Algorithmen und Datenstrukturen
Klausur SS 2017

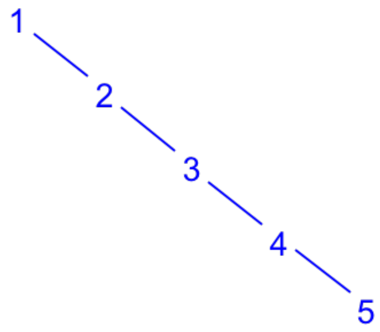
Angewandte Informatik Bachelor

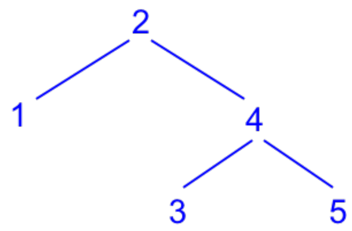
Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe 1	AVL-Baum	15	
Aufgabe 2	Algorithmus von Floyd	21	
Aufgabe 3	Tiefensuchbaum	12	
Aufgabe 4	Flüsse in Netzwerke	12	
Summe		**60**	

Aufgabe 1 AVL-Baum (15 Punkte)

a) Fügen Sie in einem <u>leeren nicht-balanzierten binären Suchbaum</u> nacheinander die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 ein. Fügen Sie dieselbe Zahlenfolge in einem <u>leeren AVL-Baum ein</u>.

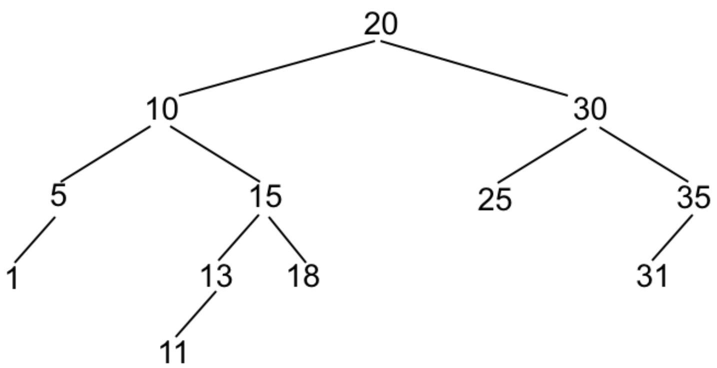


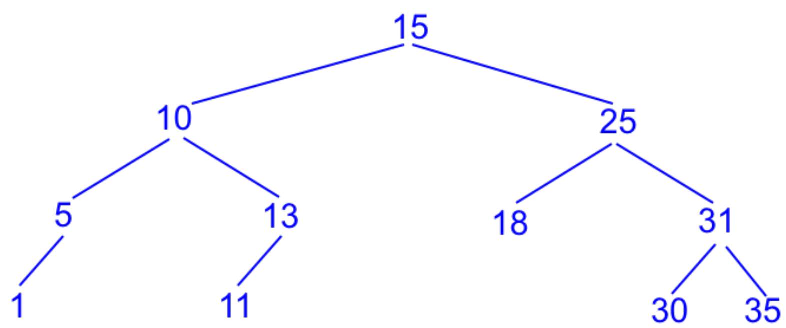


b) Geben Sie den Aufwand im schlechtesten Fall für das Einfügen in einem nicht-balanzierten Baum und für das Einfügen in einen AVL-Baum mit jeweils n Zahlen an (O-Notation).

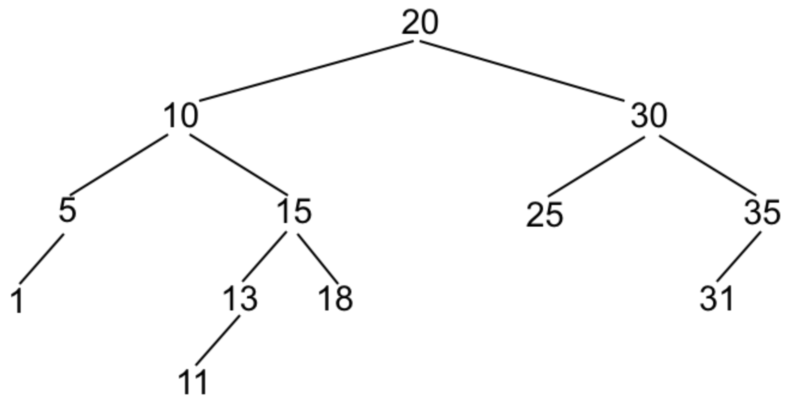
Nicht-balanzierter Baum: T(n) = O(n)
AVL-Baum: T(n) = O(log n)

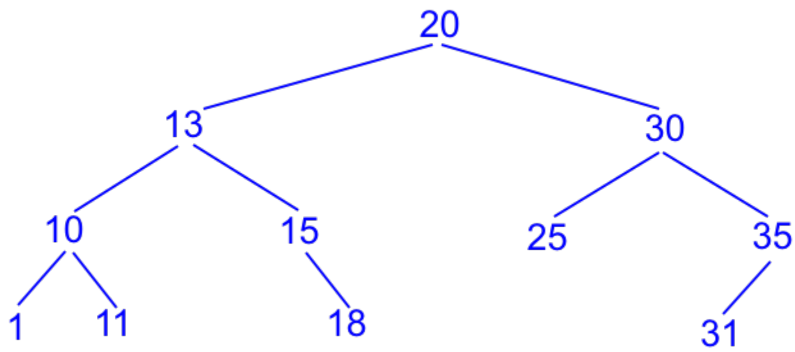
c) Löschen Sie in folgendem AVL-Baum die Zahl 20. Halten Sie dabei die folgende Regel ein: Wird ein Knoten mit zwei Kindern gelöscht, dann wird er durch das Minimum im rechten Teilbaum ersetzt.





d) Löschen Sie in folgendem AVL-Baum die Zahl 5.





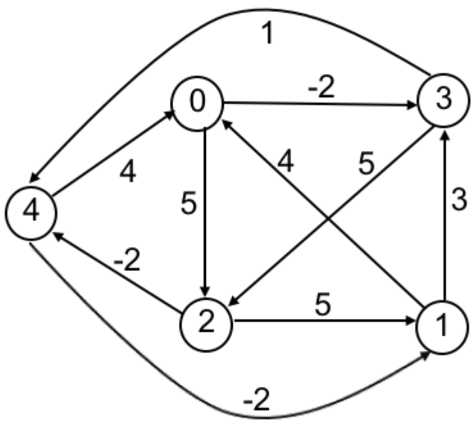
e) Welche der angegebenen Datenstrukturen unterstützt effizient die Suche von Elementen, die in einem Intervall [a,b] liegen:

- binäre Suche in einem sortierten Feld
- AVL-Baum
- Feld mit Heap-Ordnung
- Hashverfahren

Binäre Suche und AVL-Baum.

Aufgabe 2 Algorithmus von Floyd (21 Punkte)

a) Berechnen Sie für folgenden gerichteten Graphen mit dem Algorithmus von Floyd für alle Knotenpaare einen günstigsten Weg. Es müssen sowohl die Distanzmatrizen D^k als auch die Vorgängermatrizen P^k berechnet werden (siehe nächste Seite).



b) Was sind die Kosten für den günstigsten Weg von Knoten 4 nach Knoten 2?
Geben Sie an, wie sich der kürzeste Weg aus der Vorgängermatrix P^4 ergibt.

Länge des kürzesten Weges: $D^4[4][2] = 5$.

Kürzester Weg:
$P^4[4][2] = 3$, $P^4[4][3] = 0$, $P^4[4][0] = 1$, $P^4[4][1] = 4$
Damit ergibt sich: 4—1—0—3—2

c) Was ist ein negativer Zyklus?

Ein negativer Zyklus ist ein Weg mit gleichem Start- und Endknoten und negativer Summe der Kantengewichte.

d) Wie muss der Algorithmus von Floyd erweitert werden, um negative Zyklen zu erkennen?

```
for (int k = 0; k < n; k++) {
    // Berechne D^k:
    for (int i = 0; i < n; i++)
        for (int j = 0; j < n; j++)
            if (D[i][j] > D[i][k] + D[k][j]) {
                D[i][j] = D[i][k] + D[k][j];
                P[i][j] = P[k][j];
                if (i == j && D[i][j] < 0)
                    print("Negativer Zyklus)
            }
}
```

D^{-1} P^{-1}

0	∞	5	−2	∞
4	0	∞	3	∞
∞	5	0	∞	−2
∞	∞	5	0	1
4	−2	∞	∞	0

–	–	0	0	–
1	–	–	1	–
–	2	–	–	2
–	–	3	–	3
4	4	–	–	–

D^0

0	∞	5	−2	∞
4	0	9	2	∞
∞	5	0	∞	−2
∞	∞	5	0	1
4	−2	9	2	0

P^0

–	–	0	0	–
1	–	0	0	–
–	2	–	–	2
–	–	3	–	3
4	4	0	0	–

D^1

0	∞	5	−2	∞
4	0	9	2	∞
9	5	0	7	−2
∞	∞	5	0	1
2	−2	7	0	0

P^1

–	–	0	0	–
1	–	0	0	–
1	2	–	0	2
–	–	3	–	3
1	4	0	0	–

D^2

0	10	5	−2	3
4	0	9	2	7
9	5	0	7	−2
14	10	5	0	1
2	−2	7	0	0

P^2

–	2	0	0	2
1	–	0	0	2
1	2	–	0	2
1	2	3	–	3
1	4	0	0	–

D^3

0	8	3	−2	−1
4	0	7	2	3
9	5	0	7	−2
14	10	5	0	1
2	−2	5	0	0

P^3

–	2	3	0	3
1	–	3	0	3
1	2	–	0	2
1	2	3	–	3
1	4	3	0	–

D^4

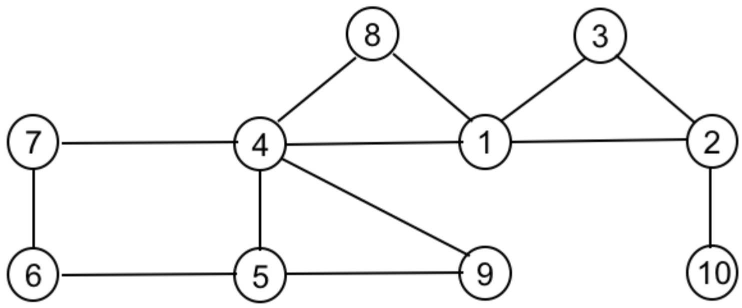
0	−3	3	−2	−1
4	0	7	2	3
0	−4	0	−2	−2
3	−1	5	0	1
2	−2	5	0	0

P^4

–	4	3	0	3
1	–	3	0	3
1	4	–	0	2
1	4	3	–	3
1	4	3	0	–

Aufgabe 3 Tiefensuchbaum (12 Punkte)

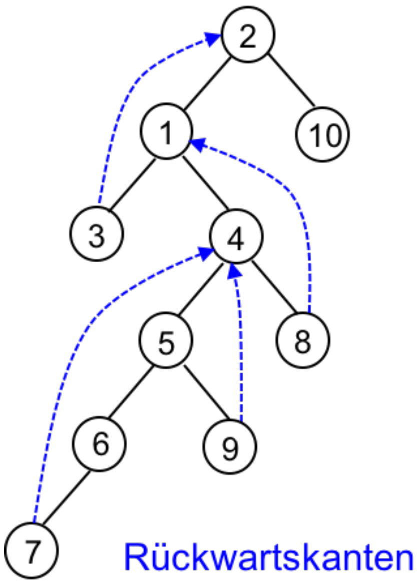
Gegeben sei folgender ungerichteter Graph:



a) Begründen Sie, warum der Knoten 4 ein Artikulationspunkt ist.

Wird der Knoten 4 entfernt, dann zerfällt der Graph in zwei Zusammenhangskomponenten

b) Geben Sie den Tiefensuchbaum mit Wurzel 2 an. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge. Berücksichtigen Sie, dass der Tiefensuchbaum auch sogenannte Rückwärtskanten enthält.

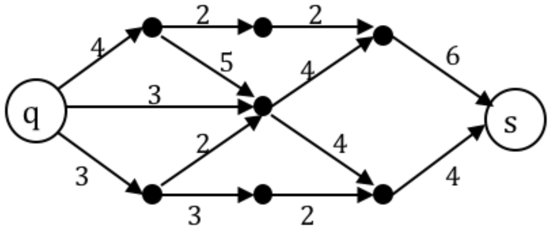


c) Begründen Sie mit Hilfe des Tiefensuchbaums, warum Knoten 2 und 4 Artikulationspunkte (AP) sind? Folgender Begriff darf verwendet werden: Ein Rückwärtsweg ist ein Weg in einem Tiefensuchbaum mit einer beliebig langen Folge von Vorwärtskanten und dann genau einer Rückwärtskante.

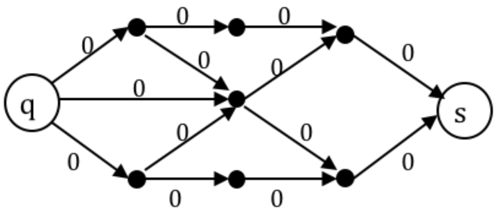
- Knoten 2 ist ein AP, da 2 die Wurzel ist und mehr als 1 Kind hat.
- Knoten 4 ist ein AP, da 4 im TSB einen Nachfolger hat (z.B. 5), von dem es keinen Rückwärtsweg zu einem Vorfahren von 4 gibt.

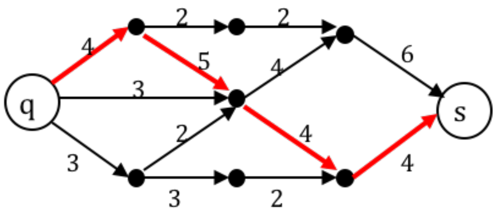
Aufgabe 4 Flüsse in Netzwerke (12 Punkte)

Im folgenden Graphen ist jede Kante mit ihrer Kapazität markiert. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Ford-Fulkerson einen maximalen Fluss von der Quelle q zur Senke s. Wählen Sie immer den Weg von q nach s mit größter Flusserweiterung und zeichnen Sie ihn ein.

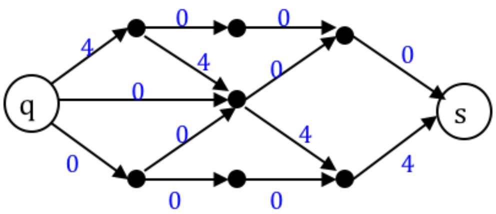


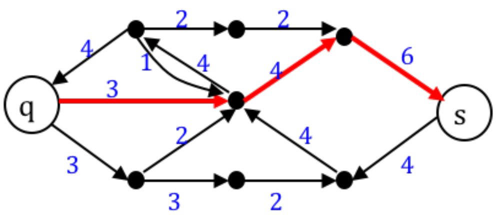
Aktueller Fluss **Residualgraph:**



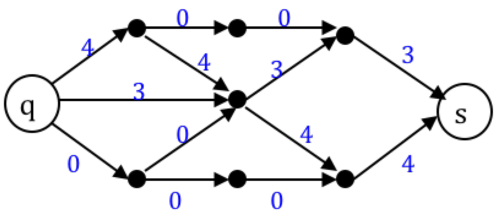


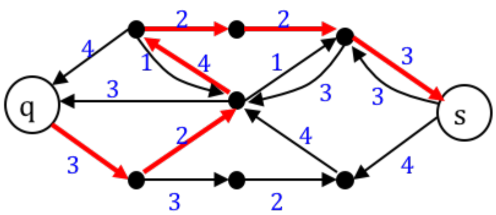
Δf=4



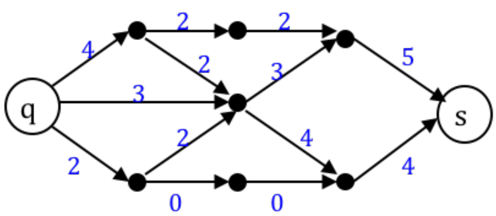


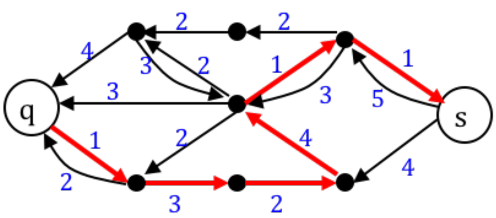
Δf=3



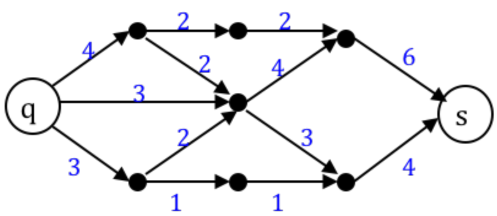


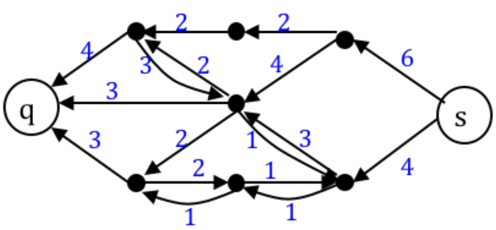
Δf=2





Δf=1





fertig

Lösungsweg ist nicht eindeutig!