南京审计大学

2018-2019 学年第 1 学期《概率论与数理统计》试卷

一、单项选择题（每题 2 分，共 20 分）

1.设 A 和 B 为随机事件，满足 $P(B \mid A) = 1$，则（ ）

A. $B = \Omega$　　B. $A \subset B$　　C. $P(B \mid \overline{A}) = 0$　　D. $P((A-B) \mid A) = 0$

2.若 10 台洗衣机中有 3 台二等品，现已售出 1 台，在余下的 9 台中任取 2 台发现均为一等品，则原先售出的 1 台为二等品的概率为（ ）

A. $\frac{3}{10}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{5}$　　D. $\frac{3}{8}$

3. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，且 $X \sim N(1,2), Y \sim N(1,4)$，则 $D(XY) =$（ ）

A. 6　　B. 8　　C. 14　　D.15

4. 设随机变量 X 和 Y 相互独立，均服从分布 $b(1,\frac{1}{2})$，则 $P(XY=1) =$（ ）

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. 1　　D. $\frac{1}{2}$

5. 设随机变量 X 的分布函数 $F(x) = 0.5\Phi_0(x) + 0.5\Phi_0(\frac{x-4}{2})$，则 $EX =$( )

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. $\frac{1}{2}$

6.设二维随机变量 (X,Y) 服从正态分布 $N(1,0;1,1;0)$，则 $P(XY - Y < 0) =$（ ）

A. 1　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. -1　　D. $\frac{1}{2}$

7.假设总体服从泊松分布，从总体中任取容量为 100 的样本，则样本均值的抽样分布为（ ）

A. 抽样分布无法判断　　B. 近似服从正态分布　　C.服从 χ^2 分布　　D. 服从泊松分布

8.设随机变量 X 和 Y 都服从标准正态分布，则 ( )

A. $X + Y$ 服从正态分布　　B. $X^2 + Y^2$ 服从 χ^2 分布

C. X^2 和 Y^2 都服从 χ^2 分布　　D. X^2 / Y^2 服从 F 分布

9. 对总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的均值 μ 作区间估计，得到置信度为 95%的置信区间，其含义是指这个区间（ ）

A.平均含总体 95%的值　　B. 平均含样本 95%的值

C. 有 95%的机会包含 μ 的值　　D. 有 95%的机会包含样本的值

10.设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 为来自总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本，$H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$，则（ ）

A.若在检验水平$\alpha = 0.05$下拒绝H_0，则在检验水平$\alpha = 0.01$下必拒绝H_0

B. 若在检验水平$\alpha = 0.05$下拒绝H_0，则在检验水平$\alpha = 0.01$下必接受H_0

C. 若在检验水平$\alpha = 0.05$下接受H_0，则在检验水平$\alpha = 0.01$下必拒绝H_0

D. 若在检验水平$\alpha = 0.05$下接受H_0，则在检验水平$\alpha = 0.01$下必接受H_0

二、计算题（每题 9 分，共 54 分）

1.设随机变量$X \sim U(0,2)$，求随机变量$Y = X^2$的概率密度函数。

2. 从 1,2,3 三个数字中一次任取两个数字，记第一个数为X，第二个数为Y，令$\xi = max(X,Y)$，$\eta = min(X,Y)$，求(ξ,η)的联合分布及其边缘分布。

3.设随机变量X,Y相互独立，且X的概率分布为$P(X=1)=P(X=-1)=\frac{1}{2}$，$Y$服从参数为$\lambda$的泊松分布，令$Z = XY$，求（1）$Cov(X,Z)$；（2）$Z$的概率分布。

4.某计算机系统由 100 个部件组成，运行期间每个部件是否损坏相互独立的，损坏的概率均为 0.1，若有 85 个以上的部件完好时，系统才能正常工作，求系统正常工作的概率。

5. 设总体X的概率密度为$f(x;\theta)=\begin{cases}\theta, & 0<x<1\\ 1-\theta, & 1\le x<2\\ 0, & 其他\end{cases}$，其中$0<\theta<1$未知，$X_1,X_2,\cdots,X_n$为来自总体$X$的简单随机样本，记$N$为样本值$x_1,x_2,\cdots,x_n$中小于 1 的个数，求$\theta$的最大似然估计$\theta$。

6.某企业一种产品的月产量服从平均值为 75，方差为 14 的正态分布。设备更新以后，为了考察产量是否提高，抽查了 6 个月产量，求得平均产量为 78,假定方差不变，问在显著性水平$\alpha = 0.05$下，设备更新后的月产量是否有显著提高？

三、应用题（每题 10 分，共 20 分）

1.苏西（Suzy）是一个正在学习《金融学》的大二学生，自以为精通投资决策的她，决定将自己积累的零花钱投资股票，经过分析后，她将资金的 25%投资在贵州茅台酒股票上，75%投资在苏宁云商股票上，她预测两项投资的期望回报率分别是 8%和 15%，标准差分别是 12%和 22%。（1）求该投资组合的期望回报率；（2）分别在两只股票的回报率完全正相关、相关系数为 0.5 和两只股票的回报不相关的条件下，求该投资组合的标准差。

2. 税务稽查是税收征收管理工作的重要步骤和环节。为检查某商店税收活动的合规性，税务机关从该商店一年来的发票存根中随机抽取 26 张，发现平均金额为 78.5 元，标准差为 20 元，请在 90%的置信度水平下，估计该商店一年来发票平均金额的取值范围。

四、证明题（共 6 分）

设X_1,X_2是来自总体$N(0,\sigma^2)(\sigma>0)$的简单随机样本，证明统计量$\left(\frac{X_1+X_2}{X_1-X_2}\right)^2 \sim F(1,1)$。

附表：

$\Phi_0(1.64) = 0.95$	$t_{0.025}(7) = 2.365$	$\chi^2_{0.025}(7) = 16.013$	$F_{0.025}(1,8) = 7.57$
$\Phi_0(1.96) = 0.975$	$t_{0.025}(8) = 2.306$	$\chi^2_{0.025}(8) = 17.535$	$F_{0.025}(1,9) = 7.21$
$\Phi_0(1) = 0.8413$	$t_{0.05}(25) = 1.708$	$\chi^2_{0.05}(7) = 14.067$	$F_{0.025}(1,10) = 6.94$
$\Phi_0(1.667) = 0.9522$	$t_{0.05}(26) = 1.701$	$\chi^2_{0.05}(8) = 15.507$	$F_{0.05}(1,8) = 5.32$
$\Phi_0(0.745) = 0.7718$	$t_{0.05}(9) = 1.833$	$\chi^2_{0.05}(24) = 36.415$	$F_{0.05}(1,9) = 5.12$
$\Phi_0(2) = 0.977$	$t_{0.05}(10) = 1.803$	$\chi^2_{0.95}(24) = 13.848$	$F_{0.05}(1,10) = 4.96$