## Aufgabe 1.12 3 Punkte

Sei $L(x,y)$ die Aussageform „$x$ liebt $y$“ für $x$ und $y$ jeweils beliebige Menschen der Menge $M$ aller Menschen. Verwenden Sie Quantoren um folgende Sätze als logische Aussagen zu formulieren:

a) Jeder liebt Angela.

b) Jeder liebt irgendjemanden.

c) Es gibt irgendjemanden, der von allen geliebt wird.

d) Niemand liebt jeden.

e) Es gibt jemanden, den Lydia nicht liebt.

f) Jeder liebt sich selbst.

g) Es gibt jemanden, der niemanden liebt außer sich selbst.

a) ∀x∈M | L(x, Angela)
b) ∀x∈M ∃y∈M | L(x,y)
c) ∃x∈M ∀y∈M | L(x,y)
d) ¬∃x∈M ∀y∈M | L(x,y)
e) ∃x∈M | ¬ L(x,Lydia)
f) ∀x∈M | L(x,x)
g) ∃x∈M ¬∃y∈M | L(x,x)^L(x,y)

## Aufgabe 1.13

Folgendes sei gegeben:

- $m$: beliebiger Mensch aus der Menge aller AIN-Studierenden $M$
- $p$: beliebige Programmiersprache aus der Menge aller Programmiersprachen $P$
- Aussageform $K(m,p)$: „$m$ kann in $p$ programmieren“
- Aussageform $L(m,p)$: „$m$ liebt $p$“ (kurz für „$m$ liebt es in $p$ zu programmieren“ )
- Alice, Bob und Charlie: AIN-Studierende, also Menschen aus $M$.

### Teilaufgabe 1.13.1 3 Punkte

Formulieren Sie die folgenden logischen Aussagen in Ihren eigenen Worten als deutsche Sätze:

a) $K(\text{Alice, Java}) \oplus L(\text{Alice, Scala})$

b) $\forall_{m\in\{\text{Alice,Bob,Charlie}\}} L(m, \text{Python})$

c) $\forall_{m\in M} \exists_{p\in P} K(m,p)$

d) $\exists_{p\in P} \forall_{m\in M} K(m,p)$

e) $\exists_{p\in P} \exists_{m\in M} L(m,p)$

f) $\forall_{p\in P} \forall_{m\in M} L(m,p)$

a) Entweder kann Alice java programmieren oder Alice liebt es zu Scala programmieren.
b) Alice, Bob und Charlie lieben es Python zu programmieren.
c) Alle AIN Studierenden können mindesten eine Programmiersprache.
d) Es existiert eine Programmiersprache die alle AIN Studierenden können.
e) Es existiert mindestes eine Programmiersprache für die mindestens ein AIN Studierende_r Gefühle hat.
f) Alle Programmiersprachen werden von allen AIN Studierenden geliebt.

### Teilaufgabe 1.13.2 3 Punkte

Formulieren Sie folgende Sätze als zusammengesetzte logische Aussagen (mit Quantoren bei Bedarf).

a) Alle AIN-Studierenden können entweder in Java oder in Scala programmieren, oder in beiden Sprachen.

b) Es gibt keinen AIN-Studierenden, der C# liebt.

c) Bob kann in Scala programmieren, wenn er nicht in Java programmieren kann.

d) Es gibt mindestens eine Programmiersprache, die von allen AIN-Studierenden gekonnt und geliebt wird.

e) Für alle AIN-Studierenden existiert mindestens eine Programmiersprache, die sie weder können noch lieben.

f) Für keinen AIN-Studierenden existiert mindestens eine Programmiersprache, die sie/er weder kann noch liebt.

a) $\forall m \in M \mid K(m, java) \vee K(m, scala)$
b) $\neg \exists m \in M \mid L(m, C\#)$
c) $\neg K(Bob,Java) \Rightarrow K(Bob,Scala)$
d) $\exists p \in P \mid \forall m \in M\ L(m,p) \wedge K(m,p)$
e) $\forall m \in M \mid p \in P\ \neg L(m,p) \wedge \neg K(m,p)$
f) $\neg \exists m \in M \mid \exists p \in P\ \neg L(m,p) \wedge \neg K(m,p)$

### Aufgabe 2.6 Noch eine kontextfreie Grammatik, 3 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G_a = (N, \Sigma_3, P, S)$ mit $N = \{S, A, B\}$, $\Sigma_3 = \{a, b, c\}$ und

$$P = \begin{cases} S & \rightarrow cAB \\ A & \rightarrow aAb \\ A & \rightarrow ab \\ B & \rightarrow cBb \\ B & \rightarrow \epsilon \end{cases}$$

Nutzen Sie $G_a$, um für das Wort $\omega_a = caabbcb$

a) eine Ableitung aus dem Startsymbol $S$

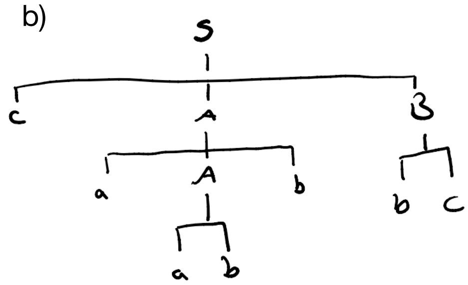
b) den entsprechenden Syntaxbaum

anzugeben.

c) Welche Sprache wird von $G_a$ erzeugt?

a)
S-> cAB -> caAbB -> caabbB -> caabbcBb -> caabbcb

b)




c)
Ga: c (ab)+(cb)*
Ga: {c (ab)^n (cb)^m | neN & meN0}

## Aufgabe 2.7 Noch eine allerletzte kontextfreie Grammatik, 4 Punkte

Gegeben sei die kontextfreie Grammatik $G_X = (N, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$, $\Sigma = \{x, y, z\}$ und

$$P = \begin{cases} S & \rightarrow ABC \\ A & \rightarrow xAy \mid xy \\ B & \rightarrow zBy \mid zy \\ C & \rightarrow xAz \mid xz \end{cases}$$

Nutzen Sie die Grammatik $G_X$, um für das Wort $\omega_X = xyzzyyxxxzzz$

a) eine Ableitung aus dem Startsymbol $S$

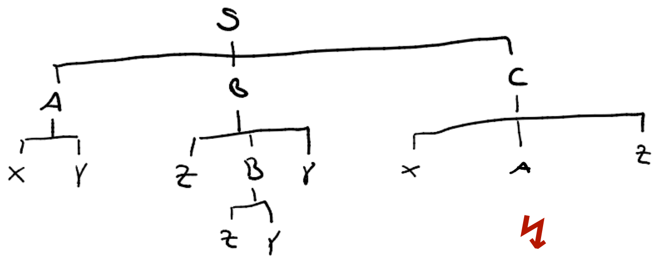
b) den entsprechenden Syntaxbaum

anzugeben.

c) Welche Sprache $L_X$ wird von der Grammatik $G_X$ erzeugt?

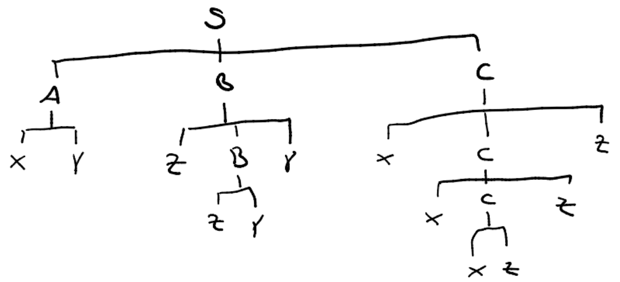
a)
S -> ABC -> -> AzByC -> AzzyyC -> xyzzyyC-> xyzzyyxAz ↯
**Das Wort ist mit der gegebenen Grammatik nicht erzeugbar.**

b)



c)
Lx = {x^i y^j z^k x^k z^j | i,j,k ∊ N }

**Unter der Annahme das: C -> xCz | xz**
a)
S -> ABC -> -> AzByC -> AzzyyC -> xyzzyyC-> xyzzyyxCz -> xyzzyyxxCzz -> xyzzyyxxxzzz
b)



c)
L1 = {x^n y^n z^m y^m x^j z^j | n,m,j ∊ N}

## Aufgabe 2.8 Nutzung einer kontextsensitiven Grammatik

Gegeben sei die Grammatik $G_2 = (N, \Sigma, P, S) = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, S)$ und

$$P = \begin{array}{lcl} S & \to & \varepsilon \mid ABCS \\ CA & \to & AC \\ AC & \to & CA \\ BA & \to & AB \\ AB & \to & BA \\ CB & \to & BC \\ BC & \to & CB \\ A & \to & a \\ B & \to & b \\ C & \to & c \end{array}$$

### Teilaufgabe 2.8.1 2 Punkte

Nutzen Sie $G_2$, um aus dem Startsymbol folgende Worte abzuleiten:

a) $\omega_8 = \varepsilon$

b) $\omega_9 = abc$

c) $\omega_{10} = bac$

d) $\omega_{11} = cbaabc$

a) S -> ε
b) S -> ABCS -> aBCS -> abCS -> abcS -> abcε -> abc
c) S -> ABCS -> BACS -> bACS -> baCS -> bacS -> bacε -> bac
d) S -> ABCS -> ABCABCS -> ACBABCS -> CABABCS -> CBAABCS -> cBAABCS -> cbAABCS -> cbaABCS -> cbaaBCS-> cbaabCS -> cbaabcS -> cbaabcε -> cbaabc

### Teilaufgabe 2.8.2 1 Punkt

Geben Sie die von $G_2$ erzeugte Sprache $\mathscr{L}(G_2)$ an, bzw. charakterisieren Sie die von $G_2$ erzeugten Worte so genau wie möglich.

r = es muss immer die gleiche Anzahl aller 3 Buchstaben in einem Wort vorkommen

## Aufgabe 2.9 Zahlen-Sprachen

Für die alle Teil-Aufgaben gilt: $\Sigma = \{-, 0, 1, \ldots, 9\}$.

### Teilaufgabe 2.9.1 Die Sprache der ganzen Zahlen, 3 Punkte

$L_Z \subseteq \Sigma^*$ mit $L_Z = \{\ldots, -78562, -11, -10, \ldots -1, 0, 1, \ldots 9, 10, \ldots, 5906, \ldots, \}$ sei die Sprache der ganzen Zahlen. Achtung: Zahlen mit führenden Nullen $(-09, -0000340, 0123, 000, \ldots)$ sind nicht in $L_Z$ enthalten!

a) Geben Sie eine Grammatik an, welche $L_Z$ erzeugt.

b) Welchen Chomsky-Typ hat Ihre Grammatik?

c) Können Sie Ihre Grammatik so umformen, dass sie regulär ist?

d) Können Sie einen regulären Ausdruck angeben, welcher $L_Z$ erzeugt?

a) Lz =(N,Σ,P,S)=({S,A,B},{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9},P,S)
P={
S -> A | ε
A -> AB | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | -
B -> 0 | A | ε
}

b) Typ 2. da auf der linken Seite aller Produktionsregeln immer genau ein nicht-terminalsymbol steht

c) Lz =(N,Σ,P,S)=({S,A,B},{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9},P,S)
P={
S -> -A | 1B | 2B | 3B | 4B | 5B | 6B | 7B | 8B | 9B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
A -> 1B | 2B | 3B | 4B | 5B | 6B | 7B | 8B | 9B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
B -> 0B | 1B | 2B | 3B | 4B | 5B | 6B | 7B | 8B | 9B | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9
}

d) r = (–?[1–9][0–9]*)

### Teilaufgabe 2.9.2 Die Sprache der OTTO-Zahlen, 3 Punkte

$L_O \subseteq \Sigma^*$ mit $L_O = \{1, \dots 9, 11, 22 \dots, 99, 101, 111, 121, \dots, 573375, \dots\}$, sei die Sprache der OTTO-Zahlen, also der natürlichen Zahlen, die von vorne und hinten gelesen gleich sind. Achtung: Zahlen mit führenden Nullen $(03430, 0110, \dots)$ sind nicht in $L_O$ enthalten!

a) Geben Sie eine Grammatik an, welche $L_O$ erzeugt.

b) Welchen Chomsky-Typ hat Ihre Grammatik?

c) Können Sie Ihre Grammatik so umformen, dass sie regulär ist?

a) G ={N,Σ,P,S}={{S,A},{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9},P,S}
P = {
S → 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0A0 | 1A1 | 2A2 | 3A3 | 4A4 | 5A5 | 6A6 | 7A7 | 8A8 | 9A9
A → 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 0A0 | 1A1 | 2A2 | 3A3 | 4A4 | 5A5 | 6A6 | 7A7 | 8A8 | 9A9 |ε
}

b) Typ 3 da immer entweder Non-Terminal oder Nonterminal + Terminal

c) ist nicht mehr notwendig da schon regulär

### Teilaufgabe 2.9.3 Die Sprache der geraden Zahlen, 4 Punkte

$L_G \subseteq \Sigma^*$ mit $L_G = \{\dots, -78562, -12, -10, \dots -2, 0, 2, \dots 8, 10, \dots, 5906, \dots, \}$ sei die Sprache der geraden Zahlen. Achtung: Zahlen mit führenden Nullen $(-08, -0000340, 0124, 000, \dots)$ sind nicht in $L_G$ enthalten!

a) Geben Sie eine Grammatik an, welche $L_G$ erzeugt.

b) Welchen Chomsky-Typ hat Ihre Grammatik?

c) Können Sie Ihre Grammatik so umformen, dass sie regulär ist?

d) Können Sie einen regulären Ausdruck angeben, welcher $L_G$ erzeugt?

a) Lz =(N,Σ,P,S)=({S,A,B},{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9},P,S)
P={
S → -C | C
C→2 | 4 | 6 | 8 | 1A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A | 7A | 8A | 9A
A→ 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 1A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A | 7A | 8A | 9A
}

b) Typ2

c) Lz =(N,Σ,P,S)=({S,A,C},{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9},P,S)
P={
S→ -C | 2 | 4 | 6 | 8 | 1A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A | 7A | 8A | 9A
C→ 2 | 4 | 6 | 8 | 1A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A | 7A | 8A | 9A
A→ 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 1A | 2A | 3A | 4A | 5A | 6A | 7A | 8A | 9A
}

d) -?[1-9]*[0-9]*(2|4|6|8)