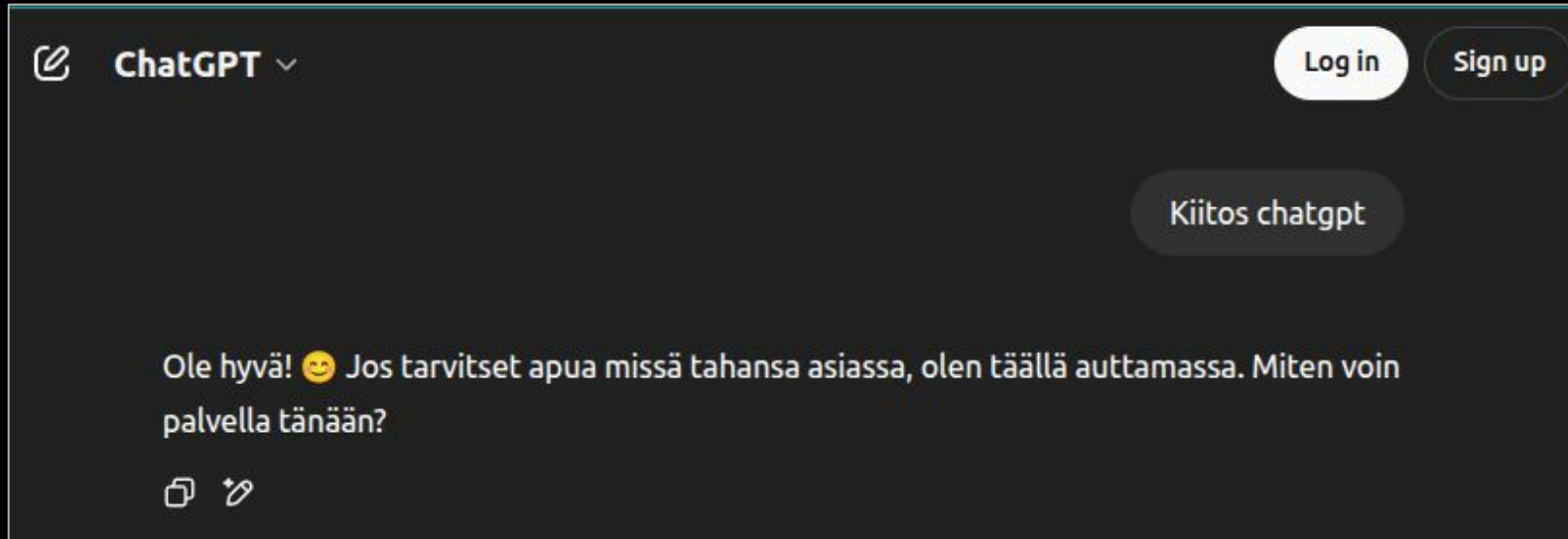


Figure 1: The Transformer - model architecture.

Transformer

A!

Kuinka tekoäly toimii?



Moderni tekoälymalli vaatii miljardeja tai jopa biljardeja laskutoimituksia.

A!

Uutisen lähde:

<https://people.com/open-ai-ceo-claims-saying-please-thank-you-to-chatgpt-costs-millions-of-dollars-in-electricity-bills-11721523>

OpenAI CEO Claims Saying 'Please' and 'Thank You' to ChatGPT Costs 'Tens of Millions of Dollars' — Here's Why

Sam Altman made the claim while responding to a question about AI-generated electricity bills on X

By [Toria Sheffield](#) | Published on April 26, 2025 07:00AM EDT

1 COMMENT



OpenAI logo displayed with a cellphone screen with ChatGPT (stock image).
Credit : Jakub Porzycki/NurPhoto via Getty

- Sam Altman — the CEO of OpenAI, the company that owns ChatGPT — claimed that using "please" and "thank you" in ChatGPT queries costs "millions of dollars" in electric bills
- Altman's response is in reference to the fact that queries on generative AI platforms use massive amounts of electricity, and additional words require additional computation
- A single query in ChatGPT uses enough energy to power a lightbulb for "about 20 minutes," a researcher told NPR

Kuinka tekoäly koulutetaan?

Tekoälyn koulutus (Gradient Descent)

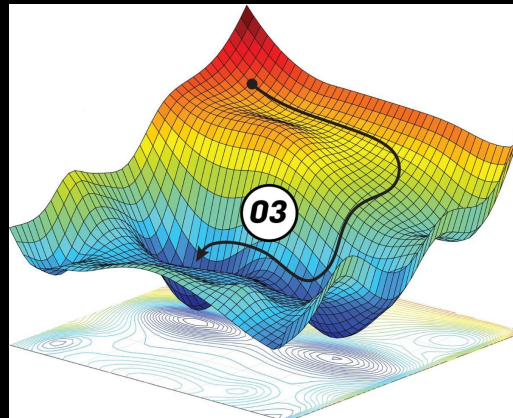
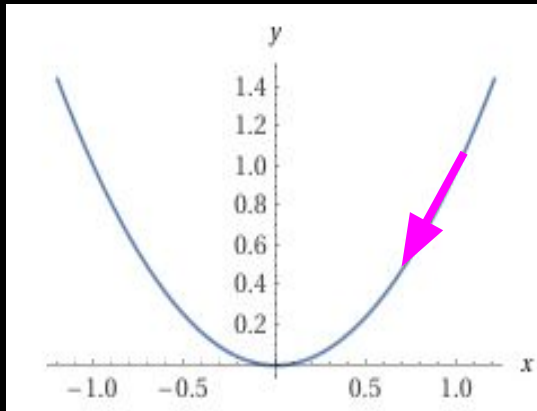
Gradient Descent – Perusidea

- Loss function $L(\theta)$: mittaa mallin ennusteiden ja todellisten arvojen eron
- Tavoite: minimoida $L(\theta)$ säätämällä mallin parametreja

Gradientin rooli

- Gradientti = osittaisderivaattojen vektori
- Kertoo suunnan, jossa häviö kasvaa nopeimmin
 - Vastakkainen suunta pienentää loss arvoa

A!



1. Häviöfunktio

$$L(\theta) = \mathcal{L}(y, \hat{y})$$

missä $\hat{y} = f_{\theta}(x)$ on mallin ennuste.

2. Gradientin laskeminen (ketjusääntö)

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = \frac{\partial L}{\partial \hat{y}} \cdot \frac{\partial \hat{y}}{\partial \theta}$$

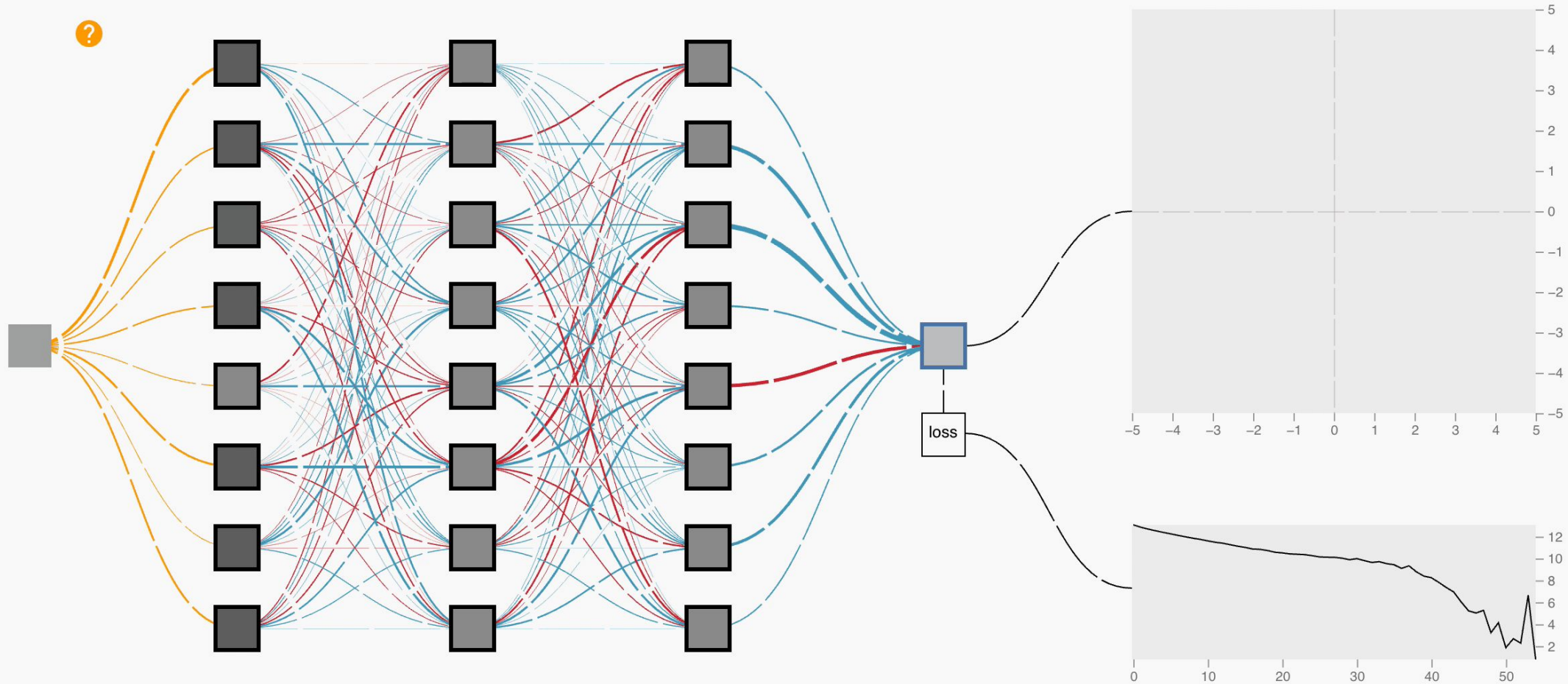
3. Yleinen syväverkko (useita kerroksia)

Jos

$$\hat{y} = f_{\theta}(x) = f^{(n)}(f^{(n-1)}(\dots f^{(1)}(x)))$$

niin gradientti lasketaan ketjusäännön avulla:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta^{(k)}} = \frac{\partial L}{\partial f^{(n)}} \cdot \frac{\partial f^{(n)}}{\partial f^{(n-1)}} \cdot \dots \cdot \frac{\partial f^{(k)}}{\partial \theta^{(k)}}$$



A!

◆ Training Example Setup

- True mapping: $f_{\text{gt}}(x) = 2x^2$
- Ground truth at $x = 2$: $f_{\text{gt}}(2) = 8$
- Model: $\hat{y} = f(x) = wx^2$
- Loss function:

$$L(w) = (y - \hat{y})^2$$

- Initial parameter: $w_0 = 1.0$
- Learning rate: $\eta = 0.05$
- Training point: $(x, y) = (2, 8)$

◆ Derivatives

1. Prediction function:

$$\hat{y} = wx^2$$

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial w} = x^2$$

2. Loss function:

$$L(w) = (y - \hat{y})^2$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{y}} = -2(y - \hat{y})$$

3. Combine with chain rule:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -2(y - \hat{y}) \cdot x^2$$

◆ Step 0

- Prediction: $\hat{y} = 1 \cdot 2^2 = 4$
- Gradient:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -2(8 - 4)(4) = -32$$

- Update:

$$w_1 = 1 - 0.05(-32) = 2.6$$

◆ Step 1

- Prediction: $\hat{y} = 2.6 \cdot 4 = 10.4$
- Gradient:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -2(8 - 10.4)(4) = 19.2$$

- Update:

$$w_2 = 2.6 - 0.05(19.2) = 1.64$$

◆ Step 2

- Prediction: $\hat{y} = 1.64 \cdot 4 = 6.56$
- Gradient:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -2(8 - 6.56)(4) = -11.52$$

- Update:

$$w_3 = 1.64 - 0.05(-11.52) \approx 2.216$$

Python Demo

github.com/Saukkoriipi/math-for-ai

Miksi tekoäly täytyy kouluttaa?

Kissa vai koira?



Kissa

- Pystykorvat
- Tuuhea häntä
- Pörröinen karva
- Pieni kokoinen
- Valkoinen



Koira

- Luppakorvat
- Lyhyt karva
- Suuri kokoinen
- Ruskea

Kissa vai koira?

Kissa

- Pystykorvat
- Tuuhea häntä
- Pörröinen karva
- Pienikokoinen
- Valkoinen



Kissa



Koira

Koira

- Luppakorvat
- Lyhyt karva
- Suurikokoinen
- Ruskea



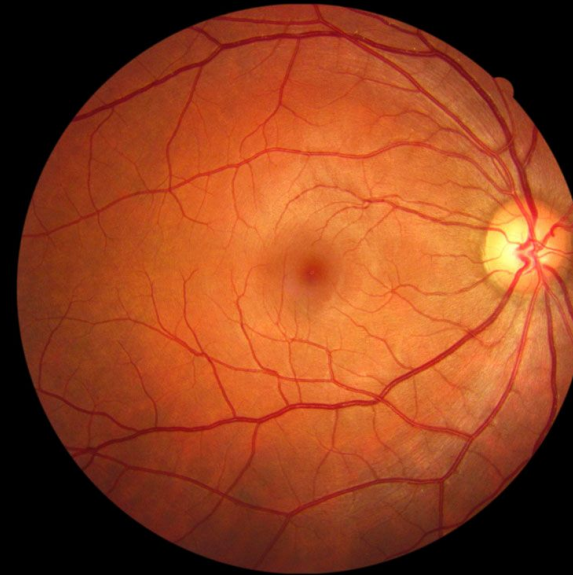
Kissa

A!

→ Sääntöpohjainen logiikka ei riitä

Miksi tekoäly täytyy kouluttaa?

- Sääntöpohjainen logiikka toimii ainoastaan yksinkertaisiin tehtäviin
- Tekoäly oppii suoraan koulutusaineistosta
 - Voidaan myös opettaa asioita, joiden sääntöjä ei pystytä määrittämään
 - Esim. Tekoäly tunnistaa silmänpohjasta: Sukupuoli, etnisyys, ikä, tupakointi jne.



A!

1. Kuvan lähde: en.wikipedia.org/wiki/Fundus_photography
2. Kuvan lähde: my.clevelandclinic.org/health/diagnostics/25046-retinal-imaging

A!

Kiitos
aalto.fi