

25 октября 2025

Общая информация о лабораторной работе

Цель работы

Выполнить лабораторную работу 4 и изучить алгоритмы вычисления наибольшего общего делителя.

Задание

Реализовать все рассмотренные алгоритмы программно.

Теоретическое введение

Алгоритм Евклида

Основан на принципе, что НОД двух чисел a и b равен НОД числа b и остатка от деления a на b .
Формально:

- $\text{НОД}(a, b) = \text{НОД}(b, a \bmod b)$
- Процесс повторяется, пока остаток не станет 0.
- Тогда НОД равен последнему ненулевому делителю.

Бинарный алгоритм Евклида

Также известен как алгоритм на основе сдвигов. Использует свойства двоичной арифметики:

- Если оба числа чётные, $\text{НОД}(a, b) = 2 \times \text{НОД}(a/2, b/2)$
- Если одно число чётное, другое нечётное, делим чётное на 2 (сдвигаем вправо)
- Если оба нечётные, заменяем большее число на разность с меньшим
- Повторяем, пока числа не сравняются

Преимущество — отсутствие операций деления и взятия остатка, что ускоряет вычисления на двоичных системах.

Расширенный алгоритм Евклида

Помимо вычисления НОД, позволяет найти коэффициенты x и y в уравнении: $a \cdot x + b \cdot y = \text{НОД}(a, b)$

б) Коэффициенты важны для решения уравнений в целых числах (например, диофантовы уравнения), криптографии (например, для нахождения обратного по модулю числа).

Расширенный бинарный алгоритм Евклида

Комбинирует идеи расширенного алгоритма и бинарного, используя двоичные операции для ускорения и одновременно вычисляя коэффициенты x , y , что полезно при работе с большими числами.

Выполнение лабораторной работы

Алгоритм Евклида и Бинарный алгоритм Евклида

Расширенный алгоритм Евклида

Расширенный бинарный алгоритм Евклида

Выводы

В результате работы мы смогли реализовать все рассмотренные алгоритмы программно с помощью Julia

Были записаны скринкасты:

- выполнения лабораторной работы;
- создания отчёта по результатам выполнения лабораторной работы;
- создания презентации по результатам выполнения лабораторной работы;
- защиты лабораторной работы.