

Teoría de Decisiones:

Árboles de decisión

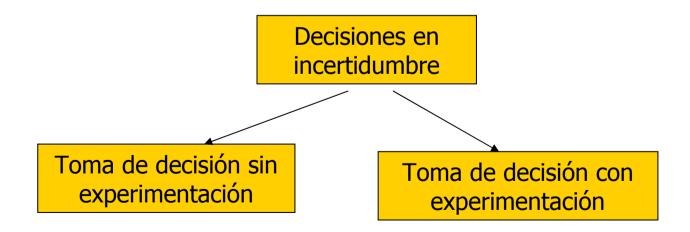


Árboles de decisión

- Conceptos
- Árboles de decisión
- Criterio del valor esperado
- Árboles de decisión con información nueva
- Valor esperado de la información de la muestra



 En los procesos de toma de decisiones bajo incertidumbre es posible disminuir ésta con el uso de algunas pruebas



Toma de decisión sin experimentación



 Las circunstancias varían constantemente



 La decisión no se toma en forma repetida

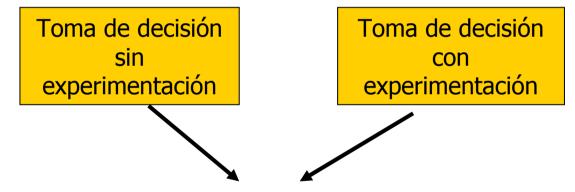
Toma de decisión con experimentación











La experimentación tiene un costo ¿utilizar la experimentación para reducir la incertidumbre o decidir sin ninguna prueba?



- Los modelos de toma de decisiones utilizan conceptos de estadística
- Si utilizamos la experimentación, entonces utilizaremos el teorema de Bayes.



- En la toma de decisiones con experimentación se pretende mejorar las estimaciones preliminares de las probabilidades asociadas a los estados de la naturaleza
- Por tanto, se realizan estudios para predecir que ocurrirá. A estos estudios o predicciones los llamamos el estadístico S (v. a.).
- Con la experimentación se obtienen las probabilidades a priori ($P(S/\theta)$ donde θ es el estado de la naturaleza)



- Posteriormente, (mediante la aplicación del teorema de Bayes) se obtiene la probabilidad a posteriori
- Formalmente, se tiene:
- $P(S = s_i / \theta = \theta_i)$ probabilidad a priori de que la predicción sea s_i dado que el estado de la naturaleza verdadero es θ_i
- $P(\theta = \theta_i / S = s_i)$ probabilidad a posteriori de que el estado de la naturaleza verdadero sea θ_i dado que $S = s_i$

1

Conceptos

Teorema de Bayes

$$P(B_i / A) = \frac{P(A \cap B_i)}{P(A)} = \frac{P(A / B_i)P(B_i)}{\sum_{i=1}^{k} P(A / B_i)P(B)}$$

$$P(\theta = \theta_i / S = s) = \frac{P(\theta = \theta_i \cap S = s)}{P(S = s)} = \frac{P(S = s / \theta = \theta_i)P(\theta = \theta_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(S = s / \theta = \theta_i)P(\theta = \theta_i)}$$



Árboles de decisión

- Es un recurso gráfico para analizar problemas de decisión bajo riesgo.
- Permite descomponer un problema de decisión complejo en varios problemas más pequeños.



Árboles de decisión

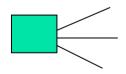
Nodos:

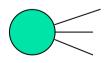




Punto de decisión punto de estado de la naturaleza

Aristas:





alternativas de decisión eventos del estado de la naturaleza



- Criterio de solución : Enfoque de retroceso
- Construido el árbol de decisión se determina el valor esperado de cada nodo estado de la naturaleza
- Se selecciona la alternativa de decisión con el valor esperado mas alto



Ejemplo:

La empresa Cola del Sur está por lanzar al mercado un nuevo producto, las estrategias de marketing y producción son:

Agresiva, Básica y Cautelosa.

La gerencia califica al mercado en Fuerte y Débil.

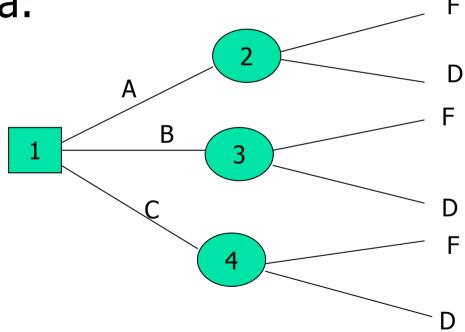


La tabla de retribuciones en millones de dólares es la siguiente:

Alternativas de	Situación del mercado		
decisión	Fuerte	Débil	
Agresivo (A)	30	-9	
Básico (B)	20	5	
Cauteloso (C)	5	14	
Probabilidad	0.4	0.6	

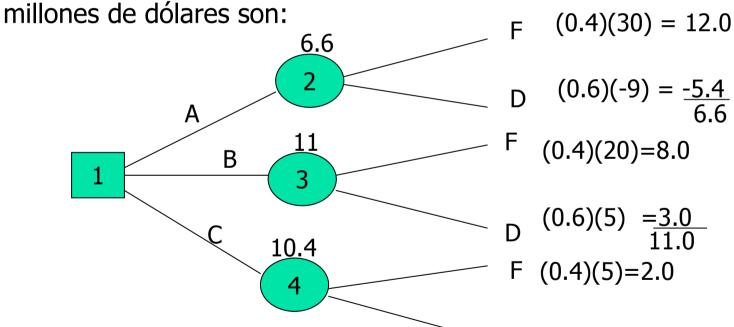


El árbol de decisión correspondiente será:





Los respectivos valores esperados de las retribuciones en



La decisión por el criterio del valor esperado D (0.6)(14)=8.4Es la alternativa B



Ejercicio: Klimatic S.A. debe decidir si construye una planta grande o pequeña para producir un nuevo horno microonda, que se espera tenga una permanencia en el mercado de 10 años. Una planta grande costará \$2 800 000 y una planta pequeña costará \$1 400 000.



 Los estimados de las ventas sobre un periodo de 10 años y el análisis de costo-volumen utilidad realizado por la gerencia dan:

Tamaño	Demanda		
Planta	Alta	Moderada	Baja
Grande	1 000 000	600 000	-200 000
Pequeña	250 000	450 000	550 000
Probabilidad	0.5	0.3	0.2



- Utiliza el teorema de Bayes para incorporar una nueva información al proceso de decisión
- Este teorema se usa para actualizar las probabilidades del estado de la naturaleza.



 Ejemplo: En el caso de la Cola Sur, el directorio decide que se realice un estudio de mercado para tener mayor información antes de decidir que estrategia elegir. Las pruebas respecto al estudio de mercado reportan que:



- Si el mercado ha sido fuerte los resultados del estudio han sido alentadores (E) en un 60% y desalentadores (G) en un 40%.
- Si el mercado ha sido débil los resultados del estudio han sido alentadores en un 30% y desalentadores en un 70%
- Con esta información ayude a Cola Sur a tomar una decisión.



Las alternativas son:

A: agresivo

B: básico

C: cauteloso

Los eventos son:

F: mercado fuerte, D: mercado débil

E: Resultado Alentador, G: desalentador



De las pruebas se tiene:

$$P(E/F) = 0.6$$

$$P(G/F) = 0.4$$

$$P(E/D) = 0.3$$

$$P(G/D) = 0.7$$



Árboles de decisión

- Probabilidad a priori: son las estimaciones (probabilidad condicionales) del experimento dado un cierto estado.
- Ejemplo:

Probabilidad de que el resultado es alentador dado que proviene de un mercado fuerte: P(E/F)=0.6Probabilidad de que el resultado es desalentador dado que proviene de un mercado débil: P(G/D)=0.7



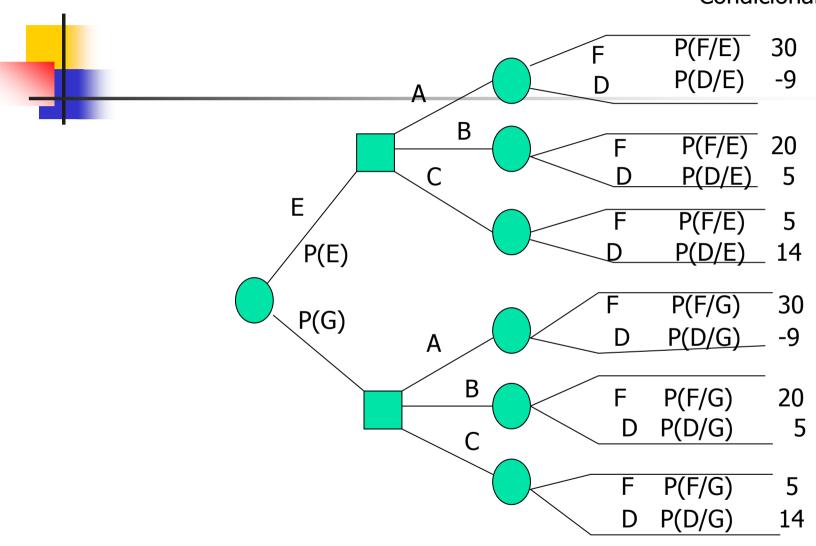
 Probabilidad a a posteriori: son las estimaciones (probabilidad condicional) de la ocurrencia de un estado, dado un posible resultado del experimento.

Ejemplo:

Probabilidad de que el mercado es fuerte dado que el experimento resulto alentador: P(F/E)

Probabilidad de que el mercado es débil dado que el experimento resulto desalentador: P(D/G)

Condicional





Haciendo uso del teorema de Bayes:
P(B/A)=P(A/B)P(B)/P(A)

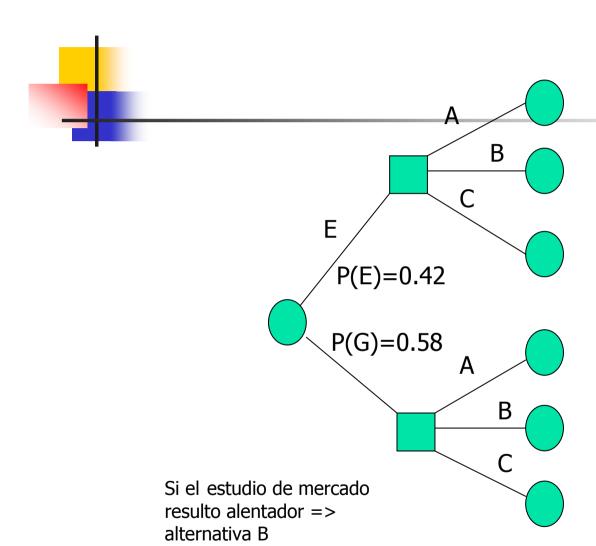
Y de la probabilidad marginal P(A)=P(A/B)P(B)+P(A/C)P(C)



P(E)=0.42 P(G)=0.58

P(F/E)=0.57 P(D/E)=0.43

P(F/G)=0.28 P(D/G)=0.72



En caso contrario, alternativa C

$$VE=20x0.57+5x0.43=13.55$$

$$VE=20x0.28+5x0.72=9.2$$



Árboles de decisión: VEIM

 El Valor esperado de la información de muestra

 VEIM = (máximo valor esperado con información de muestra)-(máximo valor esperado sin información de muestra)