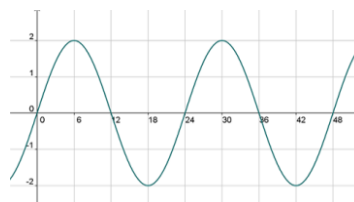
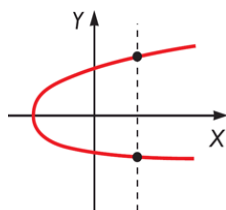
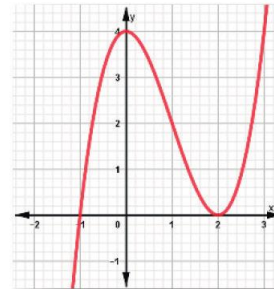
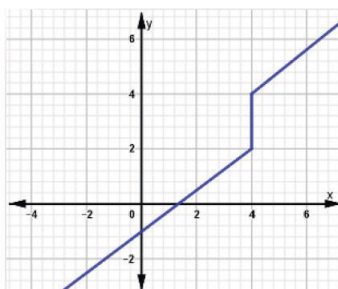
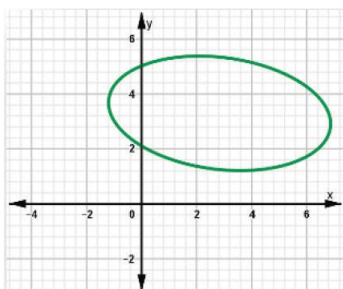
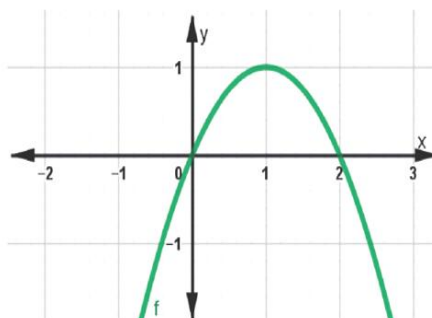
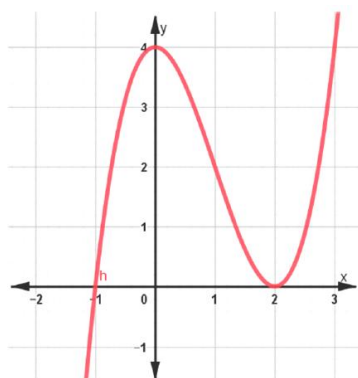


Unidad 2: Funciones

1) ¿Cuáles de las siguientes curvas representan funciones? Justifiquen.



2) Dados los siguientes gráficos, indicar:



- Dominio e imagen.
- Raíces y ordenada al origen.
- Conjuntos de positividad y negatividad.
- Intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Identificar máximos y mínimos.

3) Indicar cuál es el dominio de las funciones dadas por:

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| a) $f(x) = 3x - 1$ | d) $f(x) = \frac{2x}{x + 2}$ |
| b) $f(x) = \sqrt{x + 1}$ | e) $f(x) = x \cdot \sqrt{x}$ |
| c) $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$ | f) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ |

4) Determinar si las siguientes funciones son pares, impares o ninguna de las opciones:

- | | | |
|---------------------|-------------------|-----------------|
| a) $f(x) = x^2$ | b) $f(x) = x + 1$ | c) $f(x) = x^3$ |
| d) $f(x) = x^3 - x$ | e) $f(x) = x$ | |

- 5) En cada caso, calcular, si es posible: $f(2)$, $f(0)$, $f(-1)$, $f(4)$, y decir cuál es el dominio de la función f :

$$f(x) = -3x + 2$$

$$f(x) = -x^3 + x^2 - 2x + 4$$

$$f(x) = x^2 + 2x - 5$$

$$f(x) = \frac{3}{x-4}$$

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{3x+2}}$$

- 6) Tres de los siguientes pares ordenados pertenecen al gráfico de la función $y = 3x^2 + 2$. Indiquen cuáles son:

$$A = (1;5)$$

$$B = (2;8)$$

$$C = (-2;14)$$

$$D = \left(\frac{1}{3}; \frac{7}{3}\right)$$

$$E = (0;3)$$

- 7) Dada la siguiente función por tramos, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{si } x > 1 \\ x - 4 & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$$

Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F):

$$a) f(2) = 9$$

$$b) f(0) = 1$$

$$c) f(-1) = -5$$

$$d) f(-4) = 0$$

- 8) ¿Para qué valor de x las funciones $y = x^2$ e $y = 2x - 1$ toman el mismo valor?

$$a) 0$$

$$b) 1$$

$$c) -1$$

$$d) \pm 1$$

$$e) \text{ninguna}$$

Funciones lineales

9)

- Escriban la ecuación general que caracteriza al tipo de funciones llamadas funciones lineales
- ¿A qué llamamos pendiente?
- ¿Qué significa que dos rectas tengan la misma pendiente?
- Analicen ejemplos y dibujen gráficos en los que la pendiente sea:

i) Positiva

ii) Negativa

iii) Cero

¿Cómo es el crecimiento de la función en cada caso?

- ¿Qué representa la ordenada al origen? Indiquen cuál es el valor de la ordenada y la pendiente en los siguientes ejemplos:

i. $y = 5x + 1$

ii. $y = -\frac{2}{3}x + 3$

iii. $y = \frac{4}{3}x - \frac{7}{8}$

iv. $y = -x + 1$

- 10) Despejen y , indiquen la pendiente y la ordenada al origen de cada recta y grafiquen (sin construir tabla de valores):

$$a) 3x + 7y = 5$$

$$c) -2y = x$$

$$e) 4x + 2y - 7 = 0$$

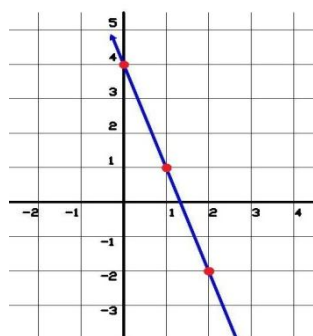
$$b) 2x - 3y = 6$$

$$d) y = \frac{x+y}{2}$$

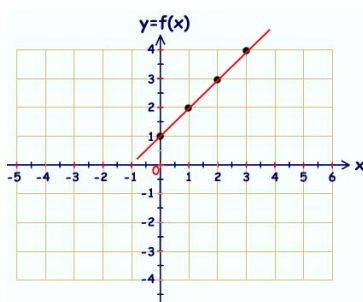
$$f) 4 - y = 0$$

- 11) Representen gráficamente la función $f(x) = \frac{1}{2}x + 1$.
- En el mismo sistema cartesiano dibujen dos funciones que tengan la misma pendiente que $f(x)$ y cuyas ordenadas al origen sean 0 y -2, respectivamente. ¿Cómo son las dos rectas que dibujaron?
 - Dibujen dos funciones que tengan la misma ordenada al origen que $f(x)$ y cuyas pendientes sean 2 y -1, respectivamente. ¿Qué fórmula las representa?
- 12) Dibujen en el mismo sistema cartesiano la función $g(x) = 3x + 1$ y $h(x) = -\frac{1}{3}x - 2$, tomando igual escala en ambos ejes.
Calculen el producto de las pendientes de $g(x)$ y $h(x)$:
Las dos rectas se cortan en un punto determinando cuatro ángulos que miden.....
Por lo tanto, las rectas son.....
Saquen conclusiones y traten de enunciar una propiedad que explique lo que observaron.
- 13) Dibujen, en cada caso, una recta que pase por el origen y que además cumpla que:
- Por cada unidad que aumenta la abscisa (eje x), la ordenada (eje y) aumente siempre una unidad y media;
 - por cada 2 unidades que aumenta la abscisa, la ordenada disminuya 3 unidades;
 - al aumentar la abscisa, la ordenada no se modifique.
- 14) Hallen la ecuación de la recta que pasa por $(-\frac{3}{4}, -\frac{1}{2})$ y es paralela a la recta cuya ecuación es $2x + 5y = 1$
- 15) Dados los siguientes gráficos de funciones lineales, determinar la pendiente y la ordenada en cada caso. Escribir la ecuación correspondiente en cada caso:

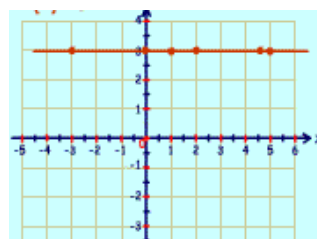
a)



b)



c)



- 16) Hallar, si existe, el punto de corte de las siguientes rectas:

$$y = \frac{x + 5}{3}$$

$$y = \frac{x}{3} - 1$$

¿Son rectas paralelas o perpendiculares?

- 17) Encuentre el valor de k tal que la recta $kx - 2y = 18$ sea:

- Perpendicular a la recta $y = 6x - 3$
- Paralela a la recta $y = 3x + 4$
- Perpendicular a la recta $3x + 2y = 12$

Funciones cuadráticas

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

18) Para cada una de las siguientes funciones:

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g(x) = -2x^2 + 4x$$

$$h(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$m(x) = -x^2 + 2x - 3$$

$$t(x) = x^2 + x - 6$$

$$s(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

- Indiquen los valores de los coeficientes a, b y c.
- Hallen las coordenadas del vértice
- Hallen los ceros de la función
- Dibujen las gráficas de cada una de ellas.

19) Consideren las funciones:

$$f(x) = 3x^2 \quad \text{y} \quad g(x) = -\frac{1}{5}x^2$$

y para cada una:

- Indiquen los valores de los coeficientes a, b y c.
- Indiquen, sin graficarlas, hacia dónde se dirigen las ramas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y si la ordenada del vértice es un máximo o un mínimo.

20) Hallen la fórmula polinómica de la función correspondiente al desplazamiento de $f(x) = x^2$ según se indica en cada caso:

- 3 unidades hacia arriba
- 2,5 unidades hacia la izquierda
- 1,5 unidades hacia abajo y 1 unidad hacia la derecha.

21) Indiquen cuál fue el desplazamiento aplicado a la función $f(x) = x^2$ para obtener cada una de las siguientes fórmulas:

$$g(x) = (x - 5)^2 \quad t(x) = x^2 + 2,5 \quad h(x) = (x + 4)^2 - \frac{7}{2}$$

22) Grafiquen cada una de las funciones del problema anterior, aplicando los desplazamientos correspondientes al gráfico de $f(x) = x^2$. Señalen en cada gráfico el vértice y el eje de simetría y expresen cada fórmula en forma polinómica.

23) Completar la tabla y realizar la gráfica aproximada de las siguientes funciones cuadráticas:

Parábola	Datos para la gráfica
$y = 2x^2 - 8x + 6$	Eje de simetría: $x = \dots\dots$ V = (;) $f(0) = \dots\dots$ Raíces: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$
$y = -3x^2 + 12x + 15$	Eje de simetría: $x = \dots\dots$ V = (;) $f(0) = \dots\dots$ Raíces: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$
$y = 5(x-1)^2 - 8$	Eje de simetría: $x = \dots\dots$ V = (;) $f(0) = \dots\dots$ Raíces: $x_1 = \dots\dots\dots$ $x_2 = \dots\dots\dots$

24) Completar la tabla:

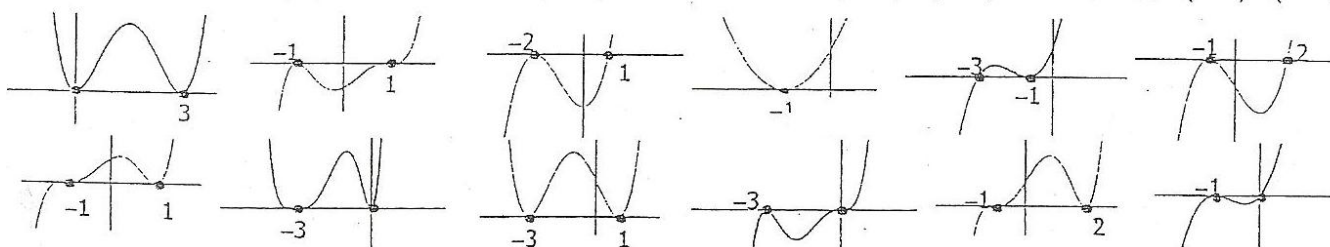
a (coeficiente principal)	Vértice	Ecuación de la parábola
2	(2; -3)	Forma canónica: $y=$ Forma factorizada: $y=$ Forma polinómica: $y=$
-1	(-1/2; 1)	Forma canónica: $y=$ Forma factorizada: $y=$ Forma polinómica: $y=$
3/4	(0; 4/5)	Forma canónica: $y=$ Forma factorizada: $y=$ Forma polinómica: $y=$
-1/2	($\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$)	Forma canónica: $y=$ Forma factorizada: $y=$ Forma polinómica: $y=$

Función Polinómica

25) Definir una función polinómica de tercer grado, cuyas raíces sean 2, 3 y -1. ¿Se pueden definir más de una función con estas raíces? Si es así, escribir dos funciones más.

26) Asociar cada una de las siguientes funciones con el gráfico que la representa, en función de sus raíces:

15) $P(x) = (x-1)^2 \cdot (x+3)^2$ 18) $P(x) = x^2 \cdot (x+3)^4$ 21) $P(x) = (x+1)^2 \cdot (x-1)^3$ 24) $P(x) = x^2 + 2x + 1$
16) $P(x) = x^3 \cdot (x+3)^2$ 19) $P(x) = (x+1)^3 \cdot (x-2)^2$ 22) $P(x) = x^2 \cdot (x-3)^2$ 25) $P(x) = (x-1) \cdot (x+2)^2$
17) $P(x) = (x+1)^2 \cdot (x+3)$ 20) $P(x) = x \cdot (x+1)^2$ 23) $P(x) = (x-1)^2 \cdot (x+1)^3$ 26) $P(x) = (x+1)^2 \cdot (x-2)$



Para cada una de las funciones anteriores:

- Indicar el grado de cada función y el grado de multiplicidad de cada raíz.
- Escribir el dominio e imagen de cada una de las funciones anteriores
- Escribir intervalos de positividad y negatividad

27) Graficar las siguientes funciones. Determinar, intervalos de positividad y negatividad e intersección con los ejes. Expresar sus ecuaciones en forma factorizada.

$$f(x) = -2x^3 - x^2 + 13x - 6$$

$$k(x) = 4x^2 + 14x - 8$$

$$g(x) = x^6 - 8x^4 + 16x^2$$

$$l(x) = -\frac{1}{3}x^4$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{4}\right)(x+1)(x+5)^2$$

$$m(x) = 2x^4 - 9x^3 + 9x^2 + x - 3$$

$$i(x) = -x^3 + x^2 + 5x + 3$$

$$n(x) = 2(x-1)(x+1)x^3$$

$$j(x) = 2x^3 - 2x^2 - 10x - 6$$

28) Determinar el valor de C para que la curva de ecuación $y = x^3 - 6x^2 + 12x - C$ contenga al punto (3,1)

29) Determinar la ecuación polinómica de la función que cumple con las siguientes condiciones:

- Es de grado 3, tiene como raíz doble al valor $x = 5$, su coeficiente principal es 2 y contiene al punto $(-4, 1)$

30) Luego de una operación, el peso de un animal (kg) varía en función del tiempo (meses).

Los primeros cuatro meses posteriores a la intervención se modelizan bajo la siguiente ecuación

$$f: [0,4] \rightarrow \mathbb{R} / f(t) = -x^4 + 8x^3 - 19x^2 + 12x$$

entendiendo como cero de función el peso habitual del animal previo a la intervención.

Responder:

- ¿Para qué períodos de tiempo el animal se encuentra por encima de su peso normal?
- ¿En qué momento su peso es el mismo al habitual?
- Si el peso del animal previo a la intervención era de 35 kg, ¿Cuánto pesa un mes y medio después?

Funciones racionales

31) Factorizar, hallar dominio, asíntotas y graficar en forma aproximada las funciones siguientes:

a. $f(x) = \frac{1}{x+1}$

b. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$

c. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$

d. $f(x) = \frac{1}{x^3-x} + 2$

e. $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+4} + 1$

f. $f(x) = \frac{2x+5}{x+3}$