

# 题目讲解

- 设计一个队列
- 支持：出队，入队，求最大元素
- 要求 $O(1)$
- 均摊分析
- 要点：新开一个辅助队列，维持其单调性

# 题目讲解

- 给定一个正整数数组 $a$ ，是否能以3个数为边长构成三角形？
- 即是否存在不同的 $i, j, k$ ,
- 满足  $a[i] < a[j] + a[k]$
- 并且  $a[j] < a[i] + a[k]$
- 并且  $a[k] < a[i] + a[j]$
- 要点：假设 $a[i] < a[j] < a[k]$ , 不等式如何化简？

# 题目讲解

## Leetcode 152 Maximum Product Subarray

- 要点：
- $A*B \sim \lg(A*B) = \lg(A) + \lg(B)$
- 积化和，注意正负号

# 必知必会的数据结构

Ben

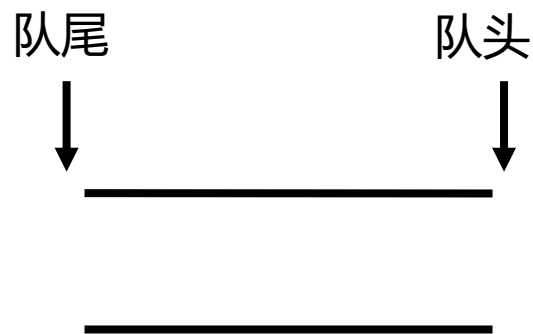
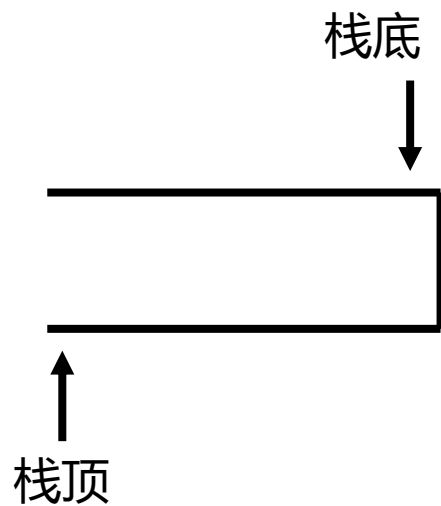
# Outline

- 栈和队列
- 数据结构——平衡的艺术
  - 哈希表
  - 布隆过滤器

# 栈和队列：定义

- 存放数据的线性表
- 操作：入栈/队列、出栈/队列、判断满/空
- 空间复杂度： $O(n)$
- 单次操作时间复杂度： $O(1)$
- 区别
  - 先进后出 ( FILO, First In Last Out )
  - 先进先出 ( FIFO, First In First Out )

# 栈和队列：定义



# 栈和队列：实现

- 数组和链表皆可（线性表）
- 指针（辅助变量）
  - 栈顶/底指针
  - 队头/尾指针
- 关键：出入元素的同时移动指针



# 栈的应用：括号匹配检测

- 括号、引号等符号是成对出现的，必须相互匹配
- 设计一个算法，自动检测输入的字符串中的括号是否匹配
- 比如：

- {}[([])]

匹配

- [()]

不匹配

- (())

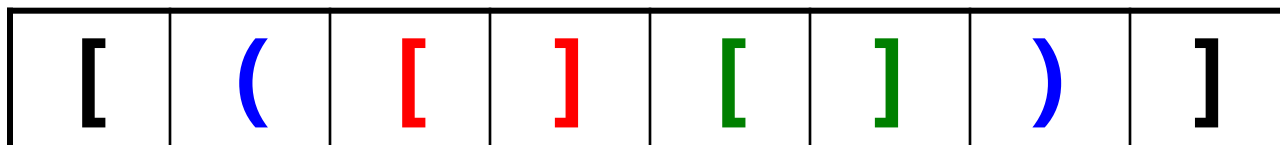
不匹配

[ ( [ ] [ ] ) ]

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

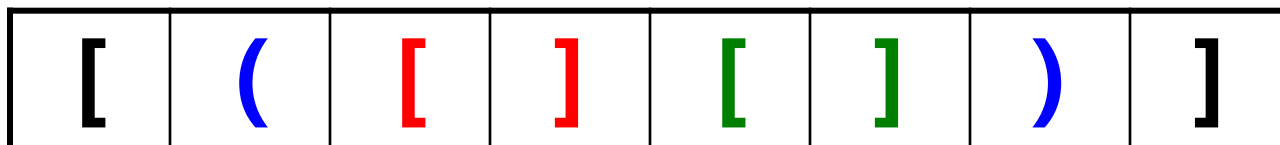


当前是[，期待一个]

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

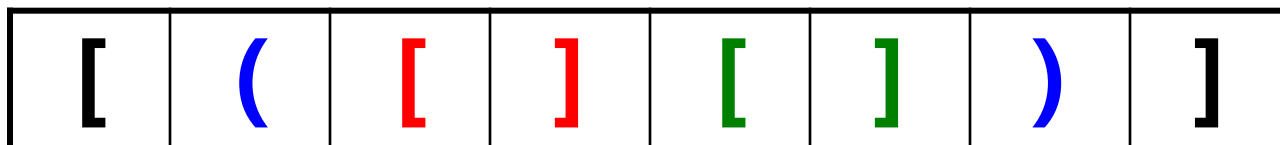


当前是(，和刚才的[不匹配，说明相匹配的符号还在右边，继续扫描

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

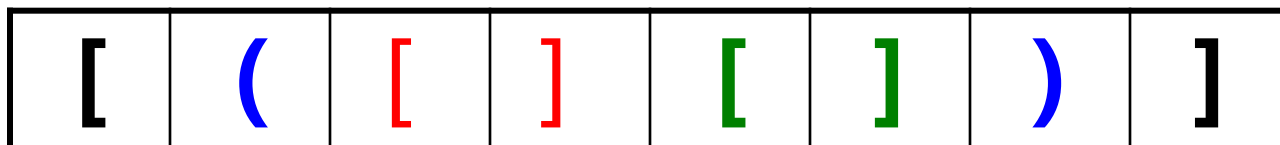


当前是[，和刚才的(不匹配，说明相匹配的符号还在右边，继续扫描

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

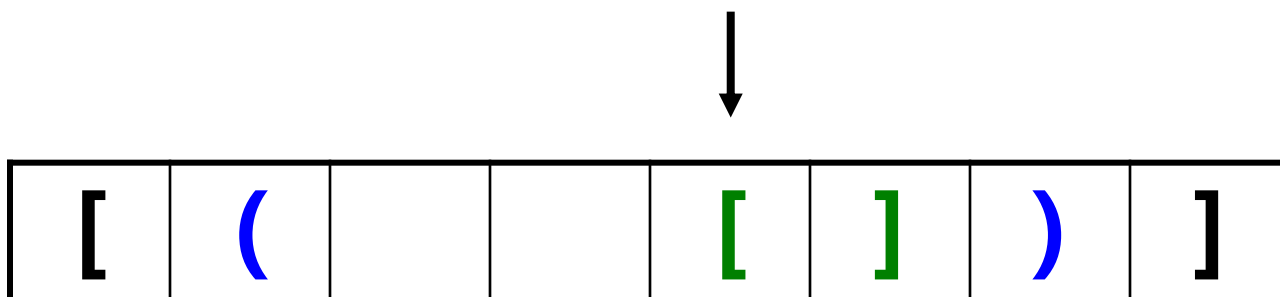


当前是]，和刚才的[正好一对，可以从字符串中“删去”不考虑了

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

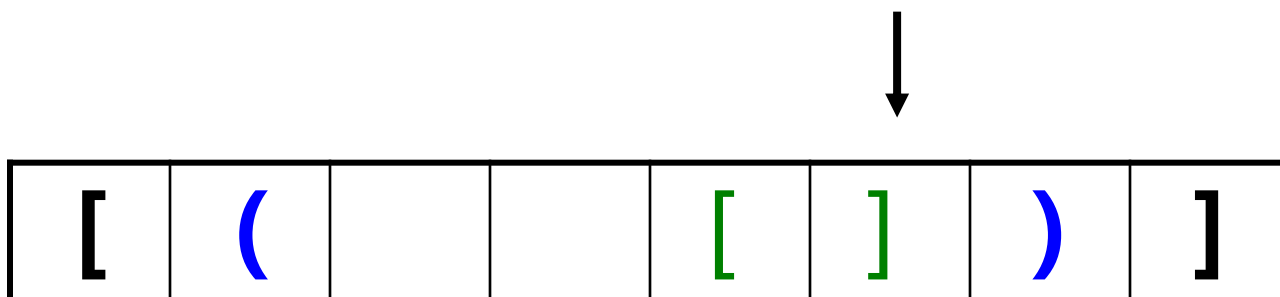


当前是[，目前最近的一个是(，不匹配，继续扫描

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串

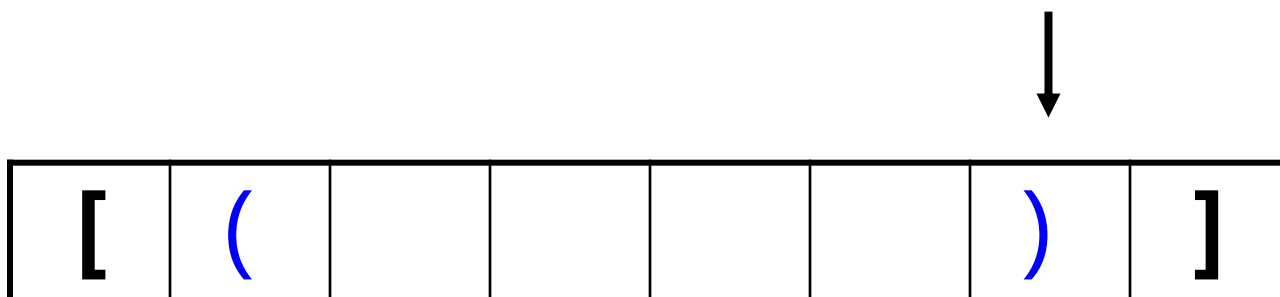


当前是]，和刚才的[正好一对，可以从字符串中“删去”不考虑了

# 栈的应用：括号匹配检测

思考

- 从左向右扫描字符串



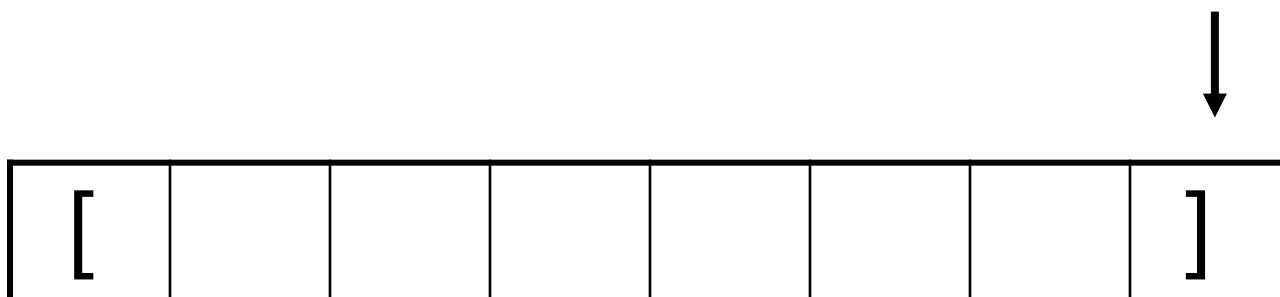
当前是)，目前最近的一个是(，正好一对，可以从字符串中“删去”不考虑了



# 栈的应用：括号匹配检测

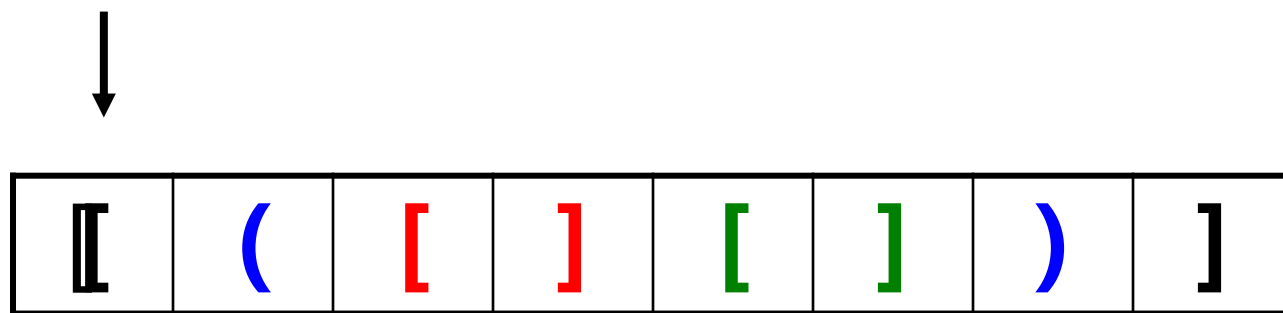
## 思考

- 从左向右扫描字符串



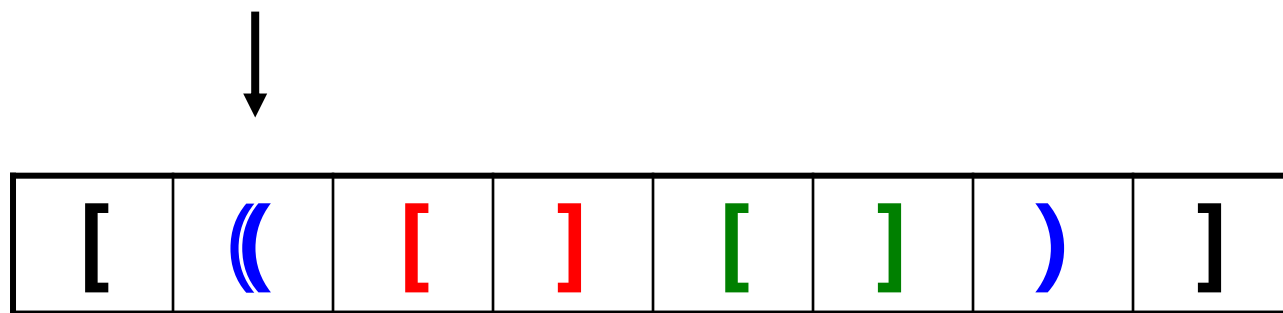
当前是]，目前最近的一个是[，正好一对，可以从字符串中“删去”不考虑了，此时左右的括号都匹配成功

# 栈的应用：括号匹配检测



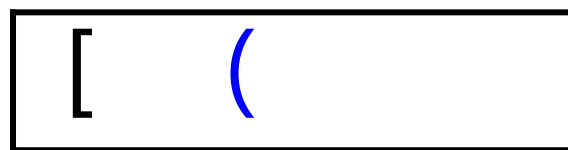
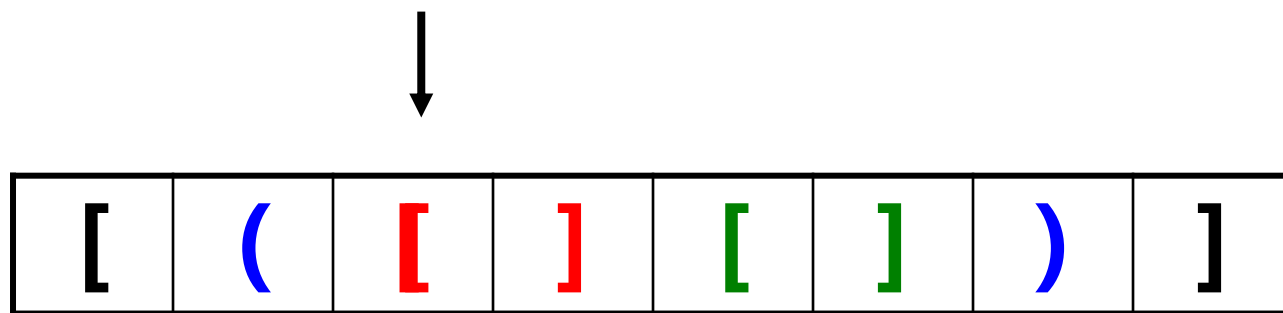
栈为空，  
当前字符直接入栈

# 栈的应用：括号匹配检测



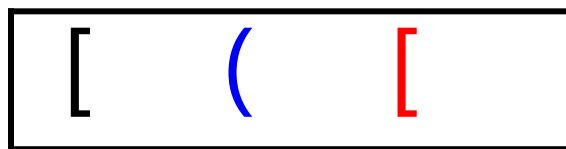
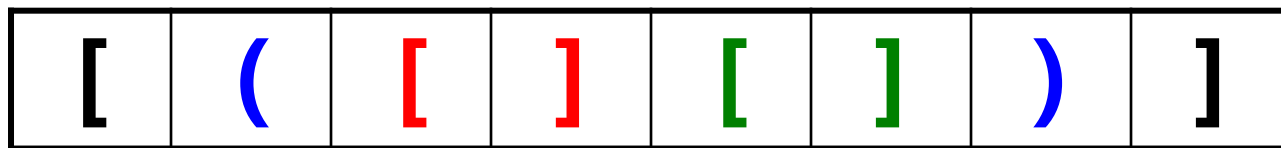
栈顶字符和当前字符不匹配，  
当前字符入栈

# 栈的应用：括号匹配检测



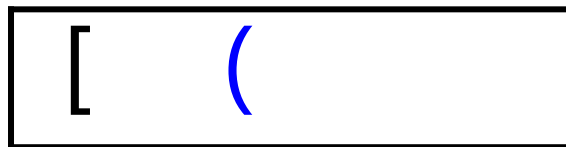
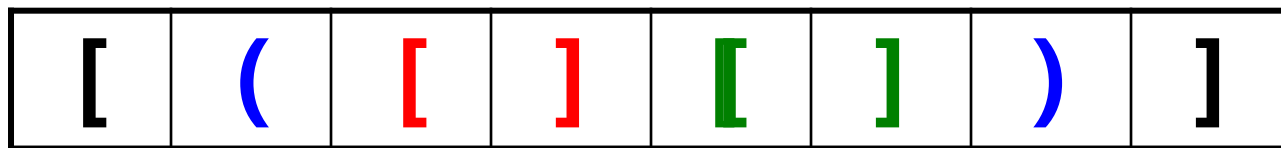
栈顶字符和当前字符不匹配，  
当前字符入栈

# 栈的应用：括号匹配检测



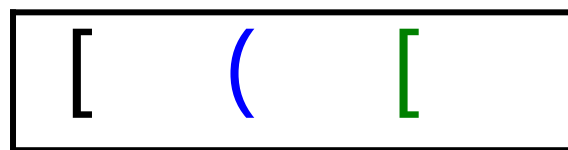
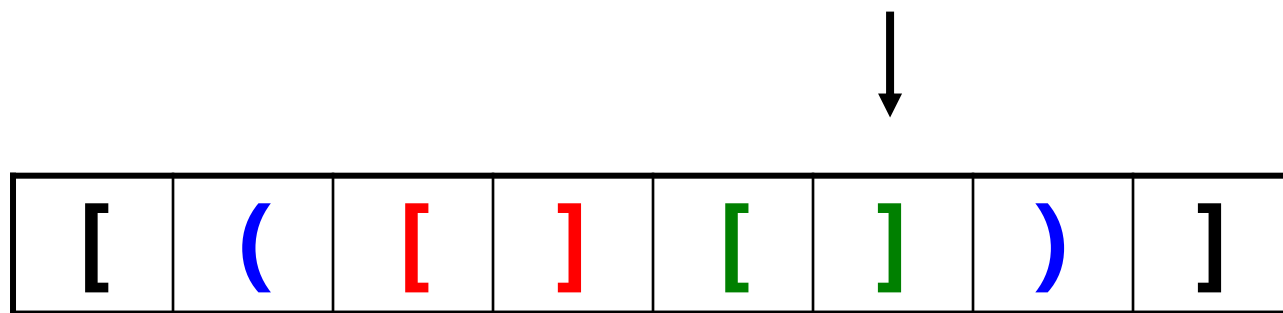
栈顶字符和当前字符匹配，  
弹出栈顶字符

# 栈的应用：括号匹配检测



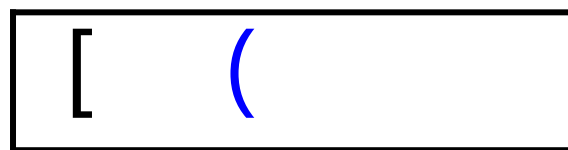
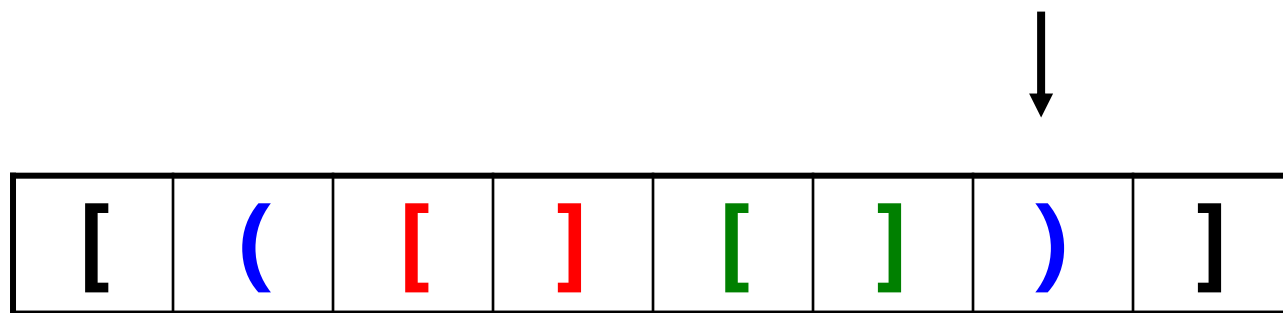
栈顶字符和当前字符不匹配，  
当前字符入栈

# 栈的应用：括号匹配检测



栈顶字符和当前字符匹配，  
弹出栈顶字符

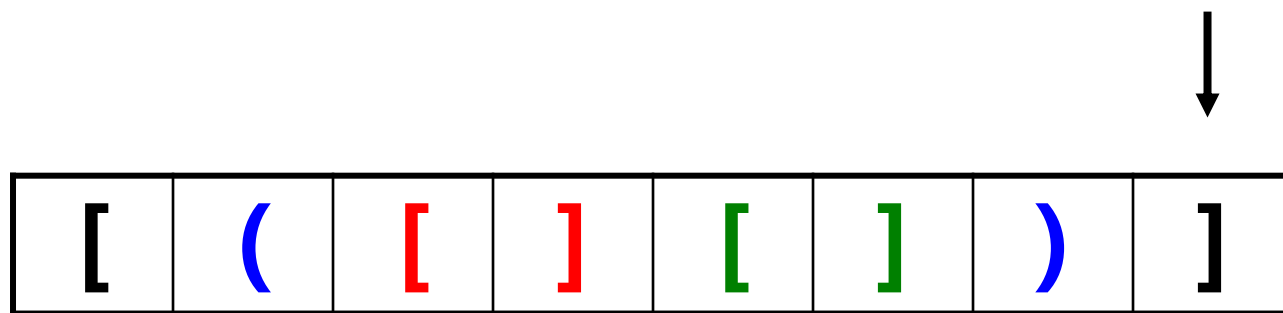
# 栈的应用：括号匹配检测



栈顶字符和当前字符匹配，  
弹出栈顶字符



# 栈的应用：括号匹配检测



栈顶字符和当前字符匹配，  
弹出栈顶字符

# 栈的应用：作业题

- Leetcode 394 Decode String

# 栈的应用：模拟系统栈

```
int F(int n) {  
    if (n <= 1)  
        return 1;  
    return n * F(n - 1);  
}
```

```
do {  
    if (!back) {  
        if (n <= 1) {  
            back = true, ret = 1;  
            continue;  
        }  
        n进栈;  
        --n;  
    } else { ret *= 出栈 ; }  
} while (栈不为空);
```

# 栈和队列的应用：作业题

- 设计一个队列/栈
- 支持：出，入，求最大元素
- 要求所有操作 $O(1)$
- 一个例子：
- 3 in, 4 in, 2 in, 5 in, out, out, 6 in, out, out, out
- Leetcode 155. Min Stack

# 哈希表：定义

- 存放数据的集合
- 操作：根据 ( **Key, Value** ) 进行  
插入，查找，删除（可以没有）
- 空间复杂度： $O(m)$
- 单次操作时间复杂度： $O(1)$
- 本质：Key的索引

# 哈希表：例题

- 给出 $n$ 个 $[0, m)$ 范围内的整数，去重
- 快速排序
  - 期望时间复杂度  $O(n \log n)$
  - 附加空间复杂度  $O(1)$
- 计数（基数）排序
  - 时间复杂度  $O(n + m)$  超越比较排序下限
  - 附加空间复杂度  $O(m)$

# 哈希表：思考

- 若  $n \ll m$  , 计数排序的大量空间被浪费
- 只需判断是否出现过, 优化?
- 将 **Key** 区间  $[0, m)$  映射到  $[0, p)$
- $H(\text{key}) = \text{key} \bmod p$
- 若  $m > p$ , 多对一的映射方式

# 哈希表：实现

- 处理冲突 ( Key, Value )
  - 开放地址法 ( 数组 )
  - 拉链法 ( 数组+链表 )
- 负载率 = 已有元素大小 / 存储散列大小
- 最坏情况？
- 哈希函数设计



# 哈希表应用：字符串匹配

- 设字符串A= '12314123'
- 求 '123' 在A中出现的次数
- 不会写KMP又想要O(n)肿么办？
- $$\text{Key}('123') = '1' * 10^2 + '2' * 10 + '3' * 1$$
$$= 123$$
- $A' = [123, 231, 314, \dots, 123]$

# 哈希表应用：字符串匹配

- Key相等时Value有可能不同
- 每次比较Value也是不小的开销，特别是Value可能很大
- 不考虑Value将产生错误率（错误率换时间）
- 多重哈希（降低错误率）

# 哈希表：麻烦的删除

- 能否直接删除哈希表中的元素？
- 考虑两种不同的实现方式
- 硬删除 vs 软删除

# 哈希表：思考题

- 设计一个动态平衡的哈希表
- 动态平衡
  - 负载率高  $\rightarrow$  增大哈希表空间
  - 负载率低  $\rightarrow$  减小哈希表空间
- 正确性测试+压力测试

# 哈希表：作业题

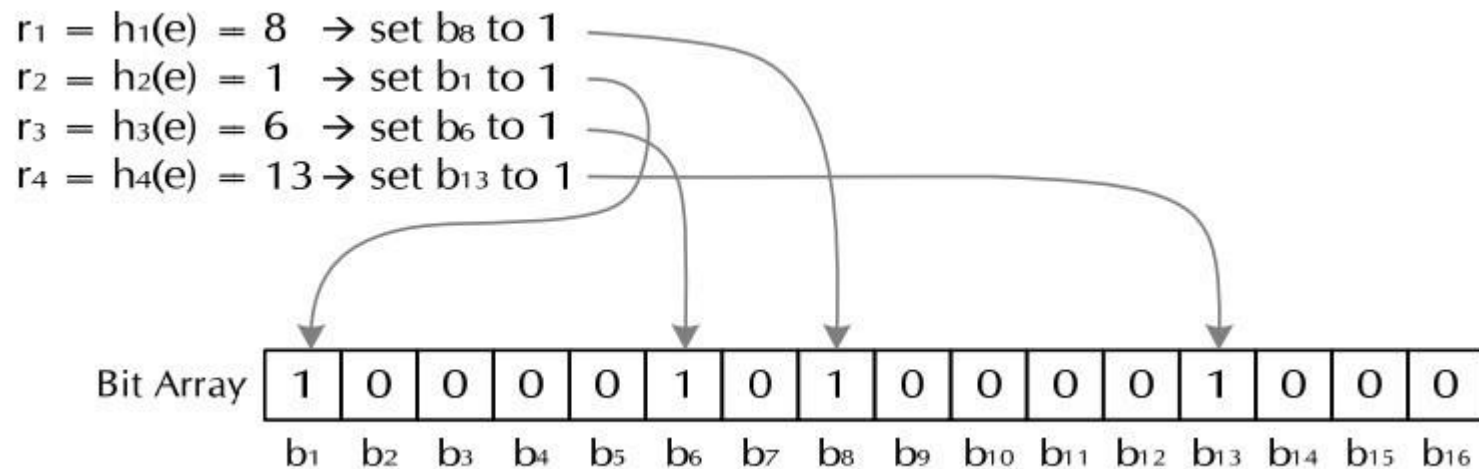
- Leetcode 128. Longest Consecutive Sequence

# 布隆过滤器：定义

- 判断一个字符串是否出现过的数据结构
- 假设有1亿个字符串，需要多少空间建立Hash索引？
- $1\text{亿} * 8 / \text{负载率} =$
- 哈希表  $\rightarrow$  空间换时间
- 布隆过滤器  $\rightarrow$  错误率换空间

# 布隆过滤器：实现

- 由01的数字序列构成
- 插入：多个不同hash函数计算Key，置1
- 查找：有一个为0不可能存在，全为1可能存在
- 空间？



# 布隆过滤器：优缺点

- 优点
  - 时间和空间
  - 多个hash函数可并行
  - 交差并（位运算）
- 缺点
  - 错误率随着负载率上升而上升
  - 无法删除



# 布隆过滤器：思考题

- 错误率推导
- 如何进一步优化空间？（位操作）