

Algorithmen und Datenstrukturen
Klausur WS 2019/20
Angewandte Informatik Bachelor

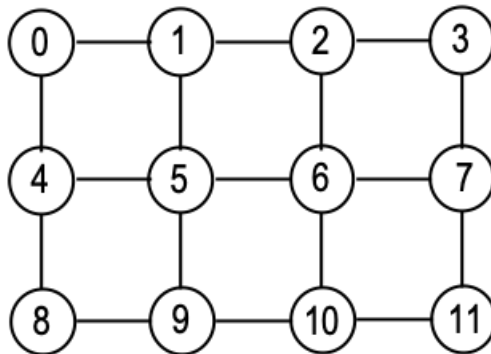
Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe 1	Tiefen- und Breitensuche in ungerichteten Graphen	14	
Aufgabe 2	AVL-Bäume	9	
Aufgabe 3	B-Bäume	13	
Aufgabe 4	Algorithmus von Dijkstra	11	
Aufgabe 5	Tiefensuchbaum und Artikulationspunkte	13	
Summe		60	

Aufgabe 1 Tiefen- und Breitensuche in Graphen

(14 Punkte)

Ein $n*m$ -Manhattan-Graph ist ein ungewichteter Graph, deren Knoten und Kanten gitterförmig in der Ebene mit n Zeilen und m Spalten angeordnet werden können. Ein $3*4$ -Manhattan-Graph sieht beispielsweise wie folgt aus:

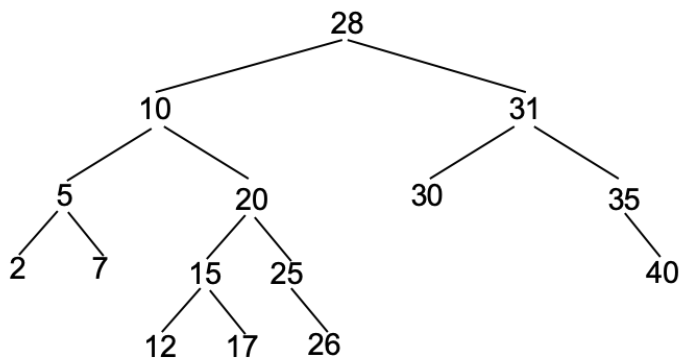


- a) Wieviel Knoten hat ein $n*m$ -Manhattan-Graph ganz allgemein (1 Punkt):
 $n*m$
- b) Wieviel Kanten hat ein $n*m$ -Manhattan-Graph ganz allgemein (3 Punkte):
 $n*(m-1) + m*(n-1)$
- c) Geben Sie für den oben abgebildeten Graphen die Reihenfolge der besuchten Knoten an, wenn der Graph mit Tiefensuche mit Startknoten 0 traversiert wird. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge (3 Punkte).
0, 1, 2, 3, 7, 6, 5, 4, 8, 9, 10, 11
- d) Geben Sie für den oben abgebildeten Graphen die Reihenfolge der besuchten Knoten an, wenn der Graph mit Breitensuche mit Startknoten 0 traversiert wird. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge (3 Punkte).
0, 1, 4, 2, 5, 8, 3, 6, 9, 7, 10, 11
- e) Welches Problem entsteht bei der rekursiven Tiefensuche bei einem sehr großen $n*m$ -Manhattan-Graph? Zwei kurze Sätze genügen (4 Punkte).
Maximale Rekursiontiefe = $n*m-1$.
Daher Stack-Overflow bei großem n, m .

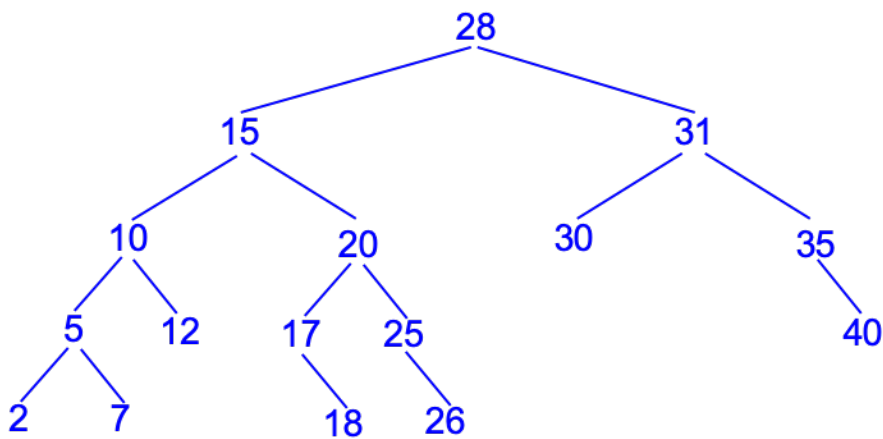
Aufgabe 2 AVL-Bäume

(9 Punkte)

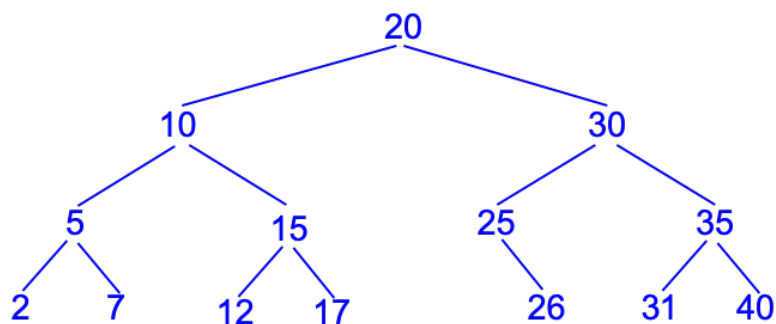
Gegebener ist folgender AVL-Baum B:



a) Fügen Sie im AVL-Baum B (siehe Abb. oben) die Zahl 18 ein. (4 Punkte)



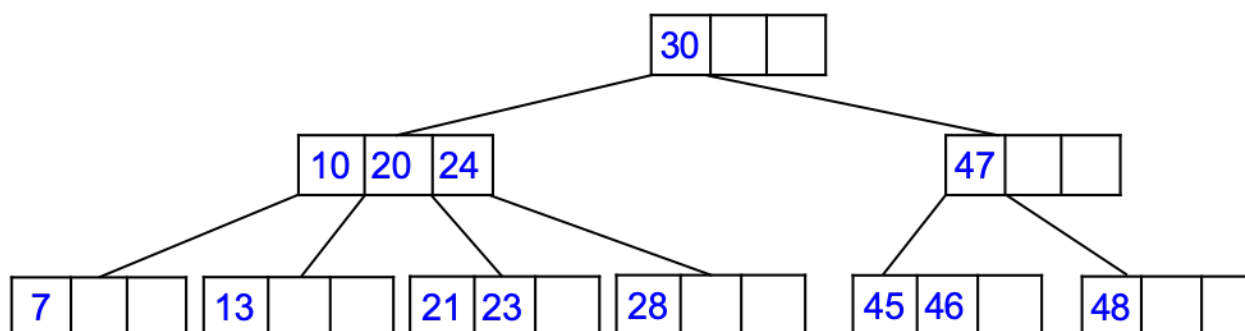
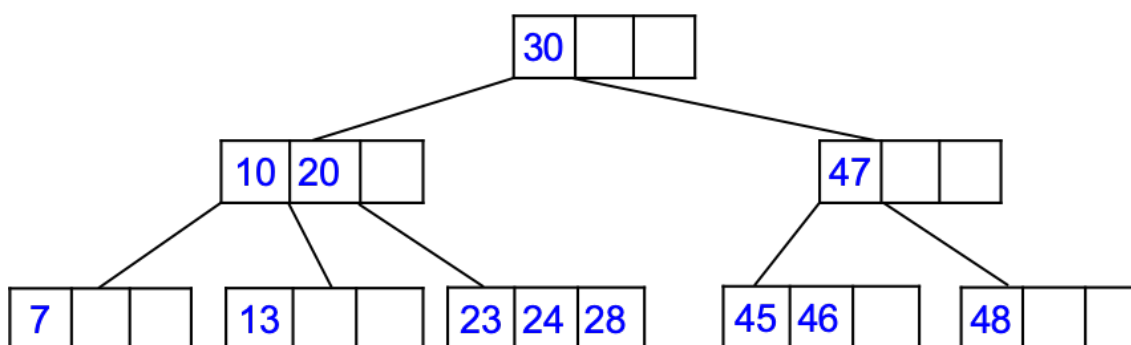
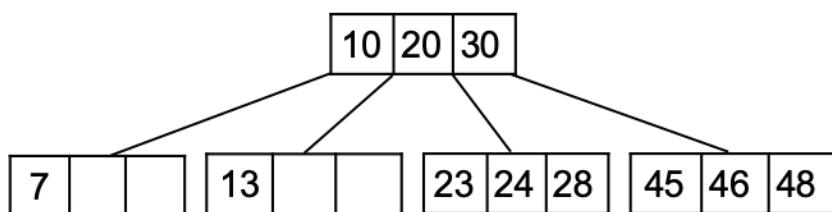
b) Löschen Sie im AVL-Baum B (siehe Abb. oben) die Zahl 28. (5 Punkte)



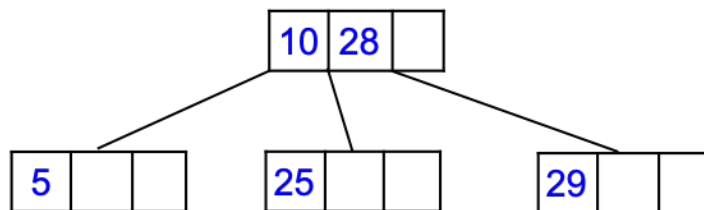
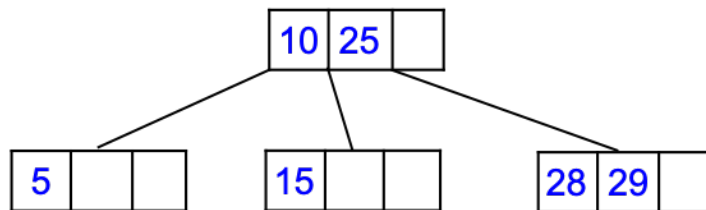
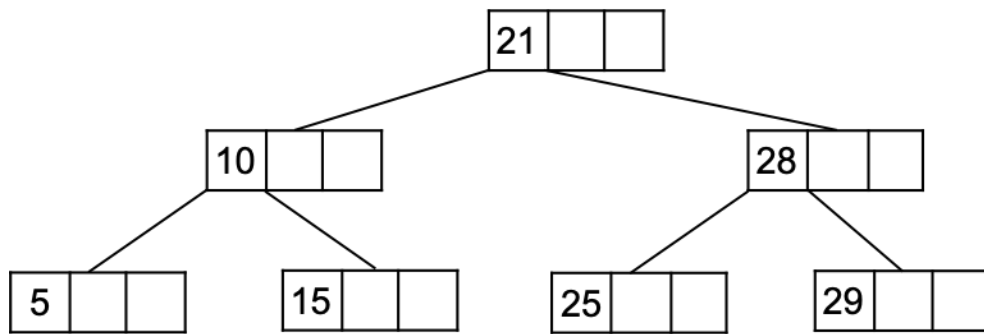
Aufgabe 3 B-Bäume

(13 Punkte)

a) Fügen Sie in folgendem B-Baum (der Ordnung 4) den Schlüssel 47 und dann 21 ein. (6 Punkte)



b) Löschen Sie in folgendem B-Baum (der Ordnung 4) den Schlüssel 21 und dann 15. (7 Punkte)



Aufgabe 4 Algorithmus von Dijkstra

(11 Punkte)

Ein gewichteter, gerichteter Graph mit der Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ist durch folgende Adjazenzmatrix gegeben. Bestimmen Sie mit dem Algorithmus von Dijkstra vom Startknoten $s = 5$ zu allen anderen Knoten jeweils einen günstigsten Weg.

	1	2	3	4	5	6
1						
2	1					
3	3	1				
4	5	3	1			
5	10			2		1
6	8	5	3			

- a) Tragen Sie in folgende Tabelle nach jedem Besuchsschritt folgendes ein:
- der besuchte Knoten b
 - die Kosten $d[v]$ für den günstigsten Weg von Startknoten s nach v
 - den Vorgängerknoten $p[v]$ für den günstigsten Weg von Startknoten s nach v .

Wichtig: Haben mehrere Kandidaten denselben d -Wert, dann wird der Kandidat mit kleinster Nummer als nächster Knoten besucht.

Hinweis: Es brauchen nur die d - und p -Werte eingetragen werden, die sich geändert haben. Die endgültigen p - und d -Werte können durch Umrandung besonders gekennzeichnet werden. (8 Punkte)

b	d[1]	d[2]	d[3]	d[4]	d[5]	d[6]	p[1]	p[2]	p[3]	p[4]	p[5]	p[6]
5	10	∞	∞	2	0	1	5	-	-	5	-	5
6	9	6	4				6	6	6			
4	7	5	3				4	4	4			
3	6	4					3	3				
2	5						2					
1												

- b) Geben Sie den gefundenen günstigsten Weg von 5 nach 1 an. (2 Punkte)

5 – 4 – 3 – 2 – 1

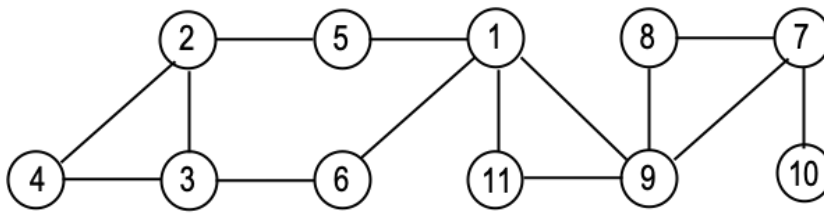
- c) Welche Kosten hat der günstigste Weg von 5 nach 1? (1 Punkt)

5

Aufgabe 5 Tiefensuchbaum und Artikulationspunkte

(13 Punkte)

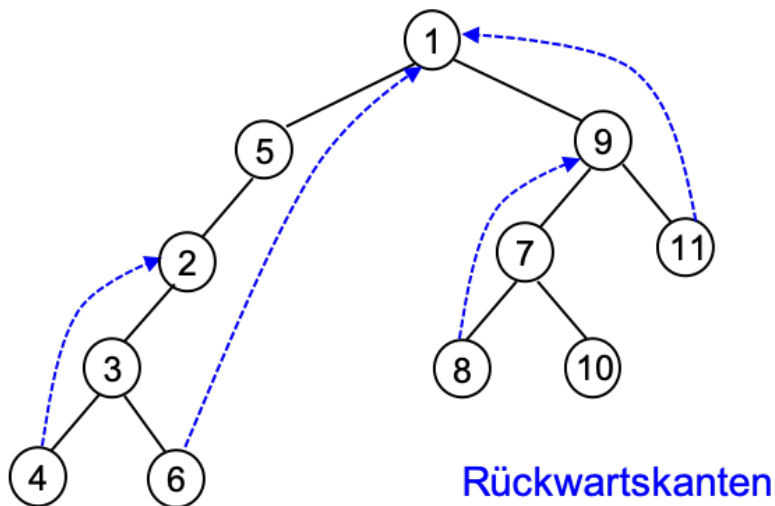
Gegeben sei folgender ungerichteter Graph:



a) Geben Sie alle Artikulationspunkte an (2 Punkte).

1, 7, 9

b) Geben Sie den Tiefensuchbaum mit Rückwärtskanten (TR) mit Wurzel 1 an. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge. Kennzeichnen Sie die Rückwärtskanten durch Beschriftung „R“ oder eine andere Farbe. (6 Punkte)



c) Begründen Sie mit Hilfe des TR, warum Knoten 1 und 9 Artikulationspunkte (APe) und Knoten 3 kein Artikulationspunkt ist? Folgender Begriff darf verwendet werden: Ein Rückwärtsweg ist ein Weg in einem Tiefensuchbaum mit einer beliebig langen Folge von Vorwärtskanten und dann genau einer Rückwärtskante. (5 Punkte)

- Knoten 1 ist ein AP, da 1 die Wurzel ist und mehr als ein Kind hat.
- Knoten 9 ist ein AP, da 9 im TR ein Kind hat (nämlich 7), von dem es keinen Rückwärtsweg zu einem Vorfahren von 9 gibt.
- Knoten 3 ist kein AP, da jedes Kind (nämlich 4 und 6) einen Rückwärtsweg zu einem Vorfahren von 3 (nämlich 4 - 2 und 6 - 1) hat.