

Algorithmen und Datenstrukturen  
Klausur WS 2020/21  
Angewandte Informatik Bachelor

Prof. Dr. Oliver Bittel

Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe 1	Fragen zu Graphen	16
Aufgabe 2	AVL-Bäume	9
Aufgabe 3	Algorithmus von Dijkstra	12
Aufgabe 4	Tiefensuchbaum und Artikulationspunkte	15
Aufgabe 5	Prioritätslisten	8
<b>Summe</b>		<b>60</b>

1. Beachten Sie die fettgedruckten Textteile.
2. Viel Erfolg!

## Aufgabe 1 - Fragen zu Graphen (16 Punkte)

Gegeben ist ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit

$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$  und

$E = \{(1, 3), (1, 5), (1, 8), (2, 3), (2, 5), (3, 4), (3, 6), (4, 6), (4, 7), (5, 7), (5, 8), (6, 8), (7, 8)\}$ .

- Zeichnen Sie den Graphen  $G$  und prüfen Sie, ob  $G$  auch tatsächlich 13 Kanten hat. (2 Punkte)
- Geben Sie den **Tiefensuchbaum** an, wenn der Graph mit Tiefensuche mit **Startknoten 7** durchlaufen wird. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die **Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge**. (3 Punkte)
- Ein Graph ist  $k$ -färbbar, wenn sich jedem Knoten eine von  $k$  Farben so zuordnen lässt, dass benachbarte Knoten unterschiedliche Farben haben. Ist der gegebene Graph 3-färbbar (z.B. rot, blau, grün)? Begründen Sie Ihre Antwort. (4 Punkte)
- Ist der gegebene Graph 2-färbbar? Begründen Sie Ihre Antwort. (3 Punkte)
- Eine Hamilton-Tour ist ein Zyklus, bei dem jeder Knoten genau einmal besucht wird. Geben Sie für den Graph eine Hamilton-Tour an. (4 Punkte)

## Aufgabe 2 - AVL-Bäume (9 Punkte)

- Fügen Sie in einem leeren AVL-Baum die folgenden 10 Zahlen ein: 20, 30, 12, 10, 15, 25, 31, 5, 13, 18 (2 Punkte)
- Fügen Sie im **AVL-Baum aus a)** die Zahl 16 ein. Stellen Sie Zwischenschritte dar und kennzeichnen Sie jede Position im Baum, an der eine Rotation durchgeführt wurde, und geben Sie die Art der Rotation an. (3 Punkte)
- Fügen Sie im **AVL-Baum aus a)** zuerst die beiden Zahlen 32 und 16 ein und löschen dann die Zahl 20. Stellen Sie Zwischenschritte dar und kennzeichnen Sie jede Position im Baum, an der eine Rotation durchgeführt wurde, und geben Sie die Art der Rotation an. (4 Punkte)

## Aufgabe 3 - Dijkstra-Algorithmus (12 Punkte)

Ein gewichteter, ungerichteter Graph mit der Knotenmenge  $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  ist durch folgende Adjazenzmatrix gegeben.

	1	2	3	4	5	6
1		2	2		10	6
2	2		6		7	2
3	2	6		20	16	10
4			20		1	2
5	10	7	16	1		4
6	6	2	10	2	4	

- Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra vom **Startknoten  $s = 5$**  zu allen anderen Knoten jeweils einen günstigsten Weg. Vervollständigen Sie folgende Tabelle, indem Sie nach jedem Besuchsschritt folgendes eintragen:
  - der besuchte Knoten  $b$
  - die Kosten  $d[v]$  für den günstigsten Weg von Startknoten  $s$  nach  $v$
  - den Vorgängerknoten  $p[v]$  für den günstigsten Weg von Startknoten  $s$  nach  $v$ .

Wichtig: Haben mehrere Kandidaten denselben d-Wert, dann wird der Kandidat mit kleinster Nummer als nächster Knoten besucht. Hinweis: Es brauchen nur die d- und p-Werte eingetragen werden, die sich geändert haben. Die endgültigen p- und d-Werte können durch Umrandung besonders gekennzeichnet werden. (6 Punkte)

b	d[1]	d[2]	d[3]	d[4]	d[5]	d[6]	p[1]	p[2]	p[3]	p[4]	p[5]	p[6]
...												

- b) Geben Sie den gefundenen günstigsten Weg von  $s = 5$  nach  $z = 1$  an. (1 Punkt)
- c) Für welche anderen Startknoten  $x$  lassen sich ebenfalls kürzeste Wege nach  $z = 1$  unmittelbar aus b) ablesen? (2 Punkte)
- d) Welcher Teil des Dijkstra-Algorithmus (Zeilen angeben) lässt sich mit der Klasse Priority-Queue der Java API nicht effizient lösen? Begründen Sie! (3 Punkte)

#### Aufgabe 4 - Tiefensuchbaum und Artikulationspunkte (15 Punkte)

Gegeben ist ein ungerichteter Graph  $G = (V, E)$  mit

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \text{ und}$$

$$E = \{(1, 5), (1, 7), (1, 8), (2, 3), (2, 5), (2, 6), (2, 8), (3, 6), (5, 7), (6, 7)\}.$$

- a) Zeichnen Sie den Graphen  $G$  und prüfen Sie, ob  $G$  auch tatsächlich 10 Kanten hat. (2 Punkte)
- b) Geben Sie den Tiefensuchbaum mit Rückwärtskanten (TR) mit Wurzel 2 an. **Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge.** Kennzeichnen Sie die Rückwärtskanten durch Beschriftung  $R$  oder eine andere Farbe. Geben Sie für jeden Knoten auch den Besuchszeitpunkt an. (5 Punkte)
- c) Hat der Graph Artikulationspunkte? (2 Punkte)
- d) Begründen Sie mit Hilfe des TR, warum Knoten 7 kein Artikulationspunkt ist. Folgender Begriff darf dabei verwendet werden: Ein Rückwärtsweg ist ein Weg in einem TR mit einer beliebig langen Folge von Vorwärtskanten und dann genau einer Rückwärtskante. (2 Punkte)
- e) Wie sieht der TR aus, wenn die Kante (7,6) aus dem Graphen entfernt wird? Falls dadurch ein Artikulationspunkt entsteht, geben Sie ihn an und begründen Sie es. (4 Punkte)

#### Aufgabe 5 - Binomiale Heaps (8 Punkte)

- a) Fügen Sie in einem leeren Binomialen Heap die folgenden Zahlen ein: 9, 5, 1, 3, 6, 4, 2, 3, 8. (4 Punkte)
- b) Geben Sie den Binomialen Heap an, nachdem Sie zweimal die jeweils größte Zahl gelöscht haben. (4 Punkte)