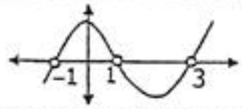
<u>Funciones Polinómicas con raíces simples</u>: Ya conocemos las funciones cuadráticas, estas son funciones polinómicas de segundo grado. Cómo sabemos una forma de escribir estas funciones cuadráticas, es la factorizada: Sea $f(x) = \alpha .(x - X_1) . (X - X_2)$ $\begin{cases} \alpha \text{ es simplemente un factor (Distinto de cero).} \\ X_1 \text{ y } X_2 \text{ son las raíces o donde la función carta al eje x.} \end{cases}$

Si a esta función la multiplicamos por más binomios, tenemos funciones polinómicas de grados mayores a 2.
Ejemplo: Sea $f(x) = \alpha .(x-X_1) . (X-X_2) . (X-X_3)$ $\Longrightarrow$ α es simplemente un factor. X_1 , X_2 y X_3 son las raíces.
En este caso f(x) es una función polinómica de grado 3.

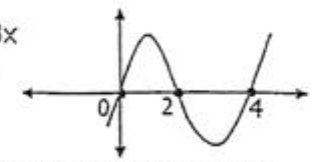
<u>Ejemplos de funciones polinómicas con raíces simples</u>:

$f(x) = (x+1)\cdot(x-1)\cdot(x-3)$



$f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x$

Como vemos en este caso la función no la tenemos factoreada.



Importante: Una función polinómica de grado "n" tiene como máximo "n" raíces reales.

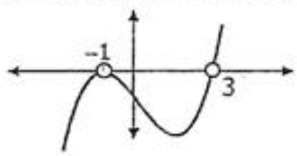
<u>Funciones Polinómicas con raíces múltiples</u>: Cuando factorizamos la función polinómica y nos encontramos con que alguno de los binomios está elevado a una potencia, entonces el número que hace cero a ese binomio es raíz múltiple. Si el binomio está elevado al cuadrado es una raíz doble, si está elevado al cubo es una raíz triple y así sucesivamente.

<u>Ejemplos de funciones polinómicas con raíces múltiples</u>:

$f(x) = (x+1)^2 \cdot (x-3)$

Aquí tenemos:

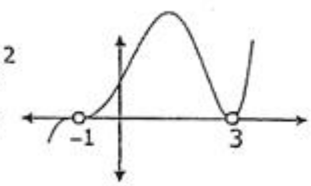
- Raíz doble en "x=-1"
- Raíz simple en "x=3"



$f(x) = (x+1)^3 \cdot (x-3)^2$

Aquí tenemos:

- Raíz triple en "x=-1"
- Raíz doble en "x=3"



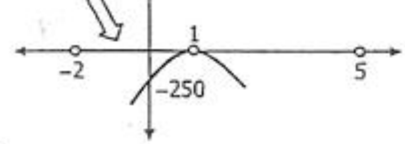
<u>Importante</u>: Como podemos ver en los gráficos anteriores, las raíces múltiples pares, en el gráfico son tangentes al eje "x" es decir que de ambos lados de la raíz la función es del mismo signo o sea, es siempre positiva o siempre negativa. En cambio en las raíces múltiples impares la función "atraviesa" al eje "x" o sea, a ambos lados de la raíz, la función tiene distinto signo. O sea, a ambos lados de la raíz múltiple impar la función pasa de ser positiva a negativa o viceversa.

<u>Gráficas aproximadas de funciones polinómicas</u>: Estudiemos la construcción aproximada del gráfico "A partir de las raíces". Si tenemos la función factorizada, conocemos las raíces y el grado de multiplicidad de las mismas. Con ello y con algunas cuentas vamos a trazar la gráfica aproximada.

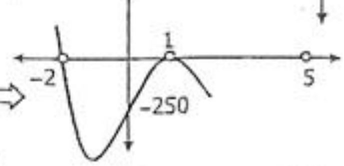
Ejemplo: $f(x) = (x+2)\cdot(x-1)^2\cdot(x-5)^3$

Para ello, probamos en x=0 (que es fácil de calcular)
$\Rightarrow f(0) = (0+2).(0-1)^2 . (0-5)^3 = 2 . 1 . (-125) \Rightarrow f(0)=-250$

En primer lugar veamos la raíz "del medio" x=1, es de grado de multiplicidad par, por lo tanto va a ser tangente al eje "x", la pregunta es si a ambos lados de esa raíz será positiva o negativa la función. $\Longrightarrow$ $\Rightarrow$ Como es raíz doble, a ambos lados de la raíz x=1 la función es del mismo signo (negativa) Esto ya lo podemos ir graficando

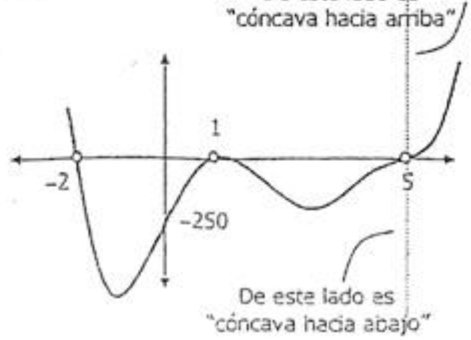


$\Longrightarrow$ Ahora podemos graficar la parte de la raíz simple. Para ello sabemos que en x= −2 (Donde hay una raíz simple) la función pasa de ser negativa a positiva o viceversa, entonces el gráfico aproximado sería: $\Longrightarrow$



$\Longrightarrow$ Por último resta graficar la parte de la raíz triple. Y en este punto hay que tener en cuenta que **en una raíz de grado de multiplicidad impar mayor a 1, la función presenta un cambio de concavidad**, es decir que de un lado de la raíz y del otro, <u>aparte de ser la función de distinto signo, también es de distinta concavidad</u>. Lo graficamos aproximadamente entonces:

De este lado es "cóncava hacia arriba"



De este lado es "cóncava hacia abajo"

Nota: Para hacer el gráfico un poco más exacto habría que reemplazar "x" por valores intermedios entre las raíces en la función para tener otros puntos en el plano.