# Tema: Modelos de programación lineal

## Subtema: Modelos de programación lineal: características, estructuras, formulación de modelos matriciales

I.2.- PLANTEAMIENTO MATEMATICO DEL PROBLEMA DE PROGRAMACION LINEAL

El problema general de Programación Lineal consiste en la búsqueda del óptimo (mínimo o máximo) de una función lineal de n variables ligadas por relaciones (ecuaciones o inecuaciones) lineales llamadas condiciones.

La traducción algebraica de la definición anterior es:

$$
\text{(I.1.)}\text{------------------}\left\{
\begin{array}{l}
\text{Optimizar } \; Z = \sum_{j=1}^{n} = C_jX_j \\[2ex]
\text{Sujeto a } \; \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i \quad i = 1, 2, ....m \\[2ex]
\qquad\qquad\quad X_j \geq 0
\end{array}
\right.
$$

El problema de programación lineal I.1. lo podemos escribir también de la forma siguiente:

Optimizar $Z = C_1X_1 + \ldots\ldots\ldots + C_nX_n$ Función objetivo

$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{1n}X_n <= b_1$

$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots\ldots\ldots + a_{2n}X_n <= b_2$

.

Conjunto de restricciones . Vector de disponibilidad

.

$a_{m1}X_1 + a_{m2}X_2 \ldots\ldots\ldots a_{mn}X_n <= b_m$

Las hipótesis son las características que debe reunir cualquier problema para que este pueda ser formulado como un Problema de Programación Lineal y por lo tanto las tomaremos como definiciones características de la Programación Lineal.

1º.- El sistema bajo consideración debe poder descomponerse en funciones elementales llamadas actividades.

2º.- Cada actividad puede ser descrita por una variable a la cual llamaremos nivel de actividad y que representa cuanto de esta actividad va a realizarse

3º.- Además las realizaciones de cada actividad implica la existencia de un flujo de artículos.

Por otro lado, cada sistema debe satisfacer las siguientes propiedades:

a) No negatividad; esto quiere decir que el nivel de actividad es no negativo
b) Linealidad

b.1.) Homogeneidad; esto quiere decir que el flujo de artículos a partir de la actividad es proporcional al nivel de dicha actividad.

b.2.) Aditividad, cada artículo está caracterizado por una ecuación o desigualdad lineal llamada balance.

c) Existencia de una función lineal objetivo. Esta función expresa que alguno de los artículos es especialmente deseable. La cantidad de este articulo va a ser maximizada o minimizada

Un problema que satisface esta hipótesis será llamado un Problema de Programación Lineal.

I.3.-MODELO EN FORMA MATRICIAL. - El problema I.2 lo podemos escribir en forma matricial de la siguiente forma:

$$(I.3.)\text{----------------------------------}\begin{cases} \text{Optimizar } Z = CX \\ \text{S.A.} \qquad AX \leq b \\ \qquad\qquad X \geq 0 \end{cases}$$

donde:

$$A \begin{pmatrix} a_{11}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{21}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots a_{2n} \\ . \\ . \end{pmatrix} \qquad b \begin{bmatrix} b1 \\ b2 \\ . \\ \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ . \\ . \end{bmatrix}$$

C = (c1, c2, c...........cn)

A es una matriz m x n (matriz de los coeficientes de las restricciones)

B es un m-vector columna (vector de disponibilidad)

C es un n-vector fila (vector de costos)

X es un n-vector columna (variables o actividades)