

**AUFGABE 4.1 EINE KONTEXTFREIE SPRACHE**

Gegeben sei die Grammatik  $G = (\{S, X\}, \{x, y\}, P, S)$  mit der Produktionsmenge  $P = \begin{array}{l} S \rightarrow X \\ X \rightarrow xXy \\ X \rightarrow xy \end{array}$

**TEILAUFGABE 4.1.1 VON  $G$  ERZEUGTE SPRACHE, 2 PUNKTE**

Geben Sie an

- a) 3 Worte, welche man aus  $G$  ableiten kann,  
 b)  $\mathcal{L}(G)$ , also alle von  $G$  erzeugten Worte.

- a)  $xy, xxyy, xxxyyy$   
 b)  $L(G) = x^n y^n$

**TEILAUFGABE 4.1.2 CHOMSKY-NORMALFORM, 4 PUNKTE**

Geben Sie für  $G$  eine Grammatik  $G'$  in Chomsky-Normalform mit  $L(G) = L(G')$  an.

$$G = (\{S, X, Y, A\}, \{x, y\}, P, S)$$

$$P = \begin{array}{l} S \rightarrow XY \\ S \rightarrow XA \\ A \rightarrow SY \\ X \rightarrow x \\ Y \rightarrow y \end{array}$$

**AUFGABE 4.2 CHOMSKY-NORMALFORM UND CYK-ALGORITHMUS**

Gegeben seien die Grammatiken  $G_x = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$  mit der Produktionsmenge

$$P_x = \{S \rightarrow aSb, S \rightarrow b\}$$

und  $G_y = (\{S, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$  mit der Produktionsmenge

$$P_y = \{S \rightarrow cAB, A \rightarrow aAb, B \rightarrow cBb, A \rightarrow ab, B \rightarrow \epsilon\}$$

**TEILAUFGABE 4.2.1 2 PUNKTE**

Geben Sie für die Grammatik  $G_x$  eine Grammatik  $G'_x$  in Chomsky-Normalform mit  $\mathcal{L}(G_x) = \mathcal{L}(G'_x)$  an.

$$G'_x = (\{S, X, Y, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$$

$$P_x = \begin{array}{l} S \rightarrow AX \\ Y \rightarrow SB \\ X \rightarrow YB \\ Y \rightarrow B \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \end{array}$$

$$L(G'_x) = a^n b^{n+1}$$

**TEILAUFGABE 4.2.3 3 PUNKTE**

Geben Sie für die Grammatik  $G_y$  eine Grammatik  $G'_y$  in Chomsky-Normalform mit  $\mathcal{L}(G_y) = \mathcal{L}(G'_y)$  an.

$$G'_y = (\{S, X, Y, A, B\}, \{a, b, c\}, P, S)$$

$$P_y = \begin{array}{l} S \rightarrow CX \\ X \rightarrow YZ \\ Y \rightarrow AU \\ U \rightarrow YB \\ Y \rightarrow AB \\ Z \rightarrow CB \\ Z \rightarrow CV \\ V \rightarrow ZB \\ A \rightarrow a \\ B \rightarrow b \\ C \rightarrow c \end{array}$$

$$L(G'_y) = ca^n b^n c^y b^y$$

#### AUFGABE 4.4 DER KELLERAUTOMAT $P_{ab}$

Betrachten Sie den PDA  $P_{ab} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0) = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, \{A, B, \#\}, \delta, q_0)$  mit  $\delta$  gegeben wie folgt:

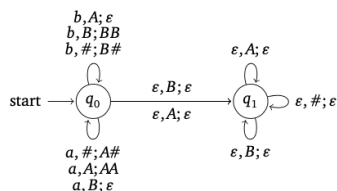


Abbildung 1: Erweitertes Zustandsübergangsdiagramm für  $P_{ab}$

##### TEILAUFGABE 4.4.1 2 PUNKTE

Bestimmen Sie für die Worte

- a)  $\omega_1 = ab$
- b)  $\omega_2 = aab$
- c)  $\omega_3 = bbbaa$

jeweils alle Konfigurationen (aktueller Zustand, verbleibendes Eingabewort, Inhalt des Kellers), die  $P_{ab}$  während der Verarbeitung der Worte durchläuft. Beantworten Sie anschließend, warum die Worte (nicht) akzeptiert werden.

$\omega_1 = ab$

q0, ab, #  
q0, b, A#  
q0, ε, #

Vollständig eingelesen, Stack nicht leer  
=> nicht akzeptiert

$\omega_2 = aab$

q0, aab, #  
q0, ab, A#  
q0, b, AA#  
q0, ε, A#  
q1, ε, #  
q1, ε, ε

Vollständig eingelesen, Stack leer  
=> akzeptiert

$\omega_3 = bbbaa$

q0, bbbaa, #  
q0, bbbaa, B#  
q0, bbaa, BB#  
q0, baa, BBB#  
q0, aa, BBB#  
q0, a, BB#  
q0, ε, B#  
q1, ε, #  
q1, ε, ε

Vollständig eingelesen, Stack leer  
=> akzeptiert

##### TEILAUFGABE 4.4.2 2 PUNKTE

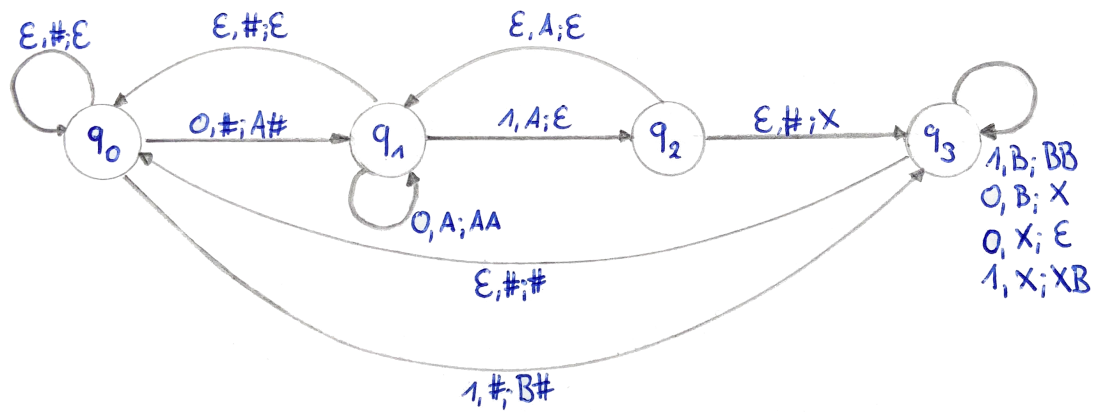
Welche Sprache  $\mathcal{L}(P_{ab})$  wird von  $P_{ab}$  akzeptiert?

$L(P_{ab}) = \{w \mid w \text{ kann 0 bis beliebig viele 'a' oder 'b' in beliebiger Reihenfolge enthalten aber es dürfen nie gleich viele 'a' wie 'b' existieren}\}$

#### AUFGABE 4.5 DER KELLERAUTOMAT $P_{01}$

Betrachten Sie den PDA  $P_{01} = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0) = (\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0, 1\}, \{A, B, X, \#\}, \delta, q_0)$  mit  $\delta$  gegeben wie folgt:

- $\delta(q_0, 0, \#) = (q_1, A\#)$
- $\delta(q_0, 1, \#) = (q_3, B\#)$
- $\delta(q_0, \varepsilon, \#) = (q_0, \varepsilon)$
- $\delta(q_1, 0, A) = (q_1, AA)$
- $\delta(q_1, 1, A) = (q_2, \varepsilon)$
- $\delta(q_2, \varepsilon, A) = (q_1, \varepsilon)$
- $\delta(q_2, \varepsilon, \#) = (q_0, \varepsilon)$
- $\delta(q_2, \varepsilon, \#) = (q_3, X)$
- $\delta(q_3, 1, B) = (q_3, BB)$
- $\delta(q_3, 0, B) = (q_3, X)$
- $\delta(q_3, 0, X) = (q_3, \varepsilon)$
- $\delta(q_3, 1, X) = (q_3, XB)$
- $\delta(q_3, \varepsilon, \#) = (q_0, \#)$



##### TEILAUFGABE 4.5.1 1 PUNKT

Stellen Sie die Zustandsübergangsfunktion mit Hilfe eines Graphen dar.

##### TEILAUFGABE 4.5.2 3 PUNKTE

Bestimmen Sie für die Worte

- $\omega_1 = 001$
- $\omega_2 = 101$
- $\omega_3 = 100001$

jeweils alle Konfigurationen (aktueller Zustand, verbleibendes Eingabewort, Inhalt des Kellers), die  $P_{01}$  während der Verarbeitung der Worte durchläuft. Beantworten Sie anschließend, warum die Worte (nicht) akzeptiert werden.

$\omega_1 = 001$

q0, 001, #  
q1, 01, A#  
q1, 1, AA#  
q2, ε, A#  
q1, ε, #  
q0, ε, ε

Vollständig eingelesen, Stack leer  
=> akzeptiert

$\omega_2 = 101$

q0, 101, #  
q3, 01, B#  
q3, 1, X#  
q3, ε, XB

Vollständig eingelesen, Stack nicht leer  
=> nicht akzeptiert

$\omega_3 = 100001$

q0, 100001, #  
q3, 00001, B#  
q3, 0001, X#  
q3, 001, #  
q0, 001, #  
q1, 01, A#  
q1, 1, AA#  
q2, ε, A#  
q1, ε, #  
q0, ε, ε

Vollständig eingelesen, Stack leer  
=> akzeptiert

##### TEILAUFGABE 4.5.3 2 PUNKTE

Welche Sprache  $\mathcal{L}(P_{01})$  wird von  $P_{01}$  akzeptiert?

$L(P_{01}) = \{w \mid w \text{ muss immer doppelt so viele '0' wie '1' enthalten}\}$