1、简述计量经济学与经济学、统计学、数理统计学学科间的关系。

答：计量经济学是经济理论、统计学和数学的综合。经济学着重经济现象的定性研究，而计量经济学着重于定量方面的研究。统计学是关于如何惧、整理和分析数据的科学，而计量经济学则利用经济统计所提供的数据来估计经济变量之间的数量关系并加以验证。数量统计各种数据的惧、整理与分析提供切实可靠的数学方法，是计量经济学建立计量经济模型的主要工具，但它与经济理论、经济统计学结合而形成的计量经济学则仅限于经济领域。计量经济模型建立的过程，是综合应用理论、统计和数学方法的过程。因此计量经济学是经济理论、统计学和数学三者的统一。

2、计量经济模型有哪些应用。

答：①结构分析，即是利用模型对经济变量之间的相互关系做出研究，分析当其他条件不变时，模型中的解释变量发生一定的变动对被解释变量的影响程度。②经济预测，即是利用建立起来的计量经济模型对被解释变量的未来值做出预测估计或推算。③政策评价，对不同的政策方案可能产生的后果进行评价对比，从中做出选择的过程。④检验和发展经济理论，计量经济模型可用来检验经济理论的正确性，并揭示经济活动所遵循的经济规律。

6、简述建立与应用计量经济模型的主要步骤。

答：一般分为 5 个步骤：①根据经济理论建立计量经济模型；②样本数据的收集；③估计参数；④模型的检验；⑤计量经济模型的应用。

7、对计量经济模型的检验应从几个方面入手。

答：①经济意义检验；②统计准则检验；③计量经济学准则检验；④模型预测检验。

1、简述相关分析和回归分析的联系和区别。

答：相关分析与回归分析既有联系又有区别。首先，两者都是研究非确定性变量间的的统计依赖关系，并能测度线性依赖程度的大小。其次，两者间又有明显的区别。相关分析仅仅是从统计数据上测度变量间的相关程度，而无需考察两者间是否有因果关系，因此，变量的地位在相关分析中式对称的，而且都是随机变量；回归分析则更关注具有统计相关关系的变量间的因果关系分析，变量的地位是不对称的，有解释变量和被解释变量之分，而且解释变量也往往被假设为非随机变量。再次，相关分析只关注变量间的联系程度，不关注具体的依赖关系；而回归分析则更加关注变量间的具体依赖关系，因此可以进一步通过解释变量的变化来估计或预测被解释变量的变化，达到深入分析变量间依存关系，

掌握其运动规律的目的。

2、一元线性回归模型的基本假设主要有哪些？违背基本假设的计量经济学模型是否就不可以估计？

答：假设 1、解释变量 X 是确定性变量，不是随机变量；

假设 2、随机误差项 μ 具有零均值、同方差和不序列相关性：

$E(\mu_i)=0 \qquad i=1,2, \ldots,n$

$Var(\mu_i)=\sigma_\mu^2 \qquad i=1,2, \ldots,n$

$Cov(\mu_i, \mu_j)=0 \qquad i\neq j \quad i,j= 1,2, \ldots,n$

假设 3、随机误差项 μ 与解释变量 X 之间不相关：

$Cov(X_i, \mu_i)=0 \qquad i=1,2, \ldots,n$

假设 4、μ 服从零均值、同方差、零协方差的正态分布

$\mu_i \sim N(0, \sigma_\mu^2) \qquad i=1,2, \ldots,n$

假设 5：随着样本容量的无限增加，解释变量 X 的样本方差趋于一有限常数。即

假设 6：回归模型是正确设定的

这些假设都是针对普通最小二乘法的。在违背这些基本假设的情况下，普通最小二乘法就不再是最佳线性无偏估计量，因此使用普通最小二乘法进行估计已无多大意义。但模型本身还是可以估计的，尤其是可以通过最大似然法等其他原理进行估计。

4、简述最小二乘估计量的性质。

答：（1）线性性，即它是否是另一随机变量的线性函数；

（2）无偏性，即它的均值或期望值是否等于总体的真实值；

（3）有效性，即它是否在所有线性无偏估计量中具有最小方差。

（4）渐近无偏性，即样本容量趋于无穷大时，是否它的均值序列趋于总体真值；

（5）一致性，即样本容量趋于无穷大时，它是否依概率收敛于总体的真值；

（6）渐近有效性，即样本容量趋于无穷大时，是否它在所有的一致估计量中具有最小的渐近方差。

注意：

（1）—（3）准则也称作估计量的小样本性质，拥有这类性质的估计量称为最佳线性无偏估计量（BLUE）。

（4）—（6）准则考察估计量的大样本或渐进性质。

高斯—马尔可夫定理：普通最小二乘估计量具有线性性、无偏性和最小方差性等优良性质，是最佳线性无偏估计。

3、简述最大似然法和最小二乘法依据的不同原理。
答：对于最小二乘法，当从模型总体随机抽取 n 组样本观测值后，最合理的参数估计量应该使得模型能最好地拟合样本数据；而对于最大似然法，当从模型总体随机抽取 n 组样本观测值后，最合理的参数估计量应该使得从模型中抽取该 n 组样本观测值的概率最大。

在满足一系列基本假设的情况下，模型结构参数的最大或然估计量与普通最小二乘估计量是相同的。

5、简述变量显著性检验的步骤。

答：（1）对总体参数提出假设： H0：$\beta 1=0$， H1：$\beta 1\neq 0$。

（2）以原假设 H0 构造 t 统计量，并由样本计算其值；

（3）给定显著性水平 α，查 t 分布表得临界值 $t\,\alpha/2(n-2)$

（4）比较，判断

若 $|t|> t\,\alpha/2(n-2)$，则拒绝 H0 ，接受 H1 ；

若 $|t|\leq t\,\alpha/2(n-2)$，则接受 H0 ，拒绝 H1 ；

对于一元线性回归方程中的 $\beta 0$，也可构造如下 t 统计量进行显著性检验

$$t=\frac{\hat{\beta}_0-\beta_0}{\sqrt{\hat{\sigma}^2\sum X_i^2/n\sum x_i^2}}=\frac{\hat{\beta}_0-\beta_0}{S_{\hat{\beta}_0}}\sim t(n-2)$$

3、怎样选择合适的样本容量？

答：（1）必须保证最小样本容量。样本最小容量必须不少于模型中解释变量的数目（包括常数项），即 $n\geq k+1$，因为，无多重共线性要求：秩(X)=k+1。（2）满足基本要求的样本容量。虽然当 $n\geq k+1$ 时可以得到参数估计量，但除了参数估计量质量不好外，一些建立模型必须的后续工作也无法进行。所以，一般经验认为，当 $n\geq 30$ 或者至少 $n\geq 3(k+1)$时，才能说满足模型估计的基本要求。

4.影响预测精度的主要因素是什么？
样本容量、模拟的拟合优度.

5.什么是正规方程组？并说明多元线性回归最小二乘估计的正规方程组，能解出唯一的参数估计的条件是什么？
正规方程组是根据最小二乘原理得到的关于参数估计值的线性代数方程组。从最小二乘原理和最大似然原理出发，欲得到参数估计量，不管其质量如何，样本容量必须不少于模型中解释变量的数目（包括常数项），即 $n\geqslant k+1$。

6.在多元线性回归分析中，为什么用调整的可决系数衡量估计模型对样本观测值的拟合优度？
未调整可决系数 R^2 的一个总要特征是：随着样本解释变量个数的增加，R^2 的值越来越高，（即 R^2 是解释变量个数的增函数）。也就是说，在样本容量不变的情况，在模型中增加新的解释变量不会改变总离差平方和（TSS），但可能增加回归平方和（ESS），减少残差平方和（RSS），从而可能改变模型的解释功能。因此在多元线性回归模型之间比较拟合优度时，R^2 不是一个合适的指标，需加以调整。而修正的可决系数：其值不会随着解释变量个数 k 的增加而增加，因此在用于估计多元回归模型方面要优于未调整的可决系数。

7.在多元线性回归分析中，可决系数 R^2 与总体线性关系显著性检验统计量 F 之间有何关系？t 检验与 F 检验有何不同？是否可以替代？在一元线性回归分析中二者是否有等价作用？
在多元线性回归分析中，可决系数 R^2 与总体线性关系显著性检验统计量 F 关系如下：
可决系数是用于检验回归方程的拟合优度的，F 检验是用于检验回归方程总体显著性的。两检验是从不同原理出发的两类检验，前者是从已经得到的模型出发，检验它对样本观测值的拟合程度，后者是从样本观测值出发检验模型总体线性关系的显著性。但两者是关联的，这一点也可以从上面两者的关系式看出，回归方程对样本拟和程度高，模型总体线性关系的显著性就强。
在多元线性回归模型分析中，t 检验常被用于检验回归方程各个参数的显著性，是单一检验；而 F 检验则被用作检验整个回归关系的显著性，是对回归参数的联合检验。在多元线性回归中，若 F 检验拒绝原假设，意味着解释变量与被解释变量之间的线性关系是显著的，但具体是哪个解释变量与被解释变量之间关系显著则需要通过 t 检验来进一步验证，但若 F 检验接受原假设，则意味着所有的 t 检验均不显著。两者是不可互相替代的。在一元线性回归模型中，由于解释变量只有一个，因此 F 检验的

联合假设等同于 t 检验的单一假设，两检验作用是等价的。

第四章

1、不满足基本假定（基本假设违背）的情况有哪些？

答：（1）随机误差项序列存在异方差性；（2）随机误差项序列存在序列相关性；（3）解释变量之间存在多重共线性；（4）解释变量是随机变量且与随机误差项相关的随机解释变量问题；（5）模型设定有偏误；（6）解释变量的方差不随样本容量的增而收敛。

2、使用加权最小二乘法必须先进行异方差性检验吗？

答：在实际操作中人们通常采用如下的经验方法：不对原模型进行异方差性检验，而是直接选择加权最小二乘法，尤其是采用截面数据作样本时。如果确实存在异方差性，则被有效地消除了；如果不存在异方差性，则加权最小二乘法等价于普通最小二乘法。

3.什么是异方差？异方差产生的原因是什么？如何检验和处理？

1)　线性回归模型为

Yt = b0 + b1X1t + b2X2t + ……+ bkXkt +ut

经典回归中所谓同方差是指不同随机误差项 Ut(t =1,2,., ,n) 的方差相同，即 Var(Ut) = 戴尔塔方（怎么打？）

如果随机误差项的方差不是常数，则称随机项 Ut 具有异方差性。

Var(Ut)　= 戴尔塔方 ≠ 常数

2)　异方差性产生的原因：

模型中遗漏了某些逐渐增大的因素的影响。模型函数形式的误定误差。随机因素的影响。

3)　检验异方差性的方法：图解法、帕克检验、格莱泽检验、斯皮尔曼的等级相关检验、哥德费尔德-匡特检验。

4)　修正异方差性的主要方法：加权最小二乘法，通过赋予不同观测点以不同的权数，从而提高估计精度，即重视小误差的作用，轻视大误差的作用。

4.模型存在异方差时，会对回归参数的估计与的检验产生什么影响？

1)　最小二乘估计不再是有效估计。2)　无法确定估计系数的标准误差。3)　T 检验的可靠性降低。4)　增大模型的预测误差。

当模型存在异方差时，根据普通最小二乘法估计出的参数估计量仍具有线性特性和无偏性，但不再具有有效性；用于参数显著性的检验统计量，要涉及到参数估计量的标准差，因而参数检验也失去意义。

5.序列相关违背了哪些基本假定？其来源有哪些？检验方法有哪些，都适用于何种形式的序列相关检验？

模型的序列相关违背的基本假定是 Cov(ui,uj) = 0 (i ≠ j)。

序列相关的来源有：

经济变量固有的惯性；　模型设定的偏误；　模型中遗漏了重要的带有自相关的解释变量；　数据的“编造”。

序列相关的检验有：图示法

D-W 检验，适用于检验一阶自回归形式的序列相关；

回归检验法，适用于各种类型的序列相关检验；

拉格朗日乘子检验（LM），适用于高阶序列相关及模型中存在滞后解释变量的情形。

6.简述序列相关带来的后果。

1)　最小二乘估计不再是有效估计。参数估计量仍是无偏的。参数估计值不再具有最小方差性.2)　随机误差项的方差一般会低估。3)　检验的可靠性降低。4)　降低模型的预测精度。

7.简述 DW 检验的步骤和应用条件。

DW 检验的步骤：

1)做 OLS 回归并获取残差。2)计算 d。3)对给定样本大小和给定解释变量个数找出临界 dl 和 du 值。4）按决策规则行事。

DW 检验应用条件：1）模型中含有截距项。2）解释变量 X 是非随机的。　3）随机误差项 ut 为一阶自相关。　4）误差项被假定为正态分布。　5）线性回归模型中不应含有滞后内生变量作为解释变量。

8.什么是多重共线性？产生多重共线性的原因是什么？多重共线性造成的影响是什么？检验多重共线性的方法是什么？有哪些解决方法？

1) 对于多元回归线性模型，如果某两个或多个解释变量之间出现了相关性，则称多重共线性。2) 产生多重共线性的原因：经济变量的内在联系，这是产生多重共线性的根本原因。 经济变量变化趋势的共同性。 在模型中引入滞后变量也容易产生多重共线性。3) 多重共线性造成的影响：增大最小二乘估计量得方差、难以区分每个解释变量的单独影响、检验的可靠度降低、完全共线性下参数估计量不存在 4) 多重共线性的检验方法：相关系数检验法、辅助回归模型检验、方差膨胀因子检验、特征值检验 5) 多重共线性的解决方法：保留总要的解释变量，去掉次要的或可替代的解释变量。间接剔除重要的解释变量。利用先验信息改变参数的约束形式；变换模型的形式。综合使用时序数据和截面数据。逐步回归法（Frisch综合分析法）主成分回归。

2.1 简单线性回归最小二乘估计最小方差性质的证明

对于 OLS 估计式 $\hat{\beta}_1$ 和 $\hat{\beta}_2$,已知其方差为

$$Var(\hat{\beta}_1)=\sigma^2\frac{\sum X_i^2}{N\sum x_i^2}$$

$$Var(\hat{\beta}_2)=\frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$$

这里只证明 $Var(\hat{\beta}_2)$ 最小，$Var(\hat{\beta}_1)$ 最小的证明可以类似得出。

设 β_2 的另一个线性无偏估计为 β_2^*，即

$$\beta_2^*=\sum w_iY_i$$

其中 $$w_i\neq k_i \quad k_i=\frac{x_i}{\sum x_i^2}$$

$$E(\beta_2^*)=E(\sum w_iY_i)$$
$$=E[\sum w_i(\beta_1+\beta_2X_i+u_i)]$$

因为 β_2^* 也是 β_2 的无偏估计，即 $E(\beta_2^*)=\beta_2$，必须有

$$\sum w_i=0,\quad \sum w_iX_i=1$$

同时 $$Var(\beta_2^*)=Var(\sum w_iY_i)$$

$$=\sum w_i^2Var(Y_i)$$

$$=\sigma^2\sum w_i^2 \qquad [因为 Var(Y_i)=\sigma^2]$$

$$=\sigma^2\sum(w_i-k_i+k_i)^2$$

$$=\sigma^2\sum(w_i-k_i)^2+\sigma^2\sum k_i^2+2\sigma^2\sum(w_i-k_i)k_i$$

$$=\sigma^2\sum(w_i-k_i)^2+\sigma^2\sum k_i^2+2\sigma^2(\sum w_ik_i-\sum k_i^2)$$

上式最后一项中 $$\sum w_ik_i-\sum k_i^2=\frac{\sum w_ix_i}{\sum x_i^2}-\frac{\sum x_i^2}{(\sum x_i^2)^2}$$

$$= \frac{\sum w_i X_i - \bar{X}\sum w_i}{\sum x_i^2} = \frac{1}{\sum x_i^2}$$

$$= 0 \qquad （因为 \sum w_i = 0，\sum w_i X_i = 1）$$

所以

$$Var(\beta_2^*) = \sigma^2 \sum (w_i - k_i)^2 + \sigma^2 \sum [\frac{x_i^2}{(\sum x_i^2)^2}]$$

$$= \sigma^2 \sum (w_i - k_i)^2 + \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$$

$$= \sigma^2 \sum (w_i - k_i)^2 + Var(\hat{\beta}_2)$$

而 $\sigma^2 \geq 0$，因为 $w_i \neq k_i$，则有 $(w_i - k_i)^2 \geq 0$，为此

$$Var(\beta_2^*) \geq Var(\hat{\beta}_2)$$

只有 $w_i = k_i$ 时，$Var(\beta_2^*) = Var(\hat{\beta}_2)$，由于 β_2^* 是任意设定的 β_2 的线性无偏估计式，这表明 β_2 的 OLS 估计式具有最小方差性。

3.3 残差平方和 $\sum e_i^2$ 的均值为 $(n-k)\sigma^2$ 的证明

由残差向量的定义及参数的最小二乘估计式，有

$$\mathbf{e} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}$$

$$= \mathbf{Y} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

$$= [\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']\mathbf{Y}$$

可以记 $\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$，则

$$\mathbf{e} = \mathbf{P}\mathbf{Y} = [\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'][\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{U}]$$

$$= \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{P}\mathbf{U}$$

$$= \mathbf{P}\mathbf{U}$$

容易验证，P 为对称等幂矩阵，即

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P}$$

$$\mathbf{P}^2 = \mathbf{P}\mathbf{P} = \mathbf{P}$$

残差向量的协方差矩阵为

$$Var(\mathbf{e}) = E(\mathbf{e}\mathbf{e}') = E[\mathbf{P}\mathbf{U}(\mathbf{P}\mathbf{U})']$$

$$= E[\mathbf{P}(\mathbf{U}\mathbf{U}')\mathbf{P}']$$

$$= \mathbf{P}[E(\mathbf{U}\mathbf{U}')]\mathbf{P}'$$

$$= \mathbf{P}(\sigma^2 \mathbf{I})'\mathbf{P}$$

$$= \mathbf{P}\mathbf{P}'\sigma^2 = \mathbf{P}\sigma^2$$

利用矩阵迹的性质，有

$$\sum e_i^2 = \mathbf{e}'\mathbf{e} = tr(\mathbf{e}\mathbf{e}')$$

两边取期望得

$$E(\sum e_i^2) = E(\mathbf{e}'\mathbf{e}) = E[tr(\mathbf{e}\mathbf{e}')]$$

$$= tr[E(\mathbf{e}\mathbf{e}')] = tr[\mathbf{P}\sigma^2]$$

$$= \sigma^2 tr[\mathbf{I} - \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}']$$

$$= \sigma^2\{tr(\mathbf{I}) - tr[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}]\}$$

$$= \sigma^2[n - tr(\mathbf{I})]$$

$$= (n-k)\sigma^2$$

5.1 在异方差性条件下参数估计统计性质的证明

1、参数估计的无偏性仍然成立

设模型为 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + v_i, \quad i = 1,2,\cdots,n$ （1）

用离差形式表示 $y_i = \beta_2 x_i + u_i$ (其中 $u_i = v_i - \bar{v}$) （2）

参数 β_2 的估计量 $\hat{\beta}_2$ 为

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} = \frac{\sum x_i(\beta_2 x_i + u_i)}{\sum x_i^2} = \frac{\beta_2 \sum x_i^2 + \sum x_i u_i}{\sum x_i^2}$$

$$= \beta_2 + \frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2} \tag{3}$$

$$E(\hat{\beta}_2) = \beta_2 + E(\frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2}) = \beta_2 + \frac{\sum E(x_i u_i)}{\sum x_i^2} = \beta_2 \tag{4}$$

在证明中仅用到了假定 $E(x_i u_i) = 0$ 。

2、参数估计的有效性不成立

假设（1）式存在异方差，且 $\mathrm{var}(u_i) = \sigma_i^2 = \sigma^2 X_i^2$，则参数 β_2 的估计 $\hat{\beta}_2$ 的方差为

$$Var(\hat{\beta}_2^*) = E\left[\hat{\beta}_2 - E(\hat{\beta}_2)\right]^2 = E\left(\hat{\beta}_2 - \beta_2\right)^2 = E\left(\beta_2 + \frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2} - \beta_2\right)^2$$

$$= E\left(\frac{\sum x_i u_i}{\sum x_i^2}\right)^2 = E\left(\frac{\sum\limits_{i=j} x_i^2 u_i^2 + 2\sum\limits_{i \neq j} x_i x_j u_i u_j}{(\sum x_i^2)^2}\right) = \frac{\sum\limits_{i=j} x_i^2 E(u_i^2) + 2\sum\limits_{i \neq j} x_i x_j E(u_i u_j)}{(\sum x_i^2)^2}$$

$$= \frac{\sum\limits_{i=j} x_i^2 E(u_i^2)}{(\sum x_i^2)^2} = \frac{\sum\limits_{i=j} x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2} = \frac{\sigma^2 \sum x_i^2 X_i^2}{(\sum x_i^2)^2} = \frac{\sigma}{\sum x_i^2} \cdot \frac{\sum x_i^2 X_i^2}{\sum x_i^2} \tag{5}$$

在上述推导中用了假定 $E(u_i u_j) = 0, i \neq j$ 。

下面对（2）式运用加权最小二乘法（WLS）。设权数为 $w_i = \frac{1}{z_i}$，对（2）式变换为

$$\frac{y_i}{z_i} = \beta_2 \frac{x_i}{z_i} + \frac{u_i}{z_i} \tag{6}$$

可求得参数的估计 $\hat{\beta}_2$，根据本章第四节变量变换法的讨论，这时新的随机误差项 $\frac{u_i}{z_i}$ 为同方差，即 $\mathrm{var}(\frac{u_i}{z_i}) = \sigma^2$，而 $\hat{\beta}_2$ 的方差为

$$\mathrm{var}(\hat{\beta}_2)_{wls} = \frac{\sigma^2}{\sum \left(\frac{x_i}{z_i}\right)^2} \tag{7}$$

为了便于区别，用$(\hat{\beta}_2)_{wls}$表示加权最小二乘法估计的 β_2，用$(\hat{\beta}_2)_{ols}$表示 OLS 法估计的β_2 。比较（5）式与（7）式，即在异方差下用 OLS 法得到参数估计的方差与用 WLS 法得到参数估计的方差相比较为

$$\frac{\mathrm{var}(\hat{\beta}_2)_{wls}}{\mathrm{var}(\hat{\beta}_2)_{ols}} = \frac{\dfrac{\sigma^2}{\sum\left(\frac{x_i}{z_i}\right)^2}}{\dfrac{\sum x_i^2 \sigma_i^2}{(\sum x_i^2)^2}} = \frac{\dfrac{\sigma^2}{\sum\left(\frac{x_i}{z_i}\right)^2}}{\dfrac{\sum x_i^2 \sigma^2 z_i^2}{(\sum x_i^2)^2}} = \frac{(\sum x_i^2)^2}{\sum\left(\frac{x_i}{z_i}\right)^2 (\sum x_i^2 z_i^2)} \tag{8}$$

令 $\frac{x_i}{z_i} = a_i, z_i x_i = b_i$，由初等数学知识有 $\frac{(\sum ab)^2}{\sum a^2 \sum b^2} \leq 1$，因此（10）式右端有

$$\frac{(\sum x_i^2)^2}{\sum\left(\frac{x_i}{z_i}\right)^2 (\sum x_i^2 z_i^2)} \leq 1 \tag{9}$$

从而，有

$$\mathrm{var}(\hat{\beta}_2)_{wls} \leq \mathrm{var}(\hat{\beta}_2)_{ols}$$

这就证明了在异方差下，仍然用普通最小二乘法所得到的参数估计值的方差不再最小。

八、（20分）应用题

为了研究我国经济增长和国债之间的关系，建立回归模型。得到的结果如下：

Dependent Variable: LOG(GDP)

Method: Least Squares

Date: 06/04/05 Time: 18:58

Sample: 1985 2003

Included observations: 19

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	6.03	0.14	43.2	0
LOG(DEBT)	0.65	0.02	32.8	0

R-squared	0.981	Mean dependent var	10.53
Adjusted R-squared	0.983	S.D. dependent var	0.86
S.E. of regression	0.11	Akaike info criterion	-1.46
Sum squared resid	0.21	Schwarz criterion	-1.36
Log likelihood	15.8	F-statistic	1075.5
Durbin-Watson stat	0.81	Prob(F-statistic)	0

若$k=1, n=19, d_L=1.074, d_U=1.536$, 显著性水平$\alpha$=0.05

其中， GDP 表示国内生产总值，DEBT 表示国债发行量。

（1）写出回归方程。（2 分）

答： Log（GDP）＝6.03＋0.65 LOG(DEBT)

（2）解释系数的经济学含义？（4 分）

答：

截距项表示自变量为零时，因变量的平均期望。不具有实际的经济学含义。

斜率系数表示 GDP 对 DEBT 的不变弹性为 0.65。或者表示增发 1%国债，国民经济增长 0.65%。

（3）模型可能存在什么问题？如何检验？（7 分）

答：

可能存在序列相关问题。

因为 d.w＝0.81 小于 $d_L=1.074$，因此落入正的自相关区域。由此可以判定存在序列相关。

（4）如何就模型中所存在的问题，对模型进行改进？（7 分）

答：利用广义最小二乘法。根据 d.w＝0.81，计算得到 $\rho=0.6$，因此回归方程滞后一期后，两边同时乘以 0.6，得

$$0.6\log(GDP_{t-1})=0.4B_1+0.6B_2\log(DEBT_{t-1})+0.6u_{t-1}$$

方程

$$\log(GDP_t) = B_1 + B_2 \log(DEBT_t) + u_t$$

减去上面的方程，得到

$$\log(GDP_t) - 0.6 0.6\log(GDP_{t-1}) = 0.6B_1 + B_2(\log(DEBT_t) - 0.6\log(DEBT_{t-1})) + v_t$$

利用最小二乘估计，得到系数。