

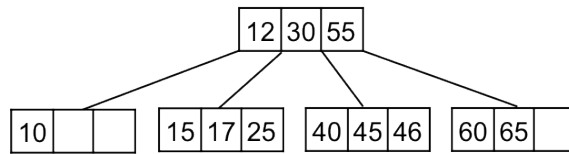
Algorithmen und Datenstrukturen
Klausur SS 2014
Angewandte Informatik Bachelor

Name	
Matrikelnummer	

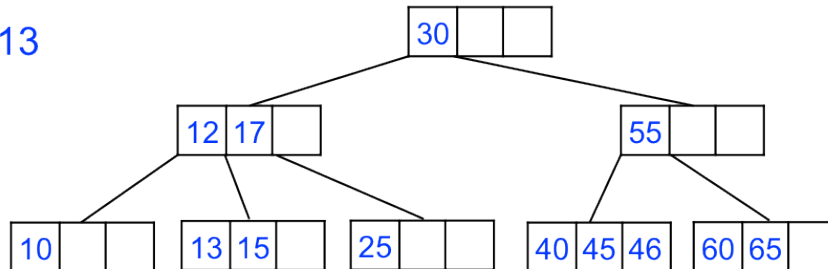
Aufgabe 1	B-Bäume	18	
Aufgabe 2	Hash-Verfahren	13	
Aufgabe 3	Floyd-Algorithmus	17	
Aufgabe 4	Dijkstra- und Prim-Algorithmus	12	
Summe		60	

Aufgabe 1 B-Bäume (18 Punkte)

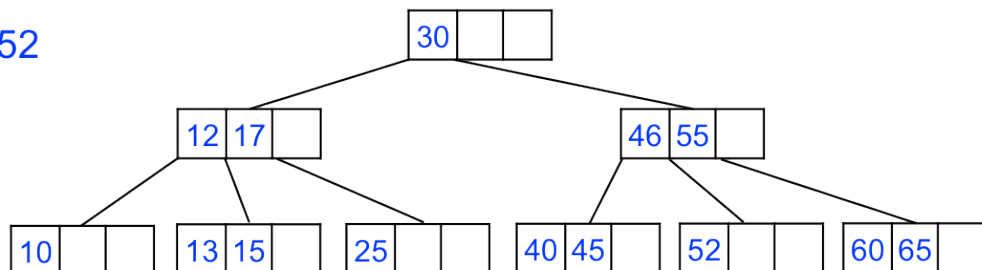
a) Fügen Sie in folgendem B-Baum der Ordnung 4 die Schlüssel 13 und dann 52 ein.



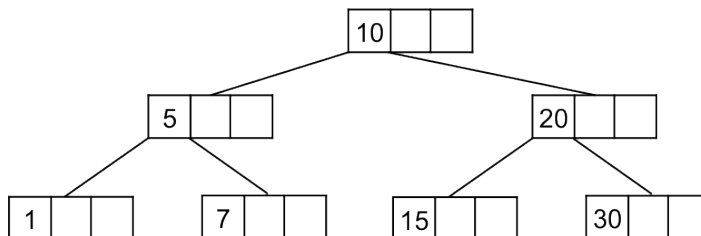
Einfügen: 13



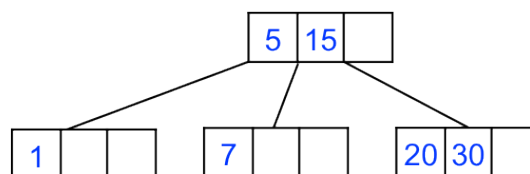
Einfügen: 52



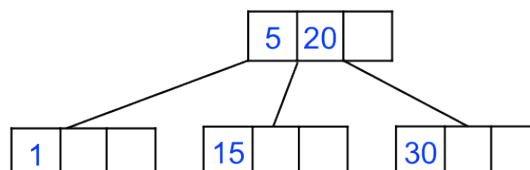
b) Löschen Sie in folgendem B-Baum der Ordnung 4 die Schlüssel 10 und dann 7.



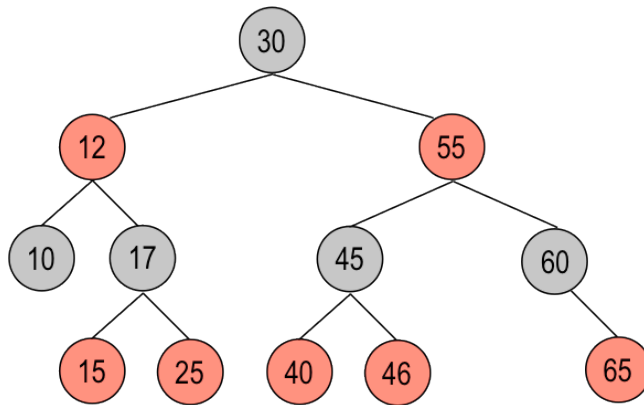
Löschen: 10



Löschen: 7



c) Geben Sie für den B-Baum aus Teilaufgabe a) den entsprechenden Rot-Schwarz-Baum an.



Lösung ist nicht
eindeutig!

d) Nennen Sie 2 bis 3 Vorteile von Rot-Schwarz-Bäumen gegenüber B-Bäumen der Ordnung 4 hinsichtlich von Implementierungsaspekten.

- Knoten von Rot-Schwarz-Bäumen sind einfach zu implementieren: wie bei binären Suchbäumen plus Farbinformation.
- Statt Split- und Merge-Operationen sind nur Rotations- und Umfärb-Operationen durchzuführen.
- Es gibt effiziente, iterative Top-down-Algorithmen.

Aufgabe 2 Hashverfahren (13 Punkte)

a) Geben Sie die Belegung einer Hash-Tabelle der Größe $n = 11$ an, wenn folgende Operationen durchgeführt werden:

- Einfügen: 15, 5, 19, 37, 4
- Löschen: 37
- Einfügen: 26

Verwenden Sie offenes Hashing mit quadratischem Sondieren und der Hash-Funktion $h(k) = k \bmod n$.

Index	Hash-Tabelle
0	
1	
2	37
3	
4	15
5	5
6	
7	
8	19
9	4
10	

Einfügen: 15, 5, 19, 37, 4

Index	Hash-Tabelle
0	
1	
2	37
3	
4	15
5	5
6	
7	
8	19
9	4
10	

Löschen: 37

Index	Hash-Tabelle
0	
1	
2	26
3	
4	15
5	5
6	
7	
8	19
9	4
10	

Einfügen: 26

b) Folgende Klasse beschreibt einen Handelsartikel. Dabei ist EAN (European Article Number) eine eindeutige Artikelcodierung. Eine Menge von Artikel sollen in Java mit einer HashMap verwaltet werden. Wie muss dazu die Klasse Artikel ergänzt werden?

```
class Artikel {
    String ean;
    String bezeichnung;
    double preis;
    // ...

    public int hashCode() {
        return ean.hashCode();
    }

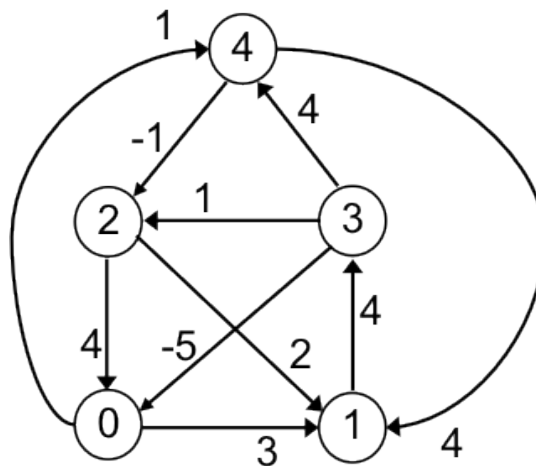
    public boolean equals(Object o) {
        if (this == o) return true;
        if (! (o instanceof Artikel)) return false;
        Artikel a = (Artikel) o;
        return ean.equals(a.ean);
    }
}
```

Aufgabe 3 Algorithmus von Floyd (17 Punkte)

- a) Berechnen Sie für folgenden gerichteten Graphen mit dem Algorithmus von Floyd für alle Knotenpaare die günstigsten Wege. Es müssen nur die Distanzmatrizen D^k berechnet werden.
Hinweis: $D^k[i][j]$ = Distanz (Kosten des günstigsten Weges) von Knoten i nach j , wobei nur Wege betrachtet werden, die über Knoten aus $\{0, 1, \dots, k\}$ gehen.

- b) Was sind die Kosten für den günstigsten Weg von Knoten 3 nach Knoten 1 und wie lautet der kürzeste Weg?

3-0-4-2-1 mit Länge -3



D^{-1}

0	3	∞	∞	1
∞	0	∞	4	∞
4	2	0	∞	∞
-5	∞	1	0	4
∞	4	-1	∞	0

D^0

0	3	∞	∞	1
∞	0	∞	4	∞
4	2	0	∞	5
-5	-2	1	0	-4
∞	4	-1	∞	0

D^1

0	3	∞	7	1
∞	0	∞	4	∞
4	2	0	6	5
-5	-2	1	0	-4
∞	4	-1	8	0

D^2

0	3	∞	7	1
∞	0	∞	4	∞
4	2	0	6	5
-5	-2	1	0	-4
3	1	-1	5	0

D^3

0	3	8	7	1
-1	0	5	4	0
1	2	0	6	2
-5	-2	1	0	-4
0	1	-1	5	0

D^4

0	2	0	6	1
-1	0	-1	4	0
1	2	0	6	2
-5	-3	-5	0	-4
0	1	-1	5	0

Aufgabe 4 Dijkstra- und Prim-Algorithmus (12 Punkte)

Für diese Aufgaben werden zusammenhängende, ungerichtete Graphen vorausgesetzt.

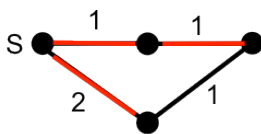
- a) Belegen Sie folgende Aussage: der Dijkstra-Algorithmus berechnet einen aufspannenden Baum.
Hinweis: ein Baum ist ein zyklenfreier und zusammenhängender Graph.

Der Algorithmus berechnet von einem Startknoten S aus zu allen anderen Knoten den kürzesten Weg.

Die kürzesten Wege bilden einen Graphen, für den gilt:

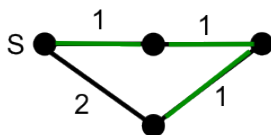
- zusammenhängend: zwischen je zwei Knoten gibt es einen Weg über S.
- zyklenfrei: sobald ein Knoten besucht wird, wird er nie wieder besucht.
Damit können keine Zyklen entstehen.

- b) Geben Sie einen Beispielgraphen mit 4 Knoten an, bei dem der aufspannende Baum, der im Dijkstra-Algorithmus berechnet wird, nicht minimal ist. Geben Sie den aufspannenden Baum an.



Kürzeste Wege von Startknoten S bilden einen aufspannenden Baum aber nicht minimalen Baum.

- c) Welcher aufspannende Baum wird in Ihrem Beispielgraphen mit dem Prim-Algorithmus berechnet?



Minimal aufspannender Baum.