TUMSO 1^{st} Round Solution

1. กระบวนการแบบอะเดียแบติกเป็นกระบวนการที่ไม่มีความร้อนเข้าหรือออกจากระบบ ดังนั้น $Q = 0$

2. ที่จุดสมดุล $\sum \vec{F} = 0$ ได้ว่า $\frac{2}{3}\rho ALg - \rho V_0 g = 0$

   ให้ที่จุดสมดุล $\xi = 0$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\frac{2}{3}\rho ALg - \rho\left(V_0 + A\xi\right)g = \frac{2}{3}\rho AL\ddot{\xi}$$

$$-\rho A\xi g = \frac{2}{3}\rho AL\ddot{\xi}$$

$$\ddot{\xi} = -\frac{3g}{2L}\xi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

3. $I = 2\times m\left(\frac{L}{2}\sin 45^o\right)^2$

$$KE = \frac{1}{2}\times I\omega^2$$

$$= \frac{1}{2}\times 2\times m\times\frac{L^2}{8}\times a^2$$

$$KE = \frac{mL^2a^2}{8}$$

4. วัตถุจะไถลขึ้นไปสูงสุดเมื่อความเร็วเท่ากับราง

   จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัม ได้ว่า

$$mv = mV + MV$$

$$V = \frac{m}{m+M}v$$

   กฎอนุรักษ์พลังงาน

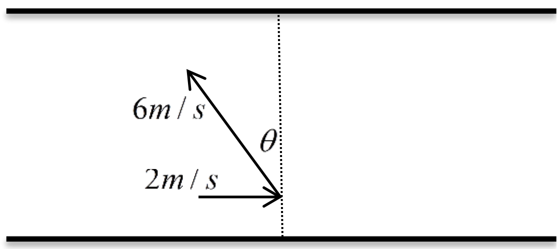
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\left(m+M\right)v^2 + mgh$$

$$h = \frac{1}{2}\frac{Mv^2}{(M+m)g}$$

5. เมื่อคิดความเร็วของจุด A เทียบกับ $C.M.$ ได้ $-v\cos\left(\frac{v}{r}t\right)$ เพราะฉะนั้น ความเร็วของจุด A เป็น

$$\left[v-v\cos\left(\frac{v}{r}t\right)\right]\hat{v}$$

6. มดแต่ละตัวจะเห็นมดอีกตัวที่เดินเข้าหาด้วยอัตราเร็ว $4-4\cos 60^o$ ซม.ต่อนาทีจากระยะ100ซม. ดังนั้น มดแต่ละตัวจะเดินชนกันต้องใช้เวลา 50 นาที

7. 

$$6\sin\theta = 2$$
$$\sin\theta = \frac{1}{3}$$
$$\theta = \arcsin\left(\frac{1}{3}\right) = \arccos\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$$

8. Free
9. จาก Nobel Prize 2015
10. พิจารณาตัวเลือกที่มีหน่วยเป็นเมตร และจุดๆนี้อยู่ที่เดิมตลอดเวลา
11. ถ้าวัตถุวิ่งด้วยความเร็วแสง เราจะเห็นวัตถุเพร้อมๆกับที่วัตถุชนเราแล้ว
12. $W_{in} = Q$

$$nP = \mu lC\left(T-T_0\right)$$
$$C = \frac{nP}{\mu l\left(T-T_0\right)}$$

13. พิจารณาโมเมนตัมเชิงมุม

$$L = I\omega = mvr$$
$$v = \frac{L}{mr}$$

พิจารณา $I = \lambda v$ เมื่อ λ คือประจุต่อความยาวได้ว่า

$$I = \left(\frac{Q}{2\pi r}\right)\left(\frac{L}{mr}\right) = \frac{QL}{2\pi mr^2}$$

จาก Biot-Savart's Law $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x^2+r^2}d\vec{l}\times\hat{r}$ ได้ว่า

$$d\vec{B}_x = \frac{\mu_0 Ir}{4\pi\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}d\vec{l}$$

$$B_x = \frac{\mu_0 I r}{4\pi\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}(2\pi r)$$

แทนค่า I

$$= \frac{\mu_0 Q L}{4\pi m\left(x^2+r^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$

14. *Gauss's Law*

$$E \cdot 2\pi R l = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}$$

ที่จุดสมดุล $\sum \vec{F} = 0$

$$mg - Eq = 0$$

$$E = \frac{mg}{q}$$

$$\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{mg}{q}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$-mg + \frac{\lambda q}{2\pi\varepsilon_0\left(R+r\right)} = m\ddot{r}$$

$$-\frac{\lambda q}{2\pi\varepsilon_0 R^2} r = m\ddot{r}$$

$$-\frac{2\pi\varepsilon_0 m g^2}{\lambda q} r = \ddot{r}$$

$$f = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 m g^2}{2\pi\lambda q}}$$

15. Polyaniline เป็น organic semiconductor

16. ถ้าสร้างทอร์กอย่างต่ำที่สุด คือ ใช้เวลาในการเร่งและหน่วงกระบองเท่ากัน

$$\tau = I\alpha$$

$$\omega = \alpha \times \frac{t}{2}$$

$$\tau = \frac{1}{12} ml^2 \times 2\frac{\omega}{t}$$

17. จากรางวัลโนเบลปี 2013

18. Doppler Effect

$$f_1 = \frac{(u+v)}{(u+v)-u} f$$

$$f' = \frac{(u+v)+u}{(u+v)} f_1$$

$$f' = \frac{2u+v}{v} f$$

19. การแผ่รังสี $\kappa = \sigma A T^4$

$$T = \left(\frac{\kappa}{\sigma A}\right)^{\frac{1}{4}}$$

20. Li-fi มีความปลอดภัยเนื่องจากแสงไม่สามารถผ่านวัตถุทึบแสงได้

21. พิจารณาอัตราเร็วในเส้นเชือก $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

ณ ความถี่มูลฐาน สำหรับเชือกที่ถูกตรึง $\frac{1}{2}\lambda = L$

ดังนั้น $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{TL}{m}}$

ก่อนลวดถูกดึง $f_0 = \sqrt{\frac{T}{4ml}}$

ต่อมา เมื่อลวดถูกดึงออก $T^{'} = T + \Delta T$

จาก $Young^{'}s\,Modulus\;\; Y = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}} = \frac{\mathrm{L}\Delta T}{A\Delta L}$

ดังนั้น $T^{'} = T + \frac{axY}{l}$

ในขณะที่ $L^{'} = l + x$

ดังนั้น $f_0^{'} = \sqrt{\frac{T + \frac{axY}{l}}{4m(l+x)}}$

เพราะฉะนั้น ผลต่างความถี่มูลฐาน $\Delta f_0 = \sqrt{\dfrac{T + \dfrac{axY}{l}}{4m(l+x)}} - \sqrt{\dfrac{T}{4ml}}$

22. ${}^{237}_{93}Np \rightarrow {}^{205}_{81}Tl + 8\,{}^{4}_{2}He + 4\,{}^{0}_{-1}\beta$

23. วงจรทำให้กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าตัวเก็บประจุเป็นไฟฟ้ากระแสตรง

24. อิเล็กตรอนแม้เร่งด้วยความเร็วแสง แต่ว่าหากไม่มีความเร่งก็จะไม่เปล่งแสงออกมา

25. หลักการทำงานของเครื่อง MRI

<u>แถม</u> Dielectric เพิ่มความจุไฟฟ้าได้

ข้อสอบอัตนัย

1. พิจารณาช่วงเวลา Δt สั้นๆ

   เดิมวัตถุมีโมเมนตัม $\vec{P}_1 = mv\hat{i}$

   มีฝุ่นเคลื่อนที่มาชนทั้งหมด $m = k\Delta t$ ด้วยความเร็ว $-u\hat{j}$

   ดังนั้นฝุ่นมีโมเมนตัม $\overrightarrow{P_2} = -uk\Delta t\hat{j}$

   จากกฎอนุรักษ์โมเมนตัม ผลรวมโมเมนตัมหลัง $=$ ผลรวมโมเมนตัมก่อนชน $= mv\hat{i} - uk\Delta t\hat{j}$

   แต่เนื่องจากวัตถุมีความเร็วเท่าเดิม ดังนั้นโมเมนตัมหลังการชน $= \left(m + k\Delta t\right)v\hat{i}$

   ดังนั้นวัตถุต้องได้รับการดล $\Delta\vec{P} = \left(m + k\Delta t\right)v\hat{i} - \left(mv\hat{i} - uk\Delta t\hat{j}\right) = k\Delta t\left(v\hat{i} - u\hat{j}\right)$

   คิดเป็นแรงดล $\vec{F} = \dfrac{\Delta\vec{P}}{\Delta t} = k\left(v\hat{i} - u\hat{j}\right) = q\vec{E}$

   $$\vec{E} = \frac{k}{q}\left(v\hat{i} - u\hat{j}\right)$$

   ดังนั้นสนามไฟฟ้า E มีขนาด $\dfrac{k}{q}\sqrt{u^2 + v^2}$

2. ลวดสลิงที่ปลายทั้งสองข้างสามารถออกแรงกระทำกับแผ่นไม้ได้มากที่สุด $mg + 5mg = 6mg$

   พิจารณาแผ่นไม้และวัตถุรวมกัน ให้มีมวลรวมกัน M จากกฎของนิวตัน $\sum\vec{F} = m\vec{a}$

   ให้ทิศขึ้นเป็นบวก จะได้ว่า $6mg - Mg = Ma = Mg$

   $6mg = 2Mg \quad \therefore M = 3m$ นั่นคือวัตถุจะมีมวลได้มากสุด $M - m = 2m$ นั่นเอง

   ซึ่งแรงที่ไม้กระทำต่อวัตถุมีทิศขึ้น ขนาด $2Mg = 4mg$

   ดังนั้นแรงที่วัตถุกระทำต่อแผ่นไม้ก็ต้องมีขนาด $4mg$ ในทิศลง

   สมมติว่าปลายลวดสลิงที่รับน้ำหนักได้ mg อยู่ทางด้านซ้าย

   เราพิจารณาตำแหน่งของวัตถุ $x =$ ระยะห่างที่วัดจากปลายลวดสลิงที่รับน้ำหนักได้ mg

   บาลานซ์โมเมนต์รอบจุด $C.M.$ เนื่องจากระบบมีความเร่ง จะได้ว่าโมเมนต์ทวน $=$ โมเมนต์ตาม

   $$5mg\left(\frac{l}{2}\right) = mg\left(\frac{l}{2}\right) + 4mg\left(x - \frac{l}{2}\right)$$

   จะได้ว่าวัตถุต้องวางห่างจากปลายลวดสลิงที่รับน้ำหนักได้ mg เป็นระยะ $x = l$

   กล่าวคือ ต้องวางตรงปลายลวดสลิงที่รับน้ำหนักได้ $5mg$

3. พิจารณาพลังงานจลน์ $KE = \frac{1}{2}mv^2$

และจาก $Circular\ Motion\ F_c = T = \frac{mv^2}{r} = \frac{2E}{r}$

ในการดึงเชือกเป็นระยะ dx สั้นๆ จะได้ว่าเราทำงาน $dW = Tdx$

ซึ่งรัศมีจะลดลง $dr = -dx$ และงานที่เราทำ จะไปเพิ่มพลังงานจลน์ของวัตถุ

ดังนั้น $dE = dW = Tdx = -Tdr = -\frac{2E}{r}dr$

ดังนั้น $\frac{dE}{E} = -2\frac{dr}{r}$

อินทิเกรตทั้งสองข้าง $\int \frac{dE}{E} = -2\int \frac{dr}{r}$

ได้ว่า $\ln E = -2\ln r + C = \ln \frac{1}{r^2} + C$

ดังนั้น $E \propto \frac{1}{r^2}$ ได้ว่า $\therefore \frac{E^{'}}{E_0} = \left(\frac{r_0}{\mathrm{r}^{'}}\right)^2 = 4$

$E^{'} = 4E_0 = E_0$

$\therefore$ งานที่กระทำ $W = 3E_0$

4. จาก Dimension Analysis

$$F = [M][L][t]^{-2}$$

$$\rho = [M][L]^{-3}$$

$$A = [L]^2$$

$$v = [L][t]^{-1}$$

จาก $F = \rho^{\lambda} A^{\phi} v^{\psi}$

ดังนั้น $[M]^1 [L]^1 [t]^{-2} = [M]^{\lambda} [L]^{2\phi+\psi-3\lambda} [t]^{-\psi}$

จะได้ว่า $\lambda = 1, \phi = 1, \psi = 2$

$$\therefore F = k\rho A v^2$$

พิจารณา isothermal atmosphere

พิจารณา $PV = Nk_B T = \frac{m}{M} k_B T$

$$PM = \frac{m}{V} k_B T = \rho k_B T; \rho = \frac{PM}{k_B T}$$

พิจารณาสมดุลแรงของก้อนอากาศในช่วงความสูง z ถึง $z+dz$

จะได้ว่า $P(z+dz)A + mg = P(z)A$

$$AdP = -mg = -\rho Agdz$$

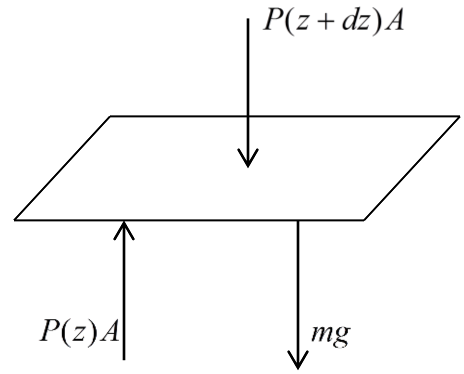
$$\therefore \frac{dP}{dz} = -\frac{PMg}{k_B T}$$

$$\frac{1}{P} dP = -\frac{Mg}{k_B T} dz$$

$$\int_{P_0}^{P} \frac{1}{P} dP = -\int_{0}^{Z} \frac{Mg}{k_B T} dz$$

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = -\frac{Mg}{k_B T} z$$

$\therefore P = P_0 e^{-\frac{Mg}{k_B T} z}$ และ $\rho = \rho_0 e^{-\frac{Mg}{k_B T} z}$



จาก $v^2 = u^2 + 2as$ เริ่มต้นจากหยุดนิ่ง $u = 0$

$\therefore v^2 = 2as$

$\therefore F = k\rho Av^2 = \rho_0 e^{-\frac{Mg}{k_BT}z} A(2az)$

Maximum เมื่อ $\frac{d}{dz}F = 0$

$$2ak\rho_0 A\frac{d}{dz}\left(ze^{-\frac{Mg}{k_BT}z} \right) = 0$$

$$e^{-\frac{Mg}{k_BT}z} - \frac{Mg}{k_BT}ze^{-\frac{Mg}{k_BT}z} = 0$$

$$\therefore 1 = \frac{Mg}{k_BT}z\ ;\ \ z = \frac{k_BT}{Mg}$$

5. การเรียงสลับเปลี่ยนของต่างกัน 3 ชิ้น ลงในกล่องต่างกัน 3 กล่อง ได้ $3\times2\times1=6$ วิธี

   ที่ผิวภายในตัวนำจะมีประจุ $-Q_1$ ความหนาแน่นประจุต่อพื้นที่ผิวเป็น $-\frac{Q_1}{4\pi a^2}, -\frac{Q_1}{4\pi b^2}, -\frac{Q_1}{4\pi c^2}$

   ที่ผิวนอกจะมีประจุ $3Q_1$ ความหนาแน่นประจุต่อพื้นที่ผิวเป็น $\frac{3Q_1}{4\pi r^2}$

6. จาก $Snell's\,law$ $n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$

   ดังนั้น $n(h)\sin\theta(h) = n(h+dh)\sin\theta(h+dh)$

   ทำซ้ำกันไปเรื่อยๆ จะได้ว่า $n(h_1)\sin\theta(h_1) = n(h_2)\sin\theta(h_2)$

   ณ จุดที่แสงลงไปลึกที่สุด จะได้ว่า $\theta' = 90°$

   ดังนั้น $n(0)sin\theta = n(h')$

   $1\cdot\sin\theta = 1 + \frac{h}{h_0}$

   $\therefore h = h_0(sin\theta - 1)$ หรือลงไปเรื่อยไม่มีที่สิ้นสุด $(h = \infty)$ ในกรณีที่ $h_0 > 0$

7. จาก $N = N_o e^{(-\lambda t)}$ เมื่อ

N คือจำนวนนิวเคลียสของกัมมันตรังสีที่เหลืออยู่ที่ t ใดๆ

N_0 คือจำนวนนิวเคลียสของกัมมันตรังสีตอนเริ่มต้น

λ คือค่าคงตัวการสลาย ขึ้นอยู่กับชนิดของนิวเคลียสของกัมมันตรังสี

$$\frac{N}{N_0} = e^{(-\lambda t)}$$

$$\ln\left(\frac{N}{N_o}\right) = -\lambda t$$

$$t = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N}{N_o}\right)$$

$$t_a = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N}{N_o}\right)$$

จาก $S_n = \sum_{i=1}^{i=n-1} T_{\frac{1}{n}}; \quad n \epsilon N^+ - \{1\}$

$$= -\frac{1}{\lambda}\left\{\sum_{i=1}^{i=n-1} \ln\left(\frac{1}{n}\right)\right\}$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\left\{\left(\ln 1 + \ln 2 + \ldots + \ln(n-1)\right) - (n-1)\ln n\right\}$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\left\{\left(\ln 1 + \ln 2 + \ldots + \ln(n-1) + \ln \mathrm{n}\right) - n\ln n\right\}$$

$$= -\frac{1}{\lambda}\left\{\ln n! - n\ln n\right\}$$

จาก $\ln n! \approx n\ln n - n$

$$\therefore S_n = -\frac{1}{\lambda}\left\{n\ln n - n - n\ln n\right\}$$

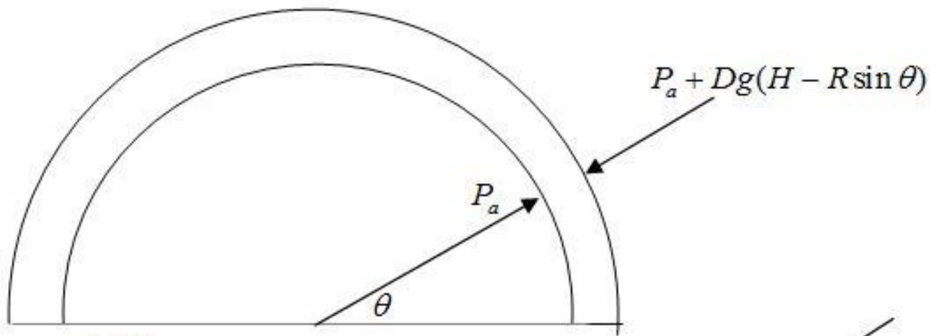
$$S_n = \frac{n}{\lambda}$$

8. กระบอก ยาว L อุณหภูมิ T เป็นเซลเซียส ความถี่ f ความเร็วเสียง $v = 331 + 0.6\ T$

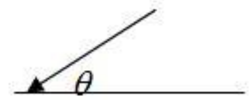
ความยาวคลื่น $\lambda = \dfrac{v}{f} = \dfrac{331 + 0.6T}{f} = 4L \rightarrow \dfrac{\Delta L}{\Delta T} = \dfrac{0.15}{f} = \alpha L; L = \dfrac{331 + 0.6T}{4f}$

ให้ T เป็น 25 องศาเซลเซียส ได้ $\alpha = \dfrac{0.6}{346} = 0.00173$

9.



ที่ θ ใดๆ $\dfrac{dF(\theta)}{l} = (P_a + Dg(H - R\sin\theta))Rd\theta - p_a r d\theta$ ทิศ



จากความสมมาตรของครึ่งทรงกลม พบว่า แรงน้ำในแนวราบจะตัดกันหมด จึงเหลือเฉพาะแรงในแนวดิ่ง

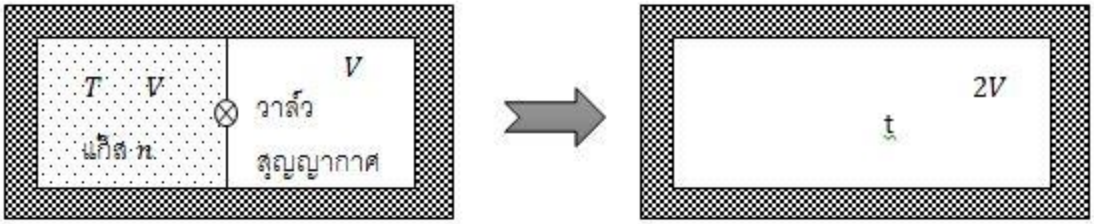
$$\therefore \frac{dF_y(\theta)}{l} = \{(P_a + Dg(H - R\sin\theta))R\}\sin\theta d\theta$$

$$\frac{F_y}{l} = 2[\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} P_a(R)\sin\theta d\theta + \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} DgR(H\sin\theta - R\sin^2\theta)d\theta]$$

$$\frac{F_y}{l} = 2[P_a(R)(-\cos\theta)_0^{\pi/2} + DgR(H(-\cos\theta)_0^{\pi/2} - \frac{R}{4}(2\theta - \sin 2\theta)_0^{\pi/2})]$$

$$\therefore \frac{F_y}{l} = 2[P_a(R) + DgR(H - R\frac{\pi}{4})]$$ **Ans**

10. ก) ให้อุณหภูมิหลังเปิดวาล์วสุดท้ายเป็น t



$$\frac{f}{2}nRT - \frac{f}{2}nRt = 0$$

แก๊สอุดมคติ อุณหภูมิสุดท้ายเท่าเดิม$(t = T)$

ข)กรณีเป็น van der Waals gas

ในทำนองเดียวกันจะได้ว่า

$$\Delta U = 0$$

$$U_f = U_i$$

$$\frac{f}{2}nRt - \frac{an^2}{2V} = \frac{f}{2}nRT - \frac{an^2}{V}$$

$$\frac{an^2}{2V} = \frac{f}{2}nR(T - t)$$

$$t = T - \frac{an}{fVR}$$