

Algorithmen und Datenstrukturen
Klausur WS 2018/19
Angewandte Informatik Bachelor

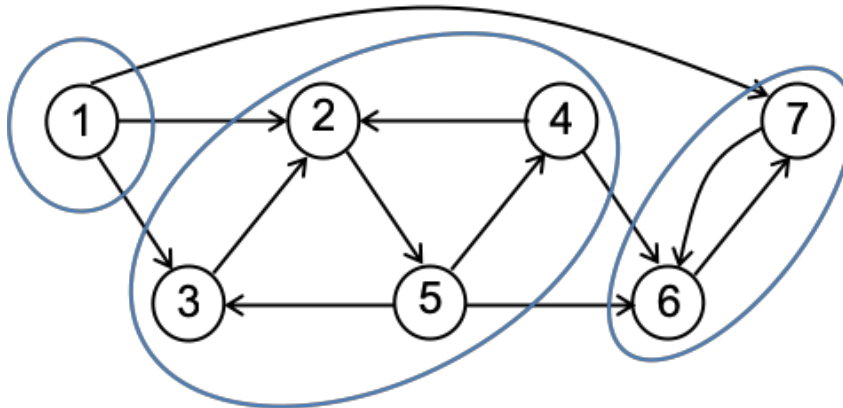
Name	
Matrikelnummer	

Aufgabe 1	Verständnisfragen zu Graphen	8	
Aufgabe 2	B-Baum und Rot-Schwarz-Baum	14	
Aufgabe 3	Binomiale Heaps	10	
Aufgabe 4	Minimal aufspannender Baum mit Algorithmus von Kruskal	15	
Aufgabe 5	Tiefensuchbaum	13	
Summe		60	

Aufgabe 1 Verständnisfragen zu Graphen

(8 Punkte)

Gegeben ist ein gerichteter Graph:



- a) Geben Sie die Reihenfolge der besuchten Knoten an, wenn der Graph mit Tiefensuche mit Startknoten 1 traversiert wird. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge.

1, 2, 5, 3, 4, 6, 7

- b) Geben Sie die Reihenfolge der besuchten Knoten an, wenn der Graph mit Breitensuche mit Startknoten 1 traversiert wird. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge.

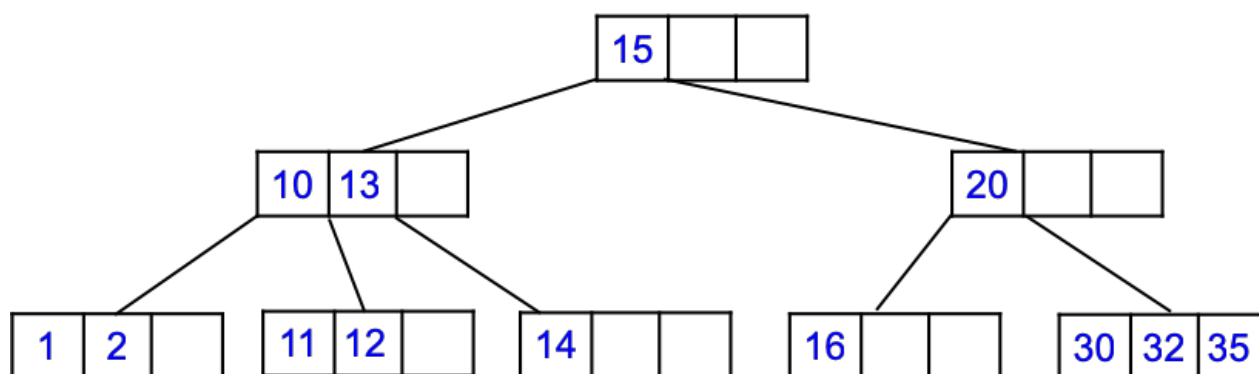
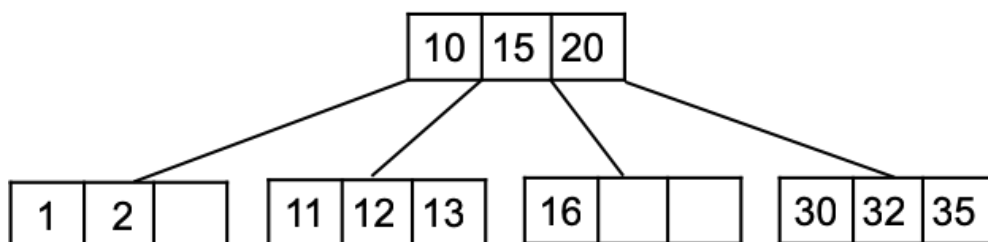
1, 2, 3, 7, 5, 6, 4

- c) Umranden Sie im abgebildeten Graphen alle strengen Zusammenhangskomponenten.

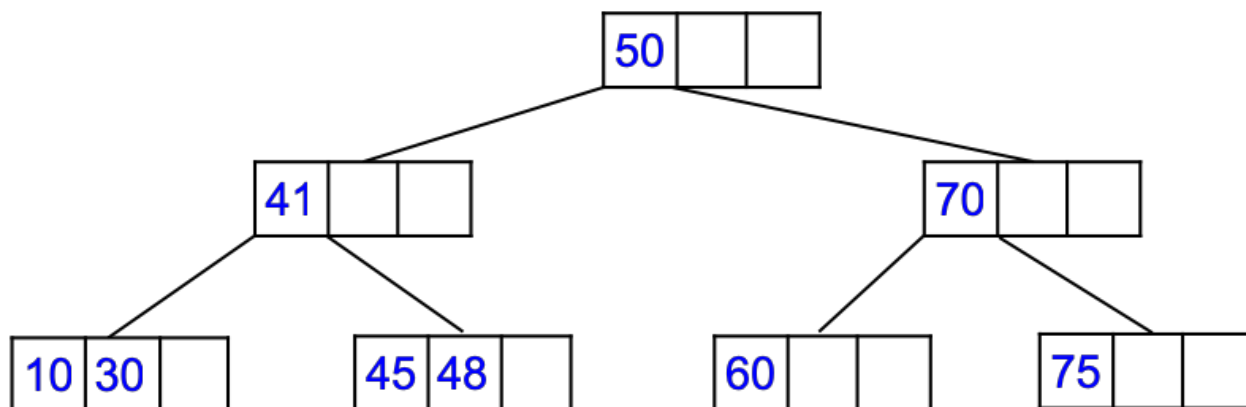
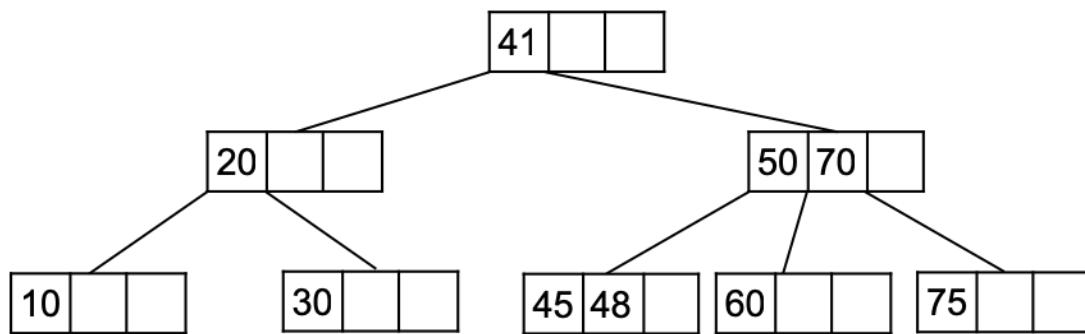
Aufgabe 2 *B-Bäume und Rot-Schwarz-Bäume*

(14 Punkte)

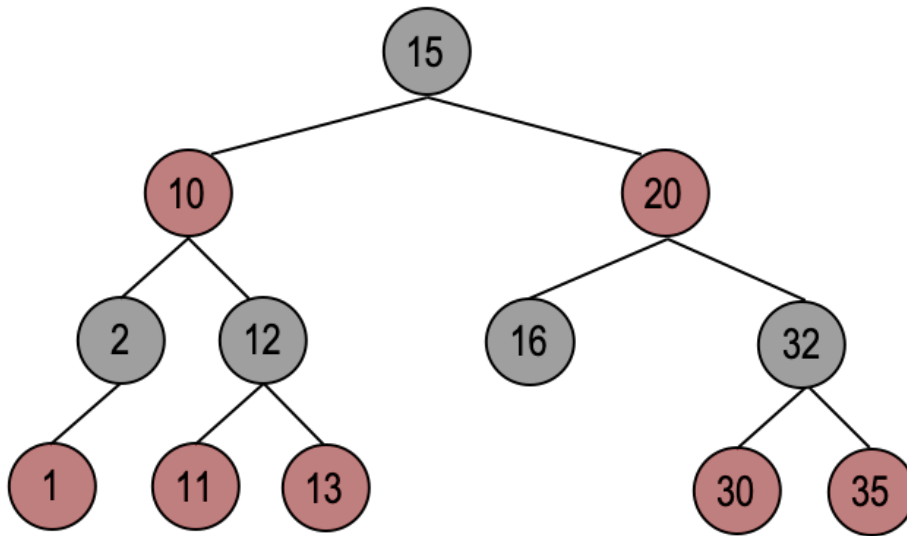
a) Fügen Sie in folgendem B-Baum (der Ordnung 4) den Schlüssel 14 ein.



b) Löschen Sie in folgendem B-Baum (der Ordnung 4) den Schlüssel 20.

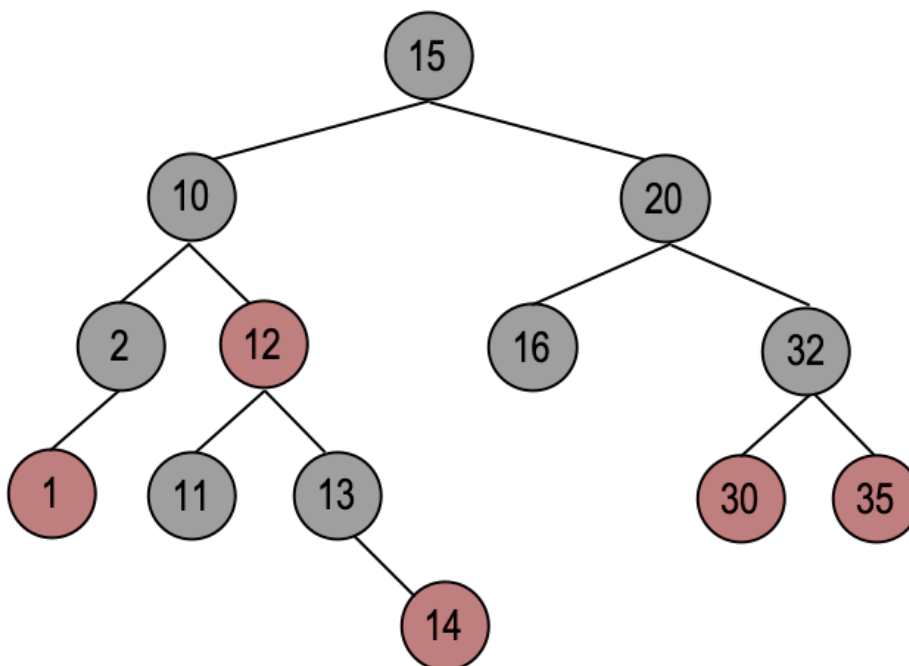


c) Geben Sie für den B-Baum aus Teilaufgabe a) den entsprechenden Rot-Schwarz-Baum an.



Lösung ist nicht
eindeutig!

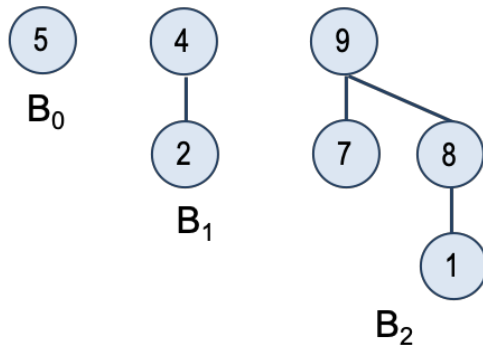
d) Fügen Sie in den Rot-Schwarz-Baum aus Aufgabe c) die Zahl 14 ein.



Aufgabe 3 Binomiale Heaps

(10 Punkte)

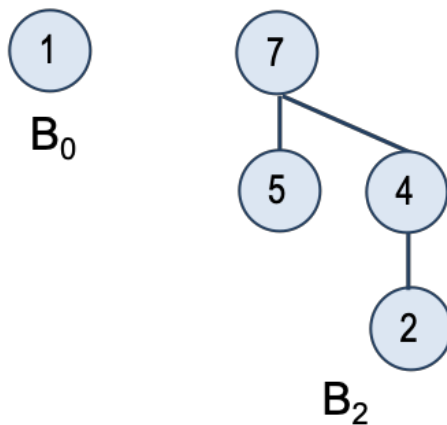
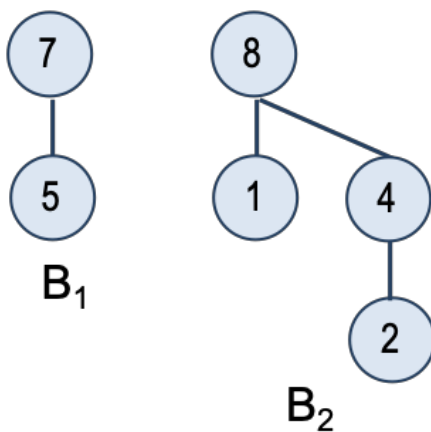
Gegeben ist folgender binomiale Heap:



- a) Geben Sie eine Folge von Zahlen an, so dass sich nach deren Einfügen in einen leeren binomialen Heap der abgebildete binomiale Heap ergibt. Hinweis: die Zahlenfolge ist nicht eindeutig.

1, 8, 7, 9, 4, 2, 5

- b) Löschen Sie zweimal die jeweils größte Zahl (`delMax()`). Geben Sie nach jedem Löschen den binomialen Heap an.



Aufgabe 4 Minimal aufspannende Bäume**(15 Punkte)**

Ein gewichteter, ungerichteter Graph mit der Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ und 18 Kanten ist durch folgende Adjazenzmatrix gegeben. Der besseren Lesbarkeit wegen sind die Gewichte nur für eine Kantenrichtung eingetragen.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1			1	7	2		5		
2						9			16
3				7	3			13	
4					12	17	6	4	18
5							8	10	
6									14
7								7	
8									
9									

a) Bestimmen Sie einen minimal aufspannenden Baum mit dem Algorithmus von Kruskal. Tragen Sie in die Tabelle auf der folgende Seite für jeden Schritt folgende Daten ein:

- die ausgewählte Kante,
- das Gewicht und
- die dazugehörige Union-Find-Struktur in graphischer Form als Menge von Bäumen.

Verwenden Sie den Union-By-Height-Algorithmus.

b) Geben Sie die Datenstruktur (Elternfeld p) für die im Schritt 6 erhaltene Union-Find-Struktur an.

Knoten	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-3	-2	1	1	1	2	1	4	-1

Schritt	Kante	Gewicht	Union-Find-Struktur
1	(1,3)	1	
2	(1,5)	2	
3	(4,8)	4	
4	(1,7)	5	
5	(4,7)	6	
6	(2,6)	9	
7	(6,9)	14	
8	(4,6)	17	

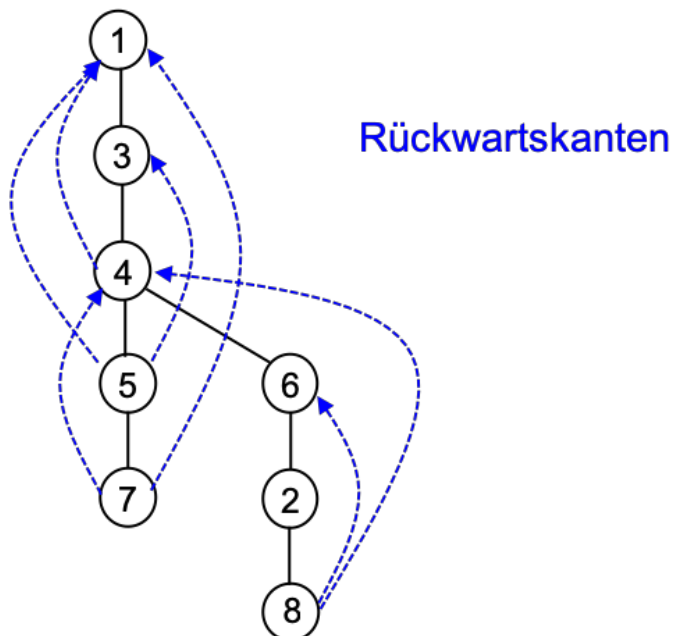
Aufgabe 5 Tiefensuchbaum

(13 Punkte)

Ein ungerichteter Graph mit der Knotenmenge $V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ und 14 Kanten ist durch folgende Adjazenzmatrix gegeben.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1			1	1	1		1	
2						1		1
3	1			1	1			
4	1		1		1	1	1	1
5	1		1	1			1	
6		1		1				1
7	1			1	1			
8		1		1		1		

- a) Geben Sie den Tiefensuchbaum mit Rückwärtskanten (TR) für diesen Graph mit Wurzel 1 an. Betrachten Sie die Nachbarn eines Knotens in der durch die Knotennummerierung gegebenen Reihenfolge.



- b) Begründen Sie mit dem Tiefensuchbaum, dass der Graph zusammenhängend ist. Ein Satz genügt!
Der Tiefensuchbaum enthält alle Knoten des Graphen.
- c) Geben Sie alle Artikulationspunkte (APe) mit Begründung an. Folgender Begriff darf verwendet werden: Ein Rückwärtsweg ist ein Weg in einem Tiefensuchbaum mit Rückwärtskanten mit einer beliebig langen Folge von Vorwärtskanten und dann genau einer Rückwärtskante.

Knoten 4 ist AP, da Knoten 4 im TR einen Nachfolger hat (nämlich Knoten 6), von dem es keinen Rückwärtsweg zu einem Vorgänger von 4 gibt.

Es gibt keine weitere AP'e.