

## 一、问答题

1. 线性回归模型的基本假设有哪些？
2. 写出联立方程回归模型的一般形式和矩阵内容
3. 写出假设地方政府决定在其管辖区内提高居民财产税税率，这对当地房价有何影响？按照计量经济学方法论来回答这个问题。

## 二、陈述题

1.

### 1. (共 30 分，每小题 5 分) 多元线性单方程计量经济学模型

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \mu_i \quad \mu_i \sim N(0, \sigma^2) \quad i=1, 2, \dots, n$$

- (1) 分别写出该问题的总体回归函数、总体回归模型、样本回归函数和样本回归模型；
- (2) 请分别写出随机误差项具有同方差且无序列相关、具有异方差但无序列相关、具有异方差且具有一阶序列相关时的方差—协方差矩阵；
- (3) 当模型满足基本假设时，写出普通最小二乘法参数估计量的矩阵表达式，并写出每个矩阵的具体内容；
- (4) 当  $k=4, n=30$  时用 OLS 估计模型得到残差平方和为 100，试计算最大对数似然函数值；（ $\ln 2 = 0.693, \ln \pi = 1.145$ ）
- (5) 当模型具有异方差性时，写出加权最小二乘法参数估计量的矩阵表达式，并指出在实际估计时权矩阵是如何选择的；
- (6) 证明：如果  $x_2$  是随机变量且与  $\mu$  相关，则采用 OLS 估计得到的参数估计量是有偏的。

答：

(1) 总体回归函数为  $E(y_i | \mathbf{X}_i) = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki}$

总体回归模型为  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_k x_{ki} + \mu_i$

样本回归函数为  $\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ki}$

样本回归模型为  $y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1i} + \hat{\beta}_2 x_{2i} + \dots + \hat{\beta}_k x_{ki} + \hat{\mu}_i$

(2) 随机误差项具有同方差且无序列相关时的方差—协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \sigma^2$$

随机误差项具有异方差且无序列相关时的方差—协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} w_1 & & & \\ & w_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & w_n \end{bmatrix} \sigma^2$$

随机误差项具有异方差且具有一阶序列相关时的方差—协方差矩阵为

$$\begin{bmatrix} w_1 & w_{12} & & & \\ w_{21} & w_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & w_{n-1,n} & \\ & & & & w_n \end{bmatrix} \sigma^2$$

(3) 矩阵表达式为  $Y = XB + N$ ，其中

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}_{n \times 1} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{k1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{k2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{kn} \end{bmatrix}_{n \times (k+1)}$$

$$B = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix}_{(k+1) \times 1} \quad N = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_n \end{bmatrix}_{n \times 1}$$

(4) 因为  $\sigma^2 = \frac{100}{30-4-1} = 4$ ，所以

$$\begin{aligned} L^* &= Ln(L) \\ &= -nLn(\sqrt{2\pi}\sigma_\mu) - \frac{1}{2\sigma_\mu^2} (Y - X\hat{B})' (Y - X\hat{B}) \\ &= -30 \times Ln(\sqrt{2\pi} \times 2) - \frac{1}{2 \times 4} \times 100 = 60.86 \end{aligned}$$

(5) 加权最小二乘法参数估计量的矩阵表达式为：

$$\hat{B} = (X'W^{-1}X)^{-1} X'W^{-1}Y$$

如何得到权矩阵  $W$ ？仍然是对原模型)首先采用普通最小二乘法，得到随机误差项的近似估计量，以此构成权矩阵的估计量，即

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_1^2 & & & \\ & \tilde{e}_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \tilde{e}_n^2 \end{bmatrix}$$

(6) 在关于待估参数的正规方程组

$$\begin{cases} \Sigma(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki}) = \Sigma Y_i \\ \Sigma(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki}) X_{1i} = \Sigma Y_i X_{1i} \\ \Sigma(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki}) X_{2i} = \Sigma Y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \Sigma(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_{1i} + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \cdots + \hat{\beta}_k X_{ki}) X_{ki} = \Sigma Y_i X_{ki} \end{cases}$$

中，如果  $x_2$  是随机变量且与  $\mu$  相关，那么第 3 个方程应该是

$$\Sigma(\beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki}) X_{2i} + \Sigma \mu_i X_{2i} = \Sigma Y_i X_{2i}$$

将该非齐次方程组假定为齐次方程组求解，得到的解肯定是有偏的。

### 三、计算题

1

11. 已知生产函数为

$$Y = 1.7896L^{0.5471}K^{0.6247}$$

其中， $Y$ —产出， $L$ —劳动力投入， $K$ —资本投入。(1) 解释  $L$ ， $K$  的指数 0.5471 和 0.6247 的经济含义；(2) 求两个生产要素的边际产量函数。

7、对于如下形式的自回归模型  $Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + \beta_3 Y_{t-1} + u_t$ ，由于某些解释变量是被解释变量的滞后变量，Durbin-Waston 的  $d$  统计量不再适用。为此 Durbin 建议使用  $h$  统计量：

$$h = \hat{\rho} \sqrt{\frac{n}{1 - n \text{Var}(\hat{\beta}_3)}} \quad , \quad \text{其中 } n \text{ 为样本容量, } \hat{\rho} \text{ 为自相关系数 } \rho \text{ 的估计值, } \text{Var}(\hat{\beta}_3) \text{ 为 } \beta_3 \text{ 估计量的方差。}$$

Dubin 证明，大样本且零假设  $H: \rho = 0$  成立的情况下， $h$  统计量服从标准正态分布。现在考虑如下的货币需求函数（1948——1965 年）：

$$\ln \hat{M}_t = 1.6027 - 0.1024 \ln R_t + 0.6869 \ln Y_t + 0.5284 \ln M_{t-1}$$

$$\begin{matrix} (1.2921) & (0.2784) & (2.004) & (2.6328) \\ R^2 = 0.9227 & d = 1.8624 \end{matrix}$$

其中  $M$ ——实际货币量、 $R$ ——长期利息率、 $Y$ ——实际国民收入。请计算  $h$  统计量并检验是否存在一阶序列自相关？

#### 四、简单题

(一) 艾斯特里欧(Asteriou)和霍尔(Hall)根据英国 1990 年第一季度至 1998 年第二季度的季度数据得到如下回归结果。应变变量是  $\log(IM)$ =出口的对数(括号内的是 t 值)。

解释变量	模型 1	模型 2	模型 3
Intercept	0.6318 (1.8348)	0.2139 (0.5967)	0.6857 (1.8500)
$\log(GDP)$	1.9269 (11.4117)	1.9697 (12.5619)	2.0938 (12.1322)
$\log(CPI)$	0.2742 (1.9961)	1.0254 (3.1706)	— 0.1195
$\log(PPI)$		-0.7706 (-2.5248)	0.1195 (0.8787)
Adjusted-R2	0.9638	0.9692	0.9602

1、解释每个方程  
2、在模型 1 中（去掉  $\log(PPI)$ ），在 5% 的显著水平下， $\log(CPI)$  的系数为正，并且统计显著的，这是否有经济意义？  
3、在模型 3 中（去掉  $\log(CPI)$ ）， $\log(PPI)$  的系数为正，但不是统计显著的，这

是否有经济意义？  
4、在模型 2 中，两个价格变量的系数各自都是统计显著的，但是  $\log(CPI)$  的系数为正， $\log(PPI)$  的系数为负，如何解释这个结果？  
5、出现这样矛盾的结果是不是因为多重共线性？证明你的结论。  
6、如果  $CPI$  和  $PPI$  的相关系数为 0.9819，那么是否存在多重共线性问题？  
7、你将选择上述三个模型中的哪一个？为什么？

(二) 根据我国 1985-2001 年城镇居民人均可支配收入  $X$  和人均消费性支出  $Y$  资料，按照凯恩斯绝对收入假说建立的消费函数计量经济模型为：

$$Y_i = 137.422 + 0.772 \cdot X_i$$

$$(5.875) \quad (127.09) \quad R^2 = 0.999; \quad DW = 1.205; \quad F = 16151$$

$$|e_i| = -451.9 + 0.871 \cdot X_i$$

$$(-0.283) \quad (5.103) \quad R^2 = 0.634508; \quad DW = 1.91; \quad F = 26.04061$$

(1) 解释模型中 137.422 和 0.772 的意义；

(2) 简述什么是模型的异方差性；

- (3) 检验该模型是否存在异方差性。  
 (4) 如果模型存在异方差性，写出消除模型异方差性的方法和步骤。

答：

1) 回归方程： $y=3871.805+2.177916x_1+4.05198x_2$

系数的意义：其他不变，投资每增加 1 单位，国内生产总值增加 2.177916 单位；其他不变，进出口增加 1 单位，国内生产总值增加 4.051980 单位。

(2) 回归系数检验，常数项的概率  $p$  值为 0.1139，大于 0.05，所以常数项是不显著的，考虑将常数项剔除。 $x_1x_2$  的概率  $p$  都小于 0.05，说明这两个系数是统计显著的。拟合优度=0.991494，接近 1，方程比较好地解释了国内生产总值。

(3)  $f$  统计量的  $p$  值为  $0<0.05$ ，说明方程整体式统计显著的，可以接受。

(三)在研究生产函数时，有以下两种结果：

$$\ln \hat{Q} = -5.04 + 0.087 \ln k + 0.893 \ln l \quad (1)$$

$$s = (1.04) \quad (0.087) \quad (0.137) \quad R^2 = 0.878 \quad n = 21$$

$$\ln \hat{Q} = -8.57 + 0.0272t + 0.46 \ln k + 1.258 \ln l \quad (2)$$

$$s = (2.99) \quad (0.0204) \quad (0.333) \quad (0.324) \quad R^2 = 0.889 \quad n = 21$$

其中， $Q$ =产量， $K$ =资本， $L$ =劳动时数， $t$ =时间， $n$ =样本容量 请回答以下问题：

- (1) 证明在模型 (1) 中所有的系数在统计上都是显著的 ( $\alpha=0.05$ )。  
 (2) 证明在模型 (2) 中  $t$  和  $\ln k$  的系数在统计上不显著 ( $\alpha=0.05$ )。  
 (3) 可能是什么原因造成模型 (2) 中  $\ln k$  不显著的？

答：

(1)  $t_{0.025}(18)=2.1009$

$\ln k$  的  $T$  检验： $t=10.195>2.1009$ ，因此  $\ln k$  的系数显著。

$\ln l$  的  $T$  检验： $t=6.518>2.1009$ ，因此  $\ln l$  的系数显著。 (4 分)

(2)  $t_{0.025}(17)=2.1098$

$t$  的  $T$  检验： $t=1.333>2.1098$ ，因此  $\ln k$  的系数不显著。

$\ln k$  的  $T$  检验： $t=1.18>2.1098$ ，因此  $\ln l$  的系数不显著。 (4 分)

(3) 可能是由于时间变量的引入导致了多重共线性。

五、模型分析题（20 分）

(一) (6 分) 考虑下面的联立方程计量经济学模型

$$\begin{cases} Y_{1t} = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{2t} + \alpha_2 X_{1t} + \mu_{1t} \\ Y_{2t} = \beta_0 + \beta_1 Y_{1t} + \mu_{2t} \end{cases}$$

其中  $Y$  为内生变量； $X$  为外生变量； $\mu$  是随机干扰项，根据这个模型，得到简化形式的回归模型如下：

$$\begin{cases} Y_{1t} = 6 + 8X_{1t} \\ Y_{2t} = 4 + 12X_{1t} \end{cases}$$

- 1、 从这些简化方程中，你能估计出那些结构系数？
- 2、 如果先验地知道  $\alpha_0 = 0$ ，或  $\alpha_1 = 0$ ，那么答案有什么改变？
- 3、 若可识别，试用 2SLS 法给出该模型的估计过程。

(二) 基尼系数是反映收入差别总水平的一个指标，也是反映社会公平程度的主要指标。

基尼系数越大，收入分配差别越大，反之基尼系数越小，收入分配差别越小，而影响我国居民正常收入差别基尼系数的因素，我们主要考察经济发展水平（人均 GDP）及财政收入水平（财政收入占 GDP 的比重）这两个因素。

用 G 表示全国居民正常收入的基尼系数，PD 表示人均 GDP(万元)，PD2 表示 PD 的平方，CG 表示预算内财政收入占 GDP 的比重，利用 1988——1997 年的有关数据，估计的结果为：

Sample: 1988 1997

Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.263881	0.018996	13.89167	0.0000
PG	0.721745	0.127955	5.640636	0.0008
PG2	-0.818424	0.174517	-4.689648	0.0022
R-squared	0.902818	Mean dependent var	0.387751	
Adjusted R-squared	0.875052	S.D. dependent var	0.029672	
S.E. of regression	0.010488	Akaike info criterion	-6.033757	
Sum squared resid	0.000770	Schwarz criterion	-5.942982	
Log likelihood	33.16879	F-statistic	32.51502	
Durbin-Watson stat	2.434137	Prob(F-statistic)	0.000286	

Dependent Variable: G

Method: Least Squares

Sample: 1988 1997

Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.558204	0.025067	22.26825	0.0000
CG	-1.290334	0.187584	-6.878686	0.0001
R-squared	0.855377	Mean dependent var	0.387751	
Adjusted R-squared	0.837299	S.D. dependent var	0.029672	
S.E. of regression	0.011969	Akaike info criterion	-5.836211	
Sum squared resid	0.001146	Schwarz criterion	-5.775694	
Log likelihood	31.18105	F-statistic	47.31632	
Durbin-Watson stat	2.039398	Prob(F-statistic)	0.000127	

- (1) 建立经济发展水平解释基尼系数的计量经济模型；
- (2) 检验该模型并说明其意义；
- (3) 问：人均 GDP 达到多少万元时，居民收入差别最大？
- (4) 建立财政收入水平解释基尼系数的计量经济模型并作出检验；
- (5) 从实际估计结果论述预算内财政收入水平对居民收入差别的影响。