IX Simulado dos Ingressantes

Instituto de Matemática e Estatística Universidade de São Paulo

Caderno de Problemas



Departamento de Ciência da Computação IME-USP Sexta, 26 de Abril de 2024.

Instruções

- A competição tem duração de 5 horas;
- Os times são compostos de no máximo 3 integrantes;
- Os times podem utilizar somente um computador;
- Não é permitida a consulta de materiais durante a prova, exceto documentação das linguagens;
- O ambiente da prova será o CodeForces (www.codeforces.com).
- A entrada de cada problema deve ser lida da entrada padrão (teclado);
- A saída de cada problema deve ser escrita na saída padrão (tela);
- Siga o formato apresentado na descrição da saída, caso contrário não é garantido que seu código será aceito.

Vereditos das submissões		
In queue	Paciência	
Accepted	Código aceito. Parabéns!	
Wrong answer	Errado. Pode tentar novamente.	
Time limit	Seu programa demora muito para dar a resposta (certa ou errada).	
exceded	Pode tentar novamente.	
Runtime error	Erro em tempo de execução (ex.: segmentation fault).	
	Pode tentar novamente.	
Compilation Error	Erro de compilação. Pode tentar novamente.	

Problem A. Acerto de contas

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

Após anos de investigação e busca, o fugitivo Miguelez, acusado de alta traição à USP (União do Sistema Planetário), foi capturado pelo famoso detetive espacial Morete. Devido à gravidade de seu crime, foi encaminhado para a prisão de segurança máxima de Netuno, que adota o sistema pan-óptico: todas as 360 celas do complexo são dispostas ao longo de um círculo, numeradas de 1 a 360, e a torre de vigia se localiza no centro desse círculo, de maneira que o agente penitenciário é capaz de ver todas as celas.

O detetive Morete tem medo que Miguelez trame alguma fuga, então quer reforçar ainda mais a fiscalização das celas da prisão instalando um novo conjunto de câmeras na torre de vigia, que irão cobrir um único intervalo contíguo de celas. Morete tem acesso ao registro de quais celas estão ocupadas no complexo e quer instalar as câmeras de maneira a cobrir todo o conjunto dessas celas; entretanto, como a verba para essa obra é limitada, quer determinar qual o tamanho do menor intervalo de celas a serem vigiadas de maneira que todas as ocupadas sejam observadas.

Ocupado com seu dever para com a lei, Morete pediu a sua ajuda: dadas as n celas c_i do círculo que estão ocupadas, qual o menor número de celas que deverão ser cobertas pelas câmeras para que todas as celas ocupadas sejam vigiadas?

Input

A primeira linha da entrada contém um inteiro n $(1 \le n \le 360)$ — o número de celas ocupadas.

A segunda linha contém n inteiros distintos c_i $(1 \le c_i \le 360)$ — o número da i-ésima cela ocupada.

Output

A saída deve conter um único número inteiro, o tamanho do menor intervalo de celas que deverão ser cobertas pelas câmeras.

Examples

standard input	standard output
2	31
2 32	
3	61
10 330 30	

Note

No primeiro caso de teste dos exemplos, o menor intervalo contíguo que satisfaz o enunciado é o da cela 2 à 32, que possui 31 celas.

No segundo caso de teste dos exemplos, o menor intervalo contíguo que satisfaz o enunciado é o da cela 330 à 30, totalizando 61 celas.

Problem B. Batalha Espacial

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

Nathan é um sagaz apostador interplanetário que leva a vida ludibriando extraterrestres. Numa de suas expedições em Urano, nosso duelista espacial desafiou um alien ao dizer que poderia ganhar dele em qualquer jogo que escolhesse, imaginando que suas artimanhas garantiriam a vitória. Então, o alien propôs uma intensa batalha intelectual.

Ao saber da regulamentação da batalha, Nathan se encontra em uma enrascada e acaba pedindo a sua ajuda. Preste muita atenção, pois a regra é um tanto complexa: no primeiro turno, o uraniano dirá um número inteiro n. No segundo e último turno, será a vez do Nathan de dizer um número inteiro m. Vence aquele que falar o maior número.

Após saber o número n dito pelo alien, sua tarefa é responder qual número m garantirá a vitória para Nathan.

Input

A entrada consiste em apenas uma única linha contendo um número inteiro $n\ (1 \le n \le 100)$ — o número escolhido pelo alien.

Output

A saída deve conter apenas um número inteiro $m \ (0 \le m \le 10^5)$ — a resposta vencedora de Nathan.

Example

standard input	standard output
12	124

Problem C. Candidatos cósmicos

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

Com a proximidade da Maratona Interplanetária de Programação, Enrique, o Coach do grupo de Maratona de Programação da União do Sistema Planetário (MaratonUSP), está decidido a levar todos os n membros do grupo para participar desta competição histórica, que pela primeira vez será realizada na Terra.

Os membros do MaratonUSP são organizados em times de 3 membros. Enrique tem plena confiança de que os membros ficarão entusiasmados com a oportunidade de competir com talentos de todo o universo. Ele compreende que, para garantir a participação de cada time, só precisa convencer a maioria dos 3 membros, pois o último membro aceitará participar imediatamente.

Com uma agenda apertada, o Coach busca sua assistência para determinar o número mínimo de pessoas que ele deve convencer a participar da Maratona Interplanetária de Programação, de modo que todas as equipes do MaratonUSP aceitem competir neste evento espacial.

Input

A entrada consiste em um uma única linha contendo um inteiro n ($n \le 100$) — o número de membros do MaratonUSP.

É garantido que n é um múltiplo de 3.

Output

Imprima um único número: a menor quantidade de membros do MaratonUSP que o Coach deve convencer a participar da Maratona Interplanetária de Programação para garantir a participação de todos os times na competição.

Examples

standard input	standard output
3	2
6	4

Problem D. Dividindo a pizza solar

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

Carlinhos, o melhor pizzaiolo do sistema solar, descobriu uma nova técnica para cozinhar suas pizzas: assálas no Sol! A notícia das novas pizzas do Carlinhos correu rapidamente por toda a galáxia. Assim, Rachel e Matheuzin, sommeliers de pizzas espaciais, decidiram viajar no Sol para experimentar a novidade.

Rachel e Matheuzin foram na pizzaria do Carlinhos em um grupo de 2n amigos, cada um dos quais tem um sabor de pizza preferido. Como gastaram muito dinheiro na viagem, decidiram economizar nas pizzas. Por tal motivo, vão pedir n pizzas, cada uma delas dividida em duas metades de sabor distinto. O preço de uma pizza cujas metades tem valores $p \in q$ é $\max(p,q)$.

Ajude a Rachel e a Matheuzin a encontrar a forma de pagar o mínimo possível pelas pizzas.

Input

A primeira linha da entrada tem um único número inteiro n $(1 \le n \le 10^5)$ — a quantidade de pizzas a serem pedidas.

A segunda linha da entrada tem 2n números inteirois p_1, p_2, \dots, p_{2n} $(1 \le p_i \le 10^4)$, onde p_i é o preço da pizza que o i-ésimo amigo quer comer.

Output

Imprima um único inteiro, o menor valor possível para comprar n pizzas com os sabores requeridos.

Example

standard input	standard output
2	8
3 5 3 4	

Problem E. Escavando Mercúrio

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

É finalmente hora da humanidade colonizar Mercúrio. Contudo, um grande problema para a criação das cidades no planeta mais próximo do Sol é seu relevo acidentado. Para construção adequada das cidades é necessário nivelar o relevo do planeta.

Paulo é um terraplanista (i.e, alguém que realiza terraplanagem) da IME (<u>International Mercury Excavation</u>), contratado para consertar o relevo mercuriano. O horizonte de Mercúrio consite de n montes, cada um com altura a_i . Pela natureza quântica da areia mercuriana, não é possível mover areia entre montes, logo, Paulo só consegue diminuir a altura dos mesmos e nunca aumentar.

Antônio, presidente da ACM (Associaton for the Conservation of Mercury), está muito preocupado com as mudanças que serão relizadas no planeta e gostaria que o relevo fosse mudado o mínimo possível, isto é, o número total de metros de areia retirados seja minimizado. Paulo, como um terraplanista nato, não é bom de matemática, e precisa da sua ajuda para acalmar Antonio. Ajude Paulo a determinar o mínimo de metros areia de deve ser retirada dos montes de Mercúrio de forma que o relevo fique uniforme.

Input

A entrada consiste de duas linhas.

A primeira linha contém um único inteiro positivo n $(1 \le n \le 10^5)$ — o numero de montanhas no horizonte mercuriano.

A segunda linha contém n números separados por espaços a_i $(1 \le a_i \le 10^4)$ — as alturas em metros de cada monte.

Output

Imprima um único inteiro não-negativo, o número mínimo de metros que Paulo deve cavar de forma que o horizonte mercuriano fique uniforme.

Examples

standard input	standard output
2	6
4 10	
4	40
5 15 13 27	
6	10
3 4 3 5 7 6	

Problem F. Festa Lunina

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

A Festa Lunina é uma tradição anual do povo da Lua. Em toda Lua minguante, seres de todo o sistema solar se reúnem para celebrar e dançar ao redor de crateras flamejantes. É também uma oportunidade de aproveitar as melhores iguarias lunares, como o pão de queijo lunar, feito com o queijo do próprio solo da Lua.

Esse ano lunar, May é a responsável por organizar essa festa tão importante. Com toda sua influência e popularidade pelo sistema solar, ela convidou diversos planetas a se reunírem nessa data especial. No entanto, May ficou preocupada que a própria população lunar não aparecesse no evento, já que nos últimos anos o povo da Lua se mostrou cada vez mais desinteressado em fazer parte de sua própria tradição, preferindo se reunir no lado escuro e festejar a sua própria maneira.

Cauê, que era responsável pelo controle e venda dos ingressos, então sugeriu uma ideia para incentivar o povo lunar a aparecer: a organização poderia usar o dinheiro que ganharam da USP (União do Sistema Planetário) através do prêmio PIPA (Programa de Incentivo à Patuscadas Astronômicas, que visa investir nas melhores patuscadas do sistema), para poder oferecer um ingresso pela metade do valor à Festa Lunina, exclusivamente para o povo lunar.

Os ingressos foram vendidos e a festa foi do balacobaco. Cauê estava se divertindo tanto que cometeu um erro contábil grave: esqueceu de contar quantas pessoas na festa eram da Lua, e então não iria conseguir estabelecer uma boa métrica para saber se sua ideia foi eficiente ou não.

Cauê então pede sua ajuda para resolver esse problema antes que seja demitido. Felizmente, ele ainda foi capaz de anotar a quantia arrecadada a em moedas lunares, e quantas pessoas p foram para a festa. Assuma que todas as pessoas que compraram ingressos foram ao festival. Com essas informações, e com o valor da entrada inteira v, ajude Cauê a descobrir quantas pessoas da festa eram do povo lunar.

Input

A entrada contém 3 inteiros a, p e v ($0 \le a, p \le 10^6, 1 \le v \le 10^6, v$ é par) — o valor total arrecadado na Festa Lunina, quantas pessoas foram à festa, e o valor da entrada inteira, respectivamente.

Output

Um único inteiro y correspondente à quantidade de pessoas na festa que eram da Lua. É garantido que a resposta é um inteiro não-negativo.

Examples

standard input	standard output
7 5 2	3
22 7 4	3
150 10 30	10

Note

No primeiro teste caso, das 5 pessoas na festa, 3 pagaram meia-entrada e 2 pagaram inteira, totalizando 7 moedas lunares. Logo, haviam 3 pessoas do povo da lua na festa.

Problem G. Genealogia alienígena

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 256 megabytes

O planeta Vênus é conhecido por sua atmosfera tóxica e temperaturas infernais, onde aparentemente qualquer civilização seria incapaz de viver e prosperar. Contudo, recentemente foram detectados nesse planeta registros de uma civilização antiga (os "veníricos") que teria habitado Vênus há milhões de anos atrás. Diante dessa descoberta surpreendente, a União do Sistema Planetário (USP) decidiu enviar a esse planeta o único especialista capaz de recuperar esses registros e revelar mais detalhes sobre a história da civilização venusiana: o arqueólogo espacial Otávio.

Em sua extensa pesquisa, Otávio descobriu fatos surpreendentes sobre as gerações de veníricos:

- A geração 0 de veníricos era composta por exatamente $a \ge 1$ habitantes.
- No ciclo de vida de um venírico capaz de se reproduzir, ele tem exatamente r > 1 filhos de forma assexuada. Ou seja, se todos os a veníricos da geração 0 eram capazes de se reproduzir, então a geração 1 era composta por exatamente ar veníricos, e assim por diante. O valor de r é o mesmo para os veníricos de qualquer geração.
- Por uma razão genética ainda não explicada, todos os indivíduos de uma certa geração $m \ge 0$ não conseguiam se reproduzir, mas todos até a geração anterior eram capazes de se reproduzir. Assim, a civilização venírica acabou após a morte dos indivíduos da geração m.

O único registro que Otávio encontrou intacto sobre o tamanho da população histórica venírica foi o seu número total n (ou seja, a soma dos tamanhos de todas as populações desde a geração 0 até a geração m), mas ele não foi capaz de deduzir nada sobre os valores de a, r e m, e por isso pediu ajuda para Marcelo, o computólogo espacial.

Marcelo também não foi capaz de deduzir os valores de a, r e m, pois como ele sabiamente notou diferentes valores desses parâmetros podem ter levado ao mesmo valor de n. A única coisa que ele sabe é que não há muitas possibilidades para o número e os tamanhos das gerações dado n, e deseja determinar quantas elas são.

Desde que voltou da toxicidade de Vênus, porém, Marcelo não consegue mais digitar devido às consequências de trabalhar em um ambiente tão extremo. Por isso, ele pediu que você escrevesse um programa que responda à pergunta para ele.

Input

Um único inteiro $n \ (1 \le n \le 10^9)$ — a população total histórica dos veníricos.

Output

Um único inteiro positivo t, o número de possibilidades para os tamanhos das gerações de veníricos que teriam feito a população total histórica de veníricos ser igual a n.

Examples

standard input	standard output
7	3
1000000000	101

Note

Para n=7, as 3 possibilidades para os tamanhos das gerações são:

IX Simulado de Ingressantes do MaratonUSP Brazil, São Paulo, April, 26, 2024

- Geração 0 com 7 habitantes que não se reproduziram
- \bullet Geração 0 com 1 habitante que se reproduziu e teve 6 filhos (r=6) e geração 1 de 6 habitantes que não se reproduziram
- Geração 0 com 1 habitante que se reproduziu e teve 2 filhos (r=2). Geração 1 com 2 habitantes que se reproduziram tendo 2 filhos cada. Geração 2 com 4 habitantes que não se reproduziram.

Problem H. Homenagem a Saturno

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 1 second Memory limit: 256 megabytes

Como parte das celebrações dos 90 anos de sua criação, a União do Sistema Planetário (USP) decidiu fazer uma homenagem a Saturno. A homenagem servirá também como um signo do tratado de paz a ser firmado entre a USP e o reino de Saturno, comandado pelo maléfico monarca Mori.

Quando consultado sobre a homenagem, o maléfico monarca Mori mandou que fosse construído um gigantesco colar de asteroides para o seu planeta, afinal, de que servem anéis sem um colar? Além disso, como se a tarefa já não fosse mirabolante o suficiente, para simbolizar os ideais de liberdade e igualdade do tratado, cada asteroide deveria ser ou azul (a) ou branco (b), coincidentemente as cores da bandeira da USP.

Para executar esse desafio de proporções astronômicas, foram convocados dois joalheiros espaciais com vasta experiência no ramo de asteroides coloridos, Rafael e Pedro. A tarefa provou ser ainda mais difícil do que os joalheiros esperavam, mas, restando pouco tempo para o final do prazo, eles conseguiram terminar a construção de um cordão com n asteroides azuis e brancos, sem uma ordem específica.

Faltava apenas unir as duas pontas do cordão, quando o monarca Mori maliciosamente maquinou mais uma restrição sobre a homenagem: agora uma metade do colar deveria ser composta apenas por asteroides brancos e a outra apenas por asteroides azuis. Considerando o prazo apertado e as proporções colossais do projeto, os joalheiros não conseguiriam construir um novo cordão a tempo. Foi então que surgiu uma ideia: retirar um segmento contíguo do cordão (possivelmente o cordão inteiro) e unir as duas pontas desse segmento para formar um colar que atenda às novas restrições.

Agora Rafael e Pedro precisam avaliar a viabilidade desse plano, e pediram sua ajuda para determinar o tamanho máximo (em quantidade de asteroides) de um colar que pode ser criado com essa técnica, atendendo também às restrições que o maléfico monarca Mori maliciosamente maquinou. Observe que um colar de tamanho zero também é valido de acordo com as restrições, e que o cordão inicial não é circular, ou seja, o primeiro e o último asteroides inicialmente não estão ligados um a outro.

Input

A primeira linha da entrada consiste em um inteiro $1 \le n \le 2 \cdot 10^5$ — a quantidade de asteroides no cordão construído.

A segunda linha consiste em uma string de tamanho n composta pelos caracteres 'a' e 'b' — a sequência de cores dos asteroides no cordão.

Output

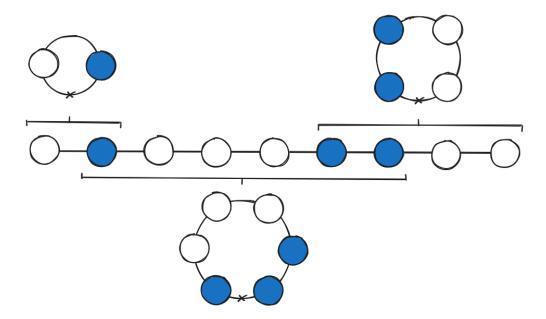
Imprima uma única linha contendo um inteiro — o tamanho do maior colar que pode ser obtido a partir do cordão seguindo a técnica descrita.

Examples

standard input	standard output
9	6
babbbaabb	
6	2
bababa	
7	4
baaaabb	
1	0
a	

Note

No primeiro exemplo, podem ser obtidos colares válidos de diferentes tamanhos, como mostrado na figura abaixo, mas o maior deles é o colar obtido a partir do segmento "abbbaa", com tamanho seis.



No segundo exemplo, podem ser obtidos apenas colares válidos de tamanho zero ou dois.

No terceiro exemplo, o maior colar válido que pode ser obtido tem tamanho quatro, a partir do segmento "aabb" no final do cordão.

No quarto exemplo, não pode ser obtido nenhum colar válido com tamanho maior que zero.

Problem I. Investigando Marte

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 3 seconds Memory limit: 256 megabytes

Nathalia, uma engenheira de software e apaixonada por maratonas, está atualmente engajada na equipe de desenvolvimento da MaratoNasa, trabalhando no projeto de exploração de Marte. Sua função é crucial no desenvolvimento do software para o incrível robô exploratório K-IA-FFA.

O planeta Marte é representado por um tabuleiro com dimensões n por m, onde '#' indica uma parede e '.' representa um espaço vazio. Nathalia está atualmente no estágio de testes da versão final do software do K-IA-FFA, o qual comanda os movimentos do robô exploratório. Sua tarefa é avaliar a eficácia do software em termos de cobertura do tabuleiro.

O funcionamento do software é lógico e segue o seguinte padrão:

- Se for possível, o robô avança uma casa na direção atual.
- Caso contrário, ele gira 90° no sentido anti-horário e tenta avançar novamente.

É importante ressaltar que as bordas do tabuleiro também são consideradas paredes, a fim de evitar que o robô escape. Nathalia precisa calcular quantas casas distintas do tabuleiro o robô será capaz de visitar em diversos cenários possíveis.

Input

Cada instância representará um cenário. A primeira linha contém dois inteiros n e m ($2 \le n, m \le 10^3$) separados por um espaço, as dimensões do tabuleiro.

As próximas n linhas contém m caracteres $a_{i,j} \in \{L, D, R, U, \cdot, \#\}$. O L representa a casa inicial do robô e que ele está andando para esquerda, R representa a casa inicial do robô e que ele está andando para direita, D representa a casa inicial do robô e que ele está andando para baixo e U representa a casa inicial do robô e que ele está andando para cima.

É garantido que existe exatamente um elemento de $\{L, D, R, U\}$ no tabuleiro e que essa casa está vazia.

Output

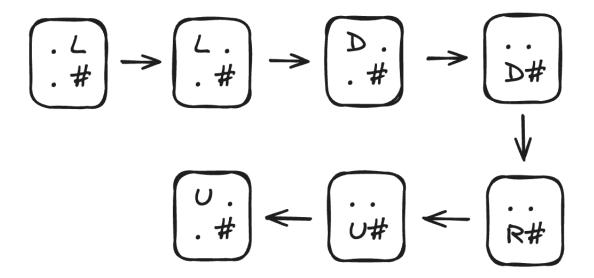
O output deve ser um único inteiro x indicando o número de casas distintas K-IA-FFA vai visitar.

Examples

standard input	standard output
2 2	3
.L	
.#	
2 2	2
L.	
.#	
4 4	9
##	
#	
##.#	
U#	

Note

Considere o primeiro caso da folha. O robô K-IA-FFA seguirá os seguintes passos:



Ele continuará se movimentando, mas não visitará nenhuma casa nova.

Problem J. Jantar em Júpiter

Input file: standard input
Output file: standard output

Time limit: 2 seconds Memory limit: 256 megabytes

Em 2024, a União do Sistema Planetário (USP) comemora 90 anos! Para comemorar esta data, Maystronauta e Astronauthan organizaram um jantar para os membros do MaratonUSP no melhor restaurante do sistema solar, o Mancha Vermelha, em Júpiter!

Chegando ao restaurante, os n membros do MaratonUSP se sentaram em uma única mesa com cadeiras numeradas de 1 a n. A pessoa na posição i pediu o prato de número a_i . Os renomados chefs William Fogaça Mori e Nathália Carosella Tsuno irão cuidar de cozinhar os pratos da noite, porém o garçom espacial Thilio precisará da sua ajuda.

Como qualquer outro jupiteriano comum, Thilio tem k braços. Em cada um de seus braços ele é capaz de levar quantos pratos forem necessários mas com uma restrição: todos os pratos devem ser idênticos. Por exemplo, se todos pedissem o prato 1, Thilio seria capaz de atender a mesa inteira com um só braço, porém se alguém pedir o prato 1 e alguém pedir o prato 2 ele teria que levar um em cada braço. Pelas normas do restaurante o garçom deve atender um intervalo contínuo de pessoas, ou seja, escolher valores ℓ e ℓ e atender todos os clientes nas cadeiras do intervalo $[\ell, \ldots, r]$.

Como Thilio é um grande fã de programação competitiva, ele gostaria de atender o maior número de membros do MaratonUSP possível. Ele precisa da sua ajuda para um encontrar um intervalo $[\ell, \ldots, r]$ de tamanho máximo tal que todos os pedidos desse intervalo poderiam ser levados nos seus k braços.

Input

O input consiste de duas linhas. A primeira linha contém dois inteiros $1 \le n, k \le 200000$. Sendo n o número de membros do grupo e k o número de braços do garçom. A linha seguinte contém n inteiros $1 \le a_i \le 200000$ que representam o prato pedido por cada membro.

Output

A saída deve conter duas linhas. A primeira é o tamanho de um intervalo máximo $[\ell, \dots, r]$ tal que existe no máximo k pedidos distintos dentro deste intervalo. A segunda linha deve conter dois inteiros ℓ, r representando o começo e o fim do intervalo. Se existirem múltiplas respostas válidas todas serão aceitas.

Examples

standard input	standard output
5 2	3
1 2 3 2 1	2 4
8 3	6
4 1 2 3 3 2 1 4	2 7
10 1	2
1 2 2 1 2 1 2 2 1 1	2 3

Note

No segundo caso teste, o intervalo [2, 7] contém somente os pratos 1, 2 e 3 e portanto Thilio seria capaz de levá-los. Note que qualquer intervalo de tamanho 7 ou maior teria 4 pratos distintos e Thilio não seria capaz de carregar em seus 3 braços.

No terceiro caso teste outras respostas possíveis seriam o intervalo [7, 8] ou o intervalo [9,10]. Note que não existe nenhum intervalo de tamanho 3 ou mais com todos os pratos do mesmo tipo.