Aufgabe 1.2 3 Punkte

Geben Seien die Mengen $M_1, \dots, M_5$. Geben Sie jeweils die Potenzmengen, sowie deren Größe an:

a) $M_1 = \{1\}$

b) $M_2 = \{0,1\}$

c) $M_3 = \{a,b,c,\dots,z\}$

d) $M_4 = \emptyset$

e) $M_5 = \{\emptyset\}$

f) $M_6 = \mathbb{N}$

P(M1) = {{},{1}} Größe: 2
P(M2) = {{}, {0}, {1},{0,1}} Größe: 4
P(M3) = {{}{a},{b},{a, b},{a, b, c},…} Größe: 2^26
P(M4) = {{}} Größe: 1
P(M5) = {{}, {{}}} Größe: 2
P(M6) = {{},{1},{2}{12},…} Größe: ∞

Aufgabe 1.3 2 Punkte

Sei $X = \{a,b\}$ und $Y = \{1,2,3\}$. Bestimmen Sie folgende Produktmengen:

a) $X \times Y$

b) $Y \times X$

c) X^3

a) X x Y = {(a,1),(a,2),(a,3),(b,1),(b,2),(b,3)}
b) Y x X = {(1,a),(1,b),(2,a),(2,b),(3,a),(3,b)}
c) X^3 = {(aaa),(aab),(aba),(abb),(baa),(bab),(bba),(bbb)}

Aufgabe 1.4 2 Punkte

Welche der folgenden Funktionen sind injektiv, surjektiv, oder bijektiv? Begründen Sie Ihre Entscheidung.

a) $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}, z \mapsto z^2$

b) $g : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, n \mapsto 5n$

c) $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, r \mapsto 5r$

d) $j : \mathbb{N} \to \{0,1\}, n \mapsto n \bmod 2$ ($j(n)$ ist also Rest von n bei der Division durch 2)

a) nüschte, negative y werte werden nicht abgebildet. Für 2 x werte 1 y wert.
b) injektiv: Nur auf jeden 5. x-Wert wird ein y-Wert abgebildet, da es nur im Bereich der natürlichen zahlen ist.
c) surjektiv,injektiv, bijektiv: Es existiert für jeden x wert genau einen y wert.
d) surjektiv: alle x werte werden immer genau auf einen der beiden y werte abgebildet, da mehrere x Werte auf einen y wert abgebildet werden ist es nicht injektiv.

Teilaufgabe 1.6.1 3 Punkte

a) Wenn $4 < 3$ dann ist 5 eine Primzahl

b) Wenn $4 < 3$ dann ist 4 eine Primzahl

c) Wenn $4 > 3$ dann ist 5 eine Primzahl

d) Wenn $4 > 3$ dann ist 4 eine Primzahl

e) $5 > 9$ genau dann, wenn $3 > 4$

f) $3 < 4$ oder $3 = 4$

g) Entweder $5 > 9$ oder $3 > 4$

h) Entweder gilt nicht $5 > 9$ oder es gilt $3 > 4$

i) Der Esel ist ein Schaf genau dann, wenn das Pferd ein Vogel ist.

a) Wahr
b) Wahr
c) Wahr
d) Falsch
e) Wahr
f) Wahr
g) Falsch
h) Wahr
i) Wahr

Aufgabe 1.11 2 Punkte

Seien $P(x)$: „x studiert WIN“ und $Q(x)$: „x hat die AIN-SPO gelesen“ für $x \in S = \{x \mid x \text{ studiert an der HTWG}\}$. Drücken Sie die folgenden Sätze mit Hilfe von Quantoren als logische Aussageform aus. Verwenden Sie als Domäne für Ihre Quantoren die Menge S.

a) Es gibt mindestens einen Studierenden an der HTWG, der WIN studiert oder die AIN-SPO gelesen hat.

b) Es gibt mindestens einen Studierenden an der HTWG, der die AIN-SPO nicht gelesen hat und nicht WIN studiert.

c) Jeder Studierende der HTWG studiert entweder WIN oder hat die AIN-SPO gelesen.

d) Für alle Studierenden der HTWG gilt: wenn der Studierende WIN studiert, dann hat er die AIN-SPO gelesen.

a) ∃ x∈s | P(x) ∨ Q(x)
b) ∃ x∈s | ¬P(x) ∧ ¬Q(x) = ¬ (P(x) ∨ Q(x))
c) ∀x∈s | P(x) ⊕ Q(x)
d) ∀x∈s | P(x) ⇒Q(x)

Aufgabe 1.9 Partyplanungen

Teilaufgabe 1.9.1 4 Punkte

David hat seine Freund:innen Alice, Bob und Charlie zum Geburtstag eingeladen. Alice will nicht kommen, wenn Bob nicht kommt. Bob und Charlie kommen beide oder kommen beide nicht. Aber Charlie sagt: „Wenn Alice und Bob beide nicht kommen, dann komme ich.“

Wer von den dreien wird unter diesen Bedingungen tatsächlich zur Geburtstagsfeier erscheinen?

Beantworten Sie die Frage, indem Sie die folgenden Teilaufgaben lösen:

a) Verwenden Sie die Aussagen A : Alice kommt, B: Bob kommt und C : Charlie kommt, um die Bedingungen der drei als komplexe logische Aussagen aufzuschreiben. (**1 Punkt**)

b) Erstellen Sie eine Wahrheitstabelle, in der die Zeilen alle möglichen Kombinationen von Werten für A, B, C enthalten und die Spalten die Bedingungen darstellen. (**2 Punkte**)

c) Macht eine Kombination von Werten für A, B, C alle Bedingungen wahr? Falls ja, ist dies die Lösung. Übersetzen Sie diese in einen deutschen Satz. (**1 Punkt**)

A	B	C	!B ⇒ !A	B <=> C	!A^!B ⇒ C	
0	0	0	True	True	False	
0	0	1	True	False	True	
0	1	0	True	False	True	
0	1	1	True	True	True	1
1	0	0	false	True	True	
1	0	1	false	False	True	
1	1	0	True	False	True	
1	1	1	True	True	True	1

Alice kann sich frei entscheiden
Bob und Charlie kommen unabhängig von Alice

Teilaufgabe 1.9.2 6 Punkte

„Meiers werden uns heute Abend besuchen", kündigt Herr Müller an. „Die ganze Familie, also Herr und Frau Meier nebst ihren drei Kindern Emma, Georg und Ivana?" fragt Frau Müller bestürzt.

Darauf Herr Müller: „Nein. Aber wir wissen: Wenn Herr Meier kommt, dann bringt er auch seine Frau mit. Mindestens eines der beiden Kinder Ivana und Georg kommen. Entweder kommt Frau Meier oder Emma. Entweder kommen Emma und Georg, oder beide nicht. Und wenn Ivana kommt, dann auch Georg und Herr Meier. So, jetzt weißt du, wer uns heute Abend besuchen wird."

Beantworten Sie, wer die Familie Müller besucht, indem Sie die folgenden Teilaufgaben lösen:

a) Verwenden Sie die Aussagen E : Emma kommt, F: Frau Meier kommt, G : Georg kommt, H : Herr Meier kommt und I : Ivana kommt, um die Bedingungen von Familie Meier als komplexe logische Aussagen aufzuschreiben. (**2 Punkte**)

b) Finden Sie heraus, wer die Familie Müller besucht! (**4 Punkte**)

- **Möglichkeit A**: Brute Force! Verwenden Sie wie oben eine Wahrheitstabelle, in der die Zeilen alle möglichen Kombinationen von Werten für E, F, G, H, I enthalten und die Spalten die komplexen Aussagen, welche die Bedingungen darstellen.
- **Möglichkeit B**: Constraint Satisfaction Problem! Recherchieren Sie, wie Sie Ihr Problem elektronisch lösen (lassen) können. Stellen Sie Ihren Lösungsweg grob dar.

$H \Rightarrow F$	Wenn Herr Meier kommt, kommt auch Frau Meier
$G \vee I$	Entweder kommt Georg oder es kommt Ivana oder beide
$F \oplus E$	Entweder kommt Frau Maier oder Emma
E <=> G	Entweder kommen Emma und Georg oder beide nicht
$I \Rightarrow G$^H	Wenn Ivana kommt, kommen auch Georg und Herr Maier

(H->F) ^ (G v I) ^ ((¬F&E) v (F^¬E)) ^ (E<->G) ^ (I->G&H)

E	G	H	T	U	$((((H \to F) \wedge (G \vee I)) \wedge ((\neg F \wedge E) \vee (F \wedge \neg E))) \wedge (E \leftrightarrow G)) \wedge (I \to (G \wedge H))$													
1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	*0	1	1
1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	*0	1	1
1	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	*0	1	1
1	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	*0	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	*0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	*0	0	0
1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	*0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	*1	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	*0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	0	*0	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	*0	1	0
1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	*0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	*0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	*0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	*0	1	1
0	1	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	*0	1	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	*0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	*0	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	*0	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	*0	0	0
0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	*0	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	*0	1	0
0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	*0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1	0	1	*0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	*0	1	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	*0	1	0
0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	*0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	*0	0	0
0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	*0	1	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	*0	1	0

Es kommen nur Emma und Georg