算法初步

Ben

课程说明

- 课后作业
  - Leetcode题
  - https://leetcode.com/problemset/algorithms/
  - 下一次课前15分钟讲解

Why ?

- 应用：机器学习、数据挖掘、自然语言处理、图形学等
- 研究：时空复杂度等
- 找工作：贪心、分治、动态规划、树、图等
- 考验代码能力（重点）

What ?

- 大象放进冰箱
- 有穷性

  必须在人类毁灭前结束
- 确定性

  老板，便宜一点（一点是多少）
- 可行性

  造个飞碟
- 输入&输出

How ?

- 穷举（万能算法）

  求N个数的全排列

  8皇后问题

- 分而治之（减而治之）

  二分查找——减而治之

  归并排序——分而治之

How ?

- 贪心
  - 最小生成树 Prim, Kruskal
  - 单源最短路 Dijkstra
- 动态规划
  - 背包
  - 士兵路径

复杂度

- 谈算法不谈复杂度=耍流氓
- 硬件发展，速度提升、内存提升（常数级）
- 在实现之前，我们要预估算法所需要的资源
  - 时间
  - 空间

复杂度

- 时空复杂度

  使用大O记号（最坏情况，忽略系数）

  时间：基本操作次数（汇编指令条数）

  空间：占用内存字节数

  区别：空间可以再利用

  时空互换（Hash表）

复杂度

- $O(1)$

  基本运算，+，-，*，/，%，寻址

- $O(\log n)$

  二分查找

- $O(n^{1/2})$

  枚举约数

复杂度

- $O(n)$

  线性查找

- $O(n^2)$

  朴素最近点对

- $O(n^3)$

  Floyd最短路

  普通矩阵乘法

复杂度

- $O(n\log n)$

  归并排序

  快速排序的期望复杂度

  基于比较排序的算法下界

- $O(2^n)$

  枚举全部的子集

复杂度

- O(n!)

  枚举全排列

- 总结：

  优秀 $O(1) < O(\log n) < O(n^{1/2}) < O(n) < O(n\log n)$

  可能可以优化 $O(n^2) < O(n^3) < O(2^n) < O(n!)$

复杂度

- 常见时间复杂度分析方法

  输入输出

  数循环次数

  均摊分析

均摊分析

- 多个操作，一起算时间复杂度

  MULTIPOP的队列，可以一次性出队k个元素

  每个元素只出入队列一次

  动态数组尾部插入操作（vector）

  一旦元素超过容量限制，则扩大一倍，再复制

Leetcode热身

- Leetcode 121. Best Time to Buy and Sell Stock
- Easy难度
  - 读题理解题意　5分钟
  - Coding　　10分钟
  - 提交到AC　　5分钟

最大子数组和

- 给定数组a[1...n]，求最大子数组和，即找出1<=i<=j<=n，使a[i]+a[i+1]+...+a[j]最大
- 介绍三个算法

  暴力枚举 $O(n^3)$

  优化枚举 $O(n^2)$

  贪心法 $O(n)$

暴力枚举

- 暴力枚举：三重循环

```
for i ← 1 to n
    for j ← i to n
        sum ← a[i]+..+a[j]
        ans ← max(ans, sum)
```

时间复杂度 $O(n^3)$ 附加空间复杂度 $O(1)$

优化枚举

- 优化枚举：两重循环

```
for i ← 1 to n
    sum ← 0
    for j ← i to n
        sum ← sum + a[j]
        ans ← max(ans, sum)
```

时间复杂度 $O(n^2)$ 附加空间复杂度 $O(1)$

继续优化

- 哪些运算是不需要的？

sum ← 0　　ans ← 0

for i ← 1 to n

　　sum ← sum + a[i]

　　ans ← max(sum, ans)

　　if (sum < 0) sum ← 0

时间复杂度 O(n) 附加空间复杂度 O(1)

思考题1

- 设计一个队列
- 支持：出队，入队，求最大元素
- 要求O(1)
- 均摊分析

思考题2

- 给定一个正整数组a，是否能以3个数为边长构成三角形？
- 即是否存在不同的i，j，k，
- 满足 a[i] < a[j] + a[k]
- 并且 a[j] < a[i] + a[k]
- 并且 a[k] < a[i] + a[j]

作业题

Leetcode 152 Maximum Product Subarray