

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования «Национальный исследовательский
университет ИТМО»

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной Техники

Лабораторная работа №3 по дисциплине «Вычислительная
математика»

Вариант 4



Выполнил:

Студент группы Р3212

Данько Савелий Максимович

Преподаватель:

г. Санкт-Петербург
2025

Цель лабораторной работы:

найти приближенное значение определенного интеграла с требуемой точностью различными численными методами.

Вычислительная реализация задачи

Точное решение:

$$\int_{-3}^{-1} (2x^3 - 4x^2 + 8x - 4) dx$$

$$F(x) = \frac{x^4}{2} - \frac{4x^3}{3} + 4x^2 - 4x$$

$$F(-1) = \frac{53}{6}$$

$$F(-3) = \frac{261}{6}$$

$$I = \frac{-104}{3} = -34.6667$$

Решение по формуле Ньютона-Котеса при n=6

$$h = \frac{b-a}{6} = \frac{-1-(-3)}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_k = a + kh$$

$$I = h \cdot \frac{1}{140} [41f(x_0) + 216f(x_1) + 27f(x_2) + 272f(x_3) + 27f(x_4) + 216f(x_5) + 41f(x_6)] = \frac{-104}{3}$$

Формула средних прямоугольников:

$$\Delta x = 0.2$$

$$I = h \sum_{k=0}^{n-1} a + (k + \frac{1}{2})h = 34.648$$

Абсолютная разница ≈ 0.1067

Относительная ошибка = 0.308%

Метод Симпсона:

$$I = \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + f(x_{10})] = -34.6667$$

Вывод:

В ходе лабораторной работы были изучены и реализованы различные численные методы приближённого вычисления определённого интеграла.

Все численные методы дали результат, близкий к точному, но точное значение удалось получить только методами, основанными на аппроксимации полиномами степени ≥ 3 Ньютона–Котеса 6-го порядка и Симпсона).

Метод Симпсона продемонстрировал высокую точность при сравнительно малом числе разбиений ($n = 10$).

Метод прямоугольников дал результат с небольшой, но заметной погрешностью.