

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный исследовательский
университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №5 по дисциплине «Вычислительная
математика»

Вариант 4



Выполнил:

Студент группы Р3212

Данько Савелий Максимович

Преподаватель:

г. Санкт-Петербург
2025

Цель лабораторной работы: решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек.

Вычислительная реализация задачи

Таблица значений:

| x | y |
|------|--------|
| 1.05 | 0,1213 |
| 1.15 | 1,1316 |
| 1.25 | 2,1459 |
| 1.35 | 3,1565 |
| 1.45 | 4,1571 |
| 1.55 | 5,1819 |
| 1.65 | 6,1969 |

$$X_1 = 1.051$$

$$X_2 = 1.277$$

Таблица конечных разностей:

| x | $f(x)$ | $\Delta^1 f$ | $\Delta^2 f$ | $\Delta^3 f$ | $\Delta^4 f$ | $\Delta^5 f$ | $\Delta^6 f$ |
|------|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1.05 | 0,1213 | 1.0103 | 0.004 | -0.0077 | -0.006 | 0.0539 | -0.17 |
| 1.15 | 1,1316 | 1.0143 | -0.0037 | -0.0137 | 0.0479 | -0.1161 | |
| 1.25 | 2,1459 | 1.0106 | -0.01 | 0.0342 | -0.068 2 | | |
| 1.35 | 3,1565 | 1.0006 | 0.0242 | -0.034 | | | |
| 1.45 | 4,1571 | 1.0248 | -0.0098 | | | | |
| 1.55 | 5,1819 | 1.015 | | | | | |
| 1.65 | 6,1969 | | | | | | |

Точка $X_1 = 1.051$ ближе к $x_0 = 1.05$, тогда используем первую интерполяционную формулу Ньютона.

$$t = \frac{(x - x_0)}{h} = \frac{(1.051 - 1.05)}{0.01} = 0.01$$

$$N_n(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2!} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{t(t-1)\dots(t-n+1)}{n!} \Delta^n y_0$$

$$\begin{aligned} f(1.051) &\approx 0.1213 + 0.1 \cdot 1.0103 + \frac{0.01(0.01-1)}{2!} \cdot 0.0004 + \\ &+ \frac{0.01(0.01-1)(0.01+1)}{3!} \cdot -0.0077 + \\ &+ \frac{0.01(0.01-1)(0.01+1)(0.01+1)}{4!} \cdot -0.006 + \\ &+ \frac{0.1(0.01-1)(0.01+1)(0.01+1)(0.01-1)}{5!} \cdot 0.0539 + \\ &+ \frac{0.01(0.01-1)(0.01+1)(0.01+1)(0.01-1)(0.01+1)}{6!} \cdot -0.17 \approx 0.1318 \end{aligned}$$

Точка $X_2 = 1.277$ меньше центральной точки $x_0 = 1.35$, тогда используем вторую интерполяционную формулу Гаусса.

$$t = \frac{(x - x_0)}{h} = \frac{(1.277 - 1.35)}{0.01} = -0.73$$

Вторая интерполяционная формула Гаусса ($x < a$)

$$P_n(x) = y_0 + t\Delta y_{-1} + \frac{t(t+1)}{2!}\Delta^2 y_{-1} + \frac{(t+1)t(t-1)}{3!}\Delta^3 y_{-2} + \frac{(t+2)(t+1)t(t-1)}{4!}\Delta^4 y_{-2} + \dots + \frac{(t+n-1)\dots(t-n+1)}{(2n-1)!}\Delta^{2n-1} y_{-n} + \frac{(t+n)(t+n-1)\dots(t-n+1)}{(2n)!}\Delta^{2n} y_{-n}$$

$$f(1.1277) \approx 2.4171$$

$$\begin{aligned} f(1.1277) &\approx 3.1565 + (-0.73) \cdot 1.0106 + \frac{-0.73(-0.73+1)}{2!} \cdot (-0.01) + \\ &+ \frac{-0.73(-0.73+1)(-0.73-1)}{3!} \cdot (-0.0137) + \\ &+ \frac{-0.73(-0.73+1)(-0.73-1)(-0.73+1)}{4!} \cdot 0.0479 + \\ &+ \frac{-0.73(-0.73+1)(-0.73-1)(-0.73+1)(-0.73-1)}{5!} \cdot 0.0539 + \\ &+ \frac{-0.73(-0.73+1)(-0.73-1)(-0.73+1)(-0.73-1)(-0.73+1)}{6!} \cdot (-0.17) \approx 2.4171 \end{aligned}$$