

עבודת גמר בפיזיקה

נושא העבודה: חקר הכוחות שרוחות מפעילות על בניינים

בוצע במסגרת תכנית "אלפא" באוניברסיטת תל-אביב

2019

מוגש על ידי אלכסיי שפובלוב, מספר זהות 328632922

כתובת: טופז 45, כפר יונה

דוא"ל: alexey.notjunk@gmail.com

טלפון: 052-678-2335

ביה"ס: הכפר הירוק

סמל ביה"ס: 580019

כיתה: יא' 9

העבודה בוצעה באוניברסיטת ת"א בהנחיית:

רון שנפ

במעבדתו של פרופ' אלכס ליברזון

הפקולטה למדעים מדויקים, המחלקה להנדסה מכנית

תודות

ארצה ראשית להודות לרון שנפ, שהנחה אותי לאורך כל העבודה, תמיד היה פנוי לענות על שאלות ולעזור בחלקים קשים יותר של הכתיבה. בנוסף אודה לפרופסור אלכס ליברזון, על כך שקיבל אותי ואת שותפי במעבדתו בידיים פתוחות. מעבר לזאת אודה לדוקטור דניאל מדר, שלאורך תהליך הכתיבה הלא קצר עמד לצדי וידע להאיר את דרכי. לבסוף, אודה לכל צוות אלפא ובפרט לדוקטור תומר כהן, טל קץ, תום הגלעדי ושני לוי על ליווי צמוד ואוהב. אני לא מאמין שהעבודה הייתה מגיעה למקום בו היא כעת ללא התמיכה הבלתי פוסקת של כל האנשים האלו.

תוכן עניינים

2	תודות
3	תוכן עניינים
5	הקדמה אישית
6	אבסטרקט
7	מבוא
9	שאלות המחקר
9	השערות המחקר
10	1 סקירת ספרות
10	1.1 בסיס מכניקת הזורמים
10	1.1.1 זורם
11	1.1.2 צמיגות
11	1.1.3 שכבת הגבול
11	1.1.4 שימושים של מכניקת הזורמים
11	1.2 זרימה טורבולנטית
12	1.3 נקודת מבט לגראנג'ית
13	1.4 תכנית עירונית
13	1.5 כוח גרר
14	1.5.1 מקדם הגרר
14	1.5.2 חישוב הגרר
17	2 שיטות וחומרים
17	2.1 טבלת חומרים
17	2.2 טבלת מכשירים
17	2.3 מבנה מנהרת הרוח ומודל העיר ממנה נאספו הנתונים
19	2.4 מאפייני מדידות ה-PTV
20	2.5 תהליך ניתוח המידע
20	2.6 נוסחאות ואופן חישוב הממוצעים המרחביים
20	2.6.1 ממוצע מרחבי על מהירויות
21	2.6.2 חישובי הערכים האחרים
21	2.6.3 חישוב ערכי השגיאות בעבור הנתונים
22	3 תוצאות
22	3.1 חישוב מהירות החלקיקים המומצעת עם כיוון הזרימה לפי גובה



23	3.2 חישוב כוח הגרר בעזרת מקדם הגרר בדגם התכסית העירונית
24	3.3 חישוב כוח הגרר בעזרת מאמצי הריוולדס
25	3.4 חישוב הממוצע המרחבי של התאוצה בתכסית העירונית
27	3.5 חישוב הגרר באמצעות תאוצות החלקיקים בדגם התכסית העירונית
29	4 דיון
32	5 Bibliography



הקדמה אישית

בתחילת העבודה לא יכלתי לשער איך השנה וחצי הקרובות יראו לי. פסקה אחת ממאמר לקחה שעה של קריאה, עשרות דפי אינטרנט פתוחים ולפחות חמישה מושגים חדשים. אך עם הזמן, מתחילים לאט לאט להבין, אפילו בלי לשים לב. שעת קריאה הופכת לחצי שעה שהופכת לעשר דקות. ולמרות כל זה, עדיין יש עולם שלם בתחום המחקר שאני אפילו לא קרוב ללחתחיל להבין.

זה באמת מרהיב כמה ידע האנושות צברה, לפעמים עד כדי כך שזה נראה כמו קסם. נהנתי לחוות חלק קטן ממפעל הידע הזה.

אבסטרקט

כוח הגרר הוא הכוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועתו של גוף בזרם כתוצאה מחיכוך והפרשי לחצים מסביב לגוף. בנוסף, כוח זה הוא מרכיב חשוב ביותר בניתוח זרימה, למשל, חישוב כוח הגרר הוא נושא רחב במחקר על תכסית עירונית. לאחרונה, פותחה שיטת מחקר המאפשרת לבצע ניסוי העוקב אחרי מסלולי החלקיקים במודל של תכסית עירונית. הניסוי בוצע במנהרת רוח, בה הוצב מודל של עיר. בעזרת ניסוי זה המחקר בדק אם קיים קשר כלשהו בין תאוצות החלקיקים בתכסית עירונית כפונקצייה של הגובה לכוח הגרר הפועל על חלקיקים אלו כפונקצייה של הגובה. מהמדידות נשלפו המהירויות של החלקיקים ובעזרתם הוערכו מאמצי הריינולדס במערכת. תחת תנאי המערכת, נגזרת מאמצי הריינולדס בציר ה-z שווה בקירוב לכוח הגרר כפול מינוס אחת. מעבר לזאת כוח הגרר הוערך בעזרת ממוצע התאוצות בכל חתך גובה. גרף הכוח על פי הערכת מאמצי הריינולדס התחיל בירידה, ולאחר מכן, לקראת קצה התכסית, הכוח המשיך בעלייה עד סופה של התכסית. הערכת הגרר על פי התאוצות התנהגה גם כן כך, למעט באזור הקרוב לקצה התכסית, שם אירע ירידה קטנה בכוח. בהשוואה בין ההערכה של מאמצי ריינולדס להערכה של תאוצות החלקיקים נראה כי אין קשר ישר כלשהו, אך סדרי הגודל של שתי ההערכות היו שווים והתנהגותם הייתה דומה. לכן נראה כי יכול להיות קיים קשר בין השניים, גם אם לא ישר. מומלץ להערוך מחקר המשך, כי מציאת קשר כלשהו יכול לעזור לתכנן ערים כך שהמבנה שלהן יסייע בצמצום זיהום באוויר באזורים הומי אדם.

מבוא

תחום מכניקת הזורמים חוקר את התנועה בזורמים שונים כמו אוויר. במכניקת הזורמים, זורם מוגדר כחומר שמתעוות באופן רציף תחת השפעה של מאמץ גזירה, לא משנה עד כמה חלש. מאמץ הגזירה הוא סוג של מאמץ (stress) - כוח פנימי שחלקיקים של גוף מפעילים אחד על השני. מאמץ גזירה נוצר כתוצאה משני כוחות מקבילים ושונים בכיוונם הפועלים על הגוף במקומות שונים. התחום מעורר עניין רב כי התקדמות בתחום תורמת לתחומים אחרים רבים כמו עיצוב של כלי תחבורה, עיצוב חלליות ועיצוב בטוח ויציב של בניינים וגשרים. בנוסף, עקרונות ממכניקת הזורמים עוזרים לעצב כל מכשיר העובד עם זורמים, כגון משאבות, מאווררים, מדחסים, ומיזוג ביתי (Fox, McDoland & Pritchard, 1998).

אחד מסוגי הזרימה הנחקרים הוא זרימה טורבולנטית. בזרימה טורבולנטית כל הזמן מתרחשים שינויים בתנועת הזורם - הזורם נע באופן כאוטי ומתפתחות בו מערבולות רבות. את הזרימה הטורבולנטית ניתן לאפיין בעזרת מספר ריינולדס שמוגדר כ- $Re = Vd/\nu$ כאשר V היא המהירות הממוצעת של חלקיקי הזורם, d היא סדר הגודל של האורך ו- ν היא יחס הצמיגות לצפיפות הזורם. כאשר מספר ריינולדס של זורם גבוהה יותר כך תנועתו יותר כאוטית ולכן הינה טורבולנטית. דוגמה לזרימה זו זה זרימה בעת ערבוב קפה בכוס, או רוח כאשר היא נתקלת במכשולים, למשל בניינים בעיר (Bodenschatz, 2009 & Toschi).

ישנן שתי שיטות מקובלות לחקירת זורמים: השיטה האוילרית והשיטה הלגראנג'ית. בשיטה האוילרית מודדים את תכונות הזורם בנקודה מסוימת קבועה במרחב לאורך כל הניסוי. היתרונות של שיטה זו הן בעיקר הפשטות שלה: יותר פשוט להציב חיישן במקום קבוע ולמדוד את תכונות הנוזל במיקום זה, ובנוסף יהיה יחסית יותר קל לנתח את המידע המתקבל. השיטה השנייה, הלגראנג'ית, היא שיטה מקובלת למחקר זרימה טורבולנטית. שיטה זו עוקבת אחרי תנועתם של חלקיקי הזורם ומודדת את תכונות הזורם במיקומם המשתנה של חלקיקים אלו לאורך הניסוי. יתרון שיטה זו היא בכך שהיא עונה באופן ישיר על חלק מהשאלות כגון: "מהי מהירות כל חלקיק?" או "מהו המיקום של כל חלקיק?". השיטה הלגראנג'ית נפוצה מאוד בחקר הפיזור של זיהום באוויר (Bodenschatz, 2009 & Toschi).

סוג מסוים של זרימה טורבולנטית הוא זרימה טורבולנטית בערים. כאשר רוח נושבת על עיר (מקבץ בניינים), האוויר מתחיל לזוז בצורה כאוטית. אפשר לראות זאת ישירות מהנוסחה למספר הריינולדס, צפיפות וצמיגות הרוח לא משתנות, וגם כן המהירות לא משתנה, אך סדר

הגדול של הבעיה גדל משמעותית בגלל הגובה של הבניינים. המחקר בזרימת אוויר בערים נעשה במגוון סדרי גודל- החל מבעיר שלמה וכלה במבט על רחוב אחד (Hanna., & Britter 2003)

אחד הכוחות החשובים בתכנית הוא כוח הגרר, הכוח שפועל על גוף נגד תנועתו בזורם. בתכנית עירונית הגוף הוא הבניין והזורם הוא האוויר. הכוח הזה חשוב מכיוון שידיעת כוח הגרר מאפשרת להבין באופן מדויק יותר את העומס שפועל על בניינים, מה שיעזור למנוע נזק במקרים של רוחות קיצוניות. בנוסף ניתן להצליב את המידע הזה עם נתונים נוספים כדי לגלות תכונות נוספות על הזרימה בעיר, למשל, בעזרת נוסחה 8 אפשר להשתמש בגרר ובמהירות הרוח כדי לחשב את גרדיאנט הלחץ (Buccolieri, 2017).

יש עוד כוחות, למשל: lift

עד היום, כמעט וכל ניסוי הנעשה בתכנית עירונית היה ניסוי אולרי, ומסיבה זו תכונות לאגראגניות של זרימת האוויר בעיר לא נחקרות (Ron Shanpp et. al. 2018). אחד הנתונים המתקבלים ישירות מניסויים לגראנג'ים הם התאוצות של החלקיקים; ובגלל שקיים קשר ישיר בין כוח לתאוצה במכניקה קלאסית, כדאי לבדוק אם קשר כלשהו בין התאוצה לכוח מתקיים גם בתכנית עירונית. מסיבה זאת, מטרת המחקר הייתה לבדוק האם קיים קשר בין תאוצות של החלקיקים בתכנית לכוח הגרר שהם מפעילים על הבניינים סביבם. דבר זה נעשה בעזרת ניסוי העוקב אחרי מסלולי החלקיקים בזורם וכך מודד את תאוצתם, ניסוי ההתאפשר רק לאחרונה בעזרת התקדמות בתחום.

שאלות המחקר

1. כיצד מהירות הרוח משפיעה על הכוח שפועל על בניין?
2. כיצד כוח הגרר הפועל על בניין משתנה עם הגובה מבסיס הבניין?
3. האם קיימת קורולציה בין תאוצות חלקיקי האוויר בתכסית עירונית לכוח הגרר הפועל על בניינים בתכסית זאת?¹

השערות המחקר

1. השערת המחקר הינה כי עבור מהירות גבוהה יותר כוח הגרר יהיה חזק יותר. זה נובע מנתונים קודמים המראים כי כוח הגרר גדל עם המהירות. בנוסף מצופה כי קשר זה יהיה אקספוננציאלי, כמו שראו בניסויים בעבר (Buccolieri, 2017).
2. השערת המחקר היא כי כוח הגרר יהיה יותר חזק כל עוד המדידה נערכת באזור גבוה יותר. ניתן להגיד זאת בגלל שבניינים דומים בעבר מצאו כי כוח הגרר הפועל על בניין חזק יותר במדידות גבוהות יותר (Grimmond & Oke, 2002).
3. השערת המחקר היא כי קורולציה כלשהי תהיה קיימת, כי במכניקה קלאסית, על פי הכוח השני של ניוטון, קיים קשר לינארי בין תאוצה של אובייקט לכוח הפועל עליו. כלומר, בגלל שהחלקיקים מפעילים כוח מסוים על הבניינים, על פי החוק השלישי של ניוטון הגיוני להניח כי כוח שווה ומנוגד פועל גם כן על הבניינים עצמם, ומכאן הגיוני לחשוב כי בעזרת תאוצות החלקיקים ניתן לשער את כוח הגרר על הבניינים.

Comment [as2]: למרות שההשערה הזו סבירה, אני לא רואית מסקנה כזאת במאמר שציטטת רון-

Comment [as3]: התבקשתי להוסיף מקור לחלק זה, אך כל מה שהפסקה מסמכת עליו הם שני חוקים של ניוטון שלדעתי הם נחשבים common knowledge

איך בכל זאת להביא כאן מקור או אולי הסבר יותר מפורט?

במייל של רון יש מקור, להוסיף בעתיד

¹ השערת מחקר זו הוספה במהלך המחקר, בהבנה כי זה השאלה שהמחקר מנסה למצוא לה תשובה, מתי ששני ההשערות הקודמות כבר נחקרו במקרים שונים ואינן מייחדות את המחקר.

1 סקירת ספרות

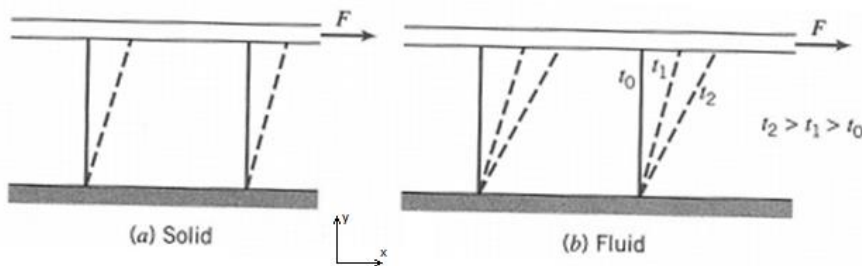
1.1 בסיס מכניקת הזורמים

מכניקת הזורמים הוא תת-תחום בפיזיקה החוקר את תנועתם של זורמים ואת השפעתם על הסביבה.

1.1.1 זורם

1.1.1.1 מאמץ

מאמץ (stress) הוא הכוחות שחלקיקים צמודים בתוך חומר מפעילים אחד על השני. מאמץ נמדד ביחידות פסקל (ניטון למטר בריבוע). דוגמה פשוטה למאמץ הוא מצב בו מקפלים סרגל פלסטיק ועוזבים אותו. בגלל המאמצים הפנימיים בסרגל, הוא יחזור למצבו הקודם. אחד מסוגי המאמץ הוא מאמץ גזירה. מאמץ גזירה הוא רכיב של המאמץ הכללי אשר פועל במקביל למישורים בגוף. הגדרה זאת מאוד פשוטה להמחשה בדו-ממד; למשל באיור 1.1 הכוח F מפעיל מאמץ. אפשר לבחור שני חלקיקים (נקודות) ולחבר קו ביניהם, לאחר מכאן לצייר אנך אמצעי לקו. האנך האמצעי הזה הוא המישור. עכשיו החלקיקים צריכים להתרחק אחד מהשני על מישור זה, כלומר כל אחד מהם זז בכיוון שונה מהשני בקו המקביל לאנך האמצעי.



איור 1.1: המחשת מאמץ גזירה על מוצק ועל זורם. צד שמאל (a) ההשפעה של מאמץ הגזירה (המסומן באות F) על מוצק – הוא שינה את צורתו ועכשיו הוא סטטי. צד ימין – השפעת מאמץ הגזירה על הזורם (b) – צורתו של הזורם משתנה כל הזמן. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

1.1.1.2 הגדרת זורם

ההגדרה המקובלת לזורם היא כדלקמן: **זורם הוא כל חומר אשר תחת השפעה של מאמץ גזירה לא משנה עד כמה קטן, יתעוות ללא הפסקה (איור 1.1)** (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998).

1.1.2 צמיגות

אחת מהתכונות של זורם היא הצמיגות שלו. הצמיגות מייצגת את היחס בין מאמץ הגזירה לקצב שינוי מהירות הזורם על פי מיקום. למשל הצמיגות באיור 1.1 תחושב בעזרת הנוסחה הבאה (Pritchard, 1998 & Fox, McDoland):

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1)$$

כאשר u זה מהירות הזורם בציר ה-x, τ זה מאמץ הגזירה, y הוא ציר האנכי לכיוון הזרימה ו μ היא הצמיגות. חשוב להבהיר כי בחלק מהזורמים יחס זה אינו לינארי והצמיגות אינה קבועה, אך ברוב הזורמים בהם מתרכזים מחקרים היחס הוא לינארי ולכן גם הצמיגות קבועה, זורמים אלו בעלי יחס קבוע נקראים זורמים ניוטוניים.

1.1.3 שכבת הגבול

שכבת הגבול היא חלק מתנאי בשם "No Slip Condition" האומר כי מהירות חלקיקי הזורם בסמוך לגוף מסוים תהיה 0 יחסית לגוף זה. כתוצאה מכך נוצרת שכבה דקה בה מהירות הזורם עולה מ-0 למהירות המקסימלית שלו. בשכבה זו השפעת הגוף על הזורם והצמיגות לא זניחים (אפילו אם בשאר הזרימה ניתן להזניח אותם) וקוראים לשכבה הזאת שכבת הגבול.

לדבר עם רון לגבי הפסקה: Comment [as4]:

1.1.4 שימושים של מכניקת הזורמים

מחקר במכניקת הזורמים תורם לעולם בתחומים רבים. אחד התרומות של מכניקת הזורמים הוא בעיצוב של כלי תחבורה, הרי מכוניות או מטוסים נעים דרך אוויר שמשפיע עליהם. תרומה נוספת של מכניקת הזורמים היא בכל תחום המתעסק עם זורמים באופן ישיר, כגון בנייה של משאבות או אוורור של חלל. בנוסף, פיתוחים במכניקת הזורמים עוזרים להבין ההתנהגות של אוויר מזוהים באזורים מיושבים (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

גם לדבר עם רון: Comment [as5]:

1.2 זרימה טורבולנטית

קיימים שני סוגים של זרימה. זרימה לאמינרית וזרימה טורבולנטית. זרימה לאמינרית היא זרימה בה הזורם זורם במסלולים קבועים ובדרך כלל מקבילים אחד לשני. מרכיבי המהירות של זורם

בזרימה לאמינרית לא כולל מרכיבים אקראיים. דוגמה לזרימה לאמינרית היא זרם ממש חלש היוצא מברז, זרם זה נראה שקוף כמעט לחלוטין.

במקביל לזרימה לאמינרית עומדת זרימה טורבולנטית. זרימה זו מאופיינת בשינויים כאוטיים במהירות החלקיקים של הזורם, כיוון תנועתם, הלחץ בזורם ועוד. דוגמה לזרימה זאת ניתן לראות בעת ערבוב כוס קפה או כאשר רוח זורמת דרך עיר. בגלל האופן הבלתי צפוי שבו זרימה טורבולנטית מתנהגת, מאוד קשה לחקור את המתרחש בה. לא ניתן באופן פשוט לתאר את התנהגותם של החלקיקים בזרימה זאת, ולכן נידרש הרבה מחקר מעשי.

כדי לתאר עד כמה כאוטית זרימה מסוימת משתמשים במספר ריינולדס הנכתב כ- Re . הנוסחה למציאת מספר ריינולדס עבור מערכת כלשהי היא:

$$Re = \frac{vd}{\nu} \quad (2)$$

כאשר V מייצג את סדר הגודל של המהירות האופיינית לבעיה (לדוגמה המהירות הממוצעת של הזורם). ν (האות היוונית ניו) מייצג את הצמיגות הקינמטית השווה ל μ/ρ (צמיגות חלקי צפיפות). d מייצג את סדר הגודל של אורך הבעיה (לדוגמה עבור מהירות של כדור באוויר, סדר הגודל הוא קוטר הכדור). למעשה מספר ריינולדס מייצג את היחס בין כוחות אינרציה וכוחות צמיגיים בזורם. ככל שמספר ריינולדס גבוה יותר, התנועה יותר כאוטית. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

1.3 נקודת מבט לגראנג'ית

קיימות שתי שיטות למחקר במכניקת הזורמים: השיטה האוילרית והשיטה הלגראנג'ית. בשיטה האוילרית מודדים תכונה של זורם במיקום בלתי משתנה. למעשה החיפוש מודד את התכונה של חלקיק הזורם שבמקרה נמצא באותו המקום, ולאחר שהחלקיק מתרחק מאזור זה לא מתייחסים אליו יותר. דוגמה לניסוי אוילרי הוא מדידת מהירות של רוח בעזרת שבשבת. המערכת במקרה זה היא האטמוספירה בה זורם האוויר, מיקום המדידה הוא מיקום השבשבת, והתכונה אותה מודדים היא מהירות הרוח.

השיטה האוילרית עונה באופן ישיר על מגוון שאלות כגון מה הלחץ על גוף מסוים, מה היא מהירות האוויר הממוצעת באזור מסוים ועוד שאלות המתמקדות במקום קבוע במרחב. כאשר נרצה לענות על שאלות מסוג זה נעדיף את השיטה האוילרית. דוגמה לניסוי כזה הוא מדידת כיוון הרוח. מיכיון שהרוח באזור מסוים נע לאותו הכיוון מספיק למדוד בעזרת שבשבת את כיוון הרוח בנקודה אחת. למרות יעילות השיטה, קיימות שאלות שלא נענות באופן ישיר בגללה, למשל אם נרצה לדעת מהיא תאוצת החלקיקים לא נקבל את התשובה באופן ישיר.

Comment [as6]: האם זה באמת לא נכון? אולי הניסוח לא מאוד מובן, לדבר על זה

בשביל לענות על שאלות מסוג זה באופן ישיר ניתן להשתמש בשיטה הלגראנג'ית. ניסויים בשיטה הלגראנג'ית עונים באופן ישיר על הרבה שאלות חשובות שהשיטה האוילרית לא עונה עליהן. עיקרון שיטה זו הוא שעוקבים אחרי חלקיק מסוים, ומודדים את תכונות הזורם במיקומו. דוגמה לניסוי לגראנג'י הוא סימון הזורם בעזרת חומר נראה כלשהו (למשל הכנסת בועות מימן לנוזל) והתבוננות בהתנהגות הסמן. במקרה זה באופן ישיר ניתן לדעת את מהירות הזורם, תאוצת הזורם ומסלול הזורם. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

1.4 תכסית עירונית

אחד מהמקומות בהם חשוב ומעניין לחקור את ההתנהגות של אוויר הוא בתכסית עירונית. רוב האנשים בעולם כיום חיים באזורים עירוניים ובנוסף ערים מכסות חלק גדול מאוד משטח פני כדור הארץ. לכן חשוב להבין כיצד אוויר מתנהג באזורים כאלה. הבנת התנהגות האוויר באזורים אלו עוזר לתכנן מבנים יציבים, להבין לאן זיהום אוויר מגיע ובאופן יותר מדויק לחזות את מזג האוויר האזורי. המחקר בתכסית עירונית מושפע מהרבה משתנים שונים כגון גובה הבניינים, צפיפות הבניינים, מיקום הבניינים אחד יחסית לשני וכו'. בגלל זה דרוש הרבה מאוד מחקר לגבי אזורים עירוניים.

Comment [as7]: האם באמת אי אפשר להגיד "רוב העולם חי ב...?"

אחת ההשפעות של הבניינים על הזרימה הוא יצירת "שכבות" חדשות בהן הזרימה מתנהגת באופנים שונים ויותר טורבולנטיים (Britter & Hanna., 2003). בין היתר שכבות אלו גורמות לכוח הגרר הפועל על הבניינים להיות גבוה יותר מהמצופה, קוראים לאפקט זה "אפקט המחסה" (Finnigan, 2000).

1.5 כוח גרר

כוח הגרר הוא הכוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועה היחסית של עצם בזורם. כוח הגרר מורכב מהחיכוך בין הזורם לגוף ומהפרש הלחצים בין החלק הקדמי של הגוף לחלקו האחורי. כוח זה

משפיע על כל גוף הנע בתוך זורם ולכן חשוב לחקור אותו. לדוגמה הכוח משפיע על מטוסים באוויר, על בניינים בזמן רוחות חזקות, על תאי דם אדומים הזורמים בדם ועוד.

1.5.1 מקדם הגרר

כאשר ידועים מאפייני גוף מסוים, ניתן לייצג כוח הגרר עליו בעזרת מספר משתנים של המערכת המדוברת. כאשר גוף נע דרך זורם צמיגי ולא דחיס, ניתן לייצג את כוח הגרר כפונקציה של אורך הבעיה, מהירות הגוף, צמיגות הזורם וצפיפות הזורם (בסדר זה בנוסחה):

$$F_D = f(d, u, \mu, \rho) \quad (3)$$

אפשר לפתח נוסחה זו על ידי שימוש באנליזה מימדית ולגלות כי (Fox, McDoland & Pritchard, 1998) –

$$\frac{F_D}{\rho u^2 d} = f_1(Re) \quad (4)$$

כאשר d מייצג את שטח החתך של הגוף. על פי יחס זה הוגדר מקדם הגרר C_D כאגף שמאל של נוסחה 4 כפול 2 (נוסחה 5).

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho u^2 d} \quad (5)$$

למרות שהגרר מורכב גם מחיכוך וגם מהפרש לחצים, עבור מספרי ריינולדס גדולים, $Re \approx 1000$, כוח הגרר ברובו המוחלט נובע מהפרש לחצים. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

1.5.2 חישוב הגרר

קיימות דרכים רבות לחישוב גרר. חלקן ישירות וחלקן עקיפות. החישוב צריך להיות לא רק מדויק אלא גם מהיר. למשל אם רוצים לבנות תחזית למזג האוויר המדידות צריכות להיות מהירות כדי לשמור על רלוונטיות המידע. במקרה הנבדק נרצה לחשב את הגרר על בניינים. דבר זה שימושי כדי לחשב את הכוח שיופעל על הבניין, או לחשב את הכוח שיפעל על האוויר. הכוח שפועל על האוויר משפיע על תנועתו ולכן הוא יכול לעזור לחזות את מזג האוויר או לדעת לאן יתפשט זיהום אוויר באזורים תעשייתיים.

Comment [as8]: זה חשוב

1.5.2.1 חישוב בעזרת C_D

אם נרצה להעריך את הגרר עבור בניין יהיה ניתן להשתמש במקדם הגרר הידוע עבור לוח שמאונך לזרם. ידוע כי קבוע הגרר משתנה עם מספר ריינולדס, אך למזלנו עבור לוח מאונך לזרם הקבוע לא משתנה עבור $Re \geq 1000$. בנוסף לתלות הזאת, הקבוע גם תלוי ביחס בין

Comment [as9]: זה מתוך Fox
(אני חושב, לברר)

הרוחב לגובה הלוח, אך אם הרוחב מאוד קטן אפשר להניח שהוא 0. כלומר היחס שואף לאין סוף. מקדם החיכוך של לוח מאונך לזרם עם יחס אין סופי במספרי ריינולדס מעל 1000 הוא 2.05 (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998) נשתמש בנוסחה 5 ונגיע לנוסחה:

$$F_D = 0.5 \cdot C_D \rho u^2 d \quad (6)$$

כעת נותר לחשב את המהירות הממוצעת על פי זמן ומרחב ולהציב בנוסחה.

1.5.2.2 חישוב בעזרת נוסחה מפורשת

דרך נוספת לחשב גרר היא עם הנוסחה (7) המפורשת לחישוב הגרר בעזרת סכום כוחות הלחצים וכוחות החיכוך (Shavit, 2011 & Moltchanov, Bohbot-Raviv).

$$f_x = -\frac{1}{\rho V_f} \int_{S_{fs}} \bar{p} n_x dS_{fs} + \frac{\nu}{V_f} \int_{S_{fs}} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} n_y + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} n_z \right] dS_{fs} \quad (7)$$

כאשר: V_f היא הנפח שהזורם תופס במערכת, S_{fs} הוא שטח הפנים של הגופים עליהם פועל הגרר, ρ הוא וקטור יחידה מ- S_{fs} ל- V_f , ρ היא צפיפות הזורם, p הוא לחץ הזורם, ν הוא הצמיגות הקינמטית של הזורם, u זה מהירות הזורם, וקו עליון כמו \bar{u} מסמן ממוצע על פי זמן. בנוסחה האינטגרל הראשון הוא הכוח הנובע מהפרש לחצים והאינטגרל השני הוא הכוח הנובע מחיכוך. (Moltchanov, Bohbot-Raviv, & Shavit, 2011).

נוסחה 7 נכונה אך מאוד מסובכת לחישוב. כדי לפשט את הנוסחה ניתן להשתמש במוצעים על פי נפח ולקבל את הנוסחה הבאה (Brunet, Finnigan, & Raupach., 1994):

$$\langle \bar{w} \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial z} + \frac{\partial \langle \bar{u}' w' \rangle}{\partial z} + \frac{\partial \langle \bar{u} \bar{w} \rangle}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x} - \nu \frac{\partial^2 \langle \bar{u} \rangle}{\partial z^2} = F_D \quad (8)$$

בנוסחה הצירים הם x, y, z עם המהירויות u עבור x ו- w עבור z . P הצפיפות ו- p הלחץ. קו עליון $\langle \bar{x} \rangle$ מסמן ממוצע על פי זמן של משתנה. סוגריים משולשות $\langle x \rangle$ מסמנות ממוצע על פי מרחב (למעשה ממוצע על פי פרוסה דקה שמתרחבת על פני כל הרוחב והאורך של המדגם). הסימון של פסיק עליון הוא תנודות המהירות בזמן (temporal velocity fluctuations) המוגדרות ככה: $u' = u - \bar{u}$ כאשר u זה רחב מהירות כלשהו. הסימון של קו עליון וגל הוא תנודות המהירות במרחב (spatial velocity fluctuations) המוגדרות כך: $\bar{u} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle$ כאשר u הוא רחב מהירות כלשהו.

תחת ההנחה שכוח הגרר ברובו נובע מהפרש הלחצים, ותוך הזנחה של מספר איברים שסדר גודלם קטן יחסית, ניתן לקבל מתוך נוסחה 8 את נוסחה 9 (Raupach., & Brunet, Finnigan, 1994):

Comment [as10]: איפה להסביר על זה? צריך להסביר יותר?

Comment [as11]: מדוע השתמשנו ביותר מנוסחה אחת? האם אחת מהן עדיפה על השנייה? תשובה לשאלה הזו אפשר למצוא במאמרים שהשתמשת בהם, ושקשורה להערה שרשמתי למעלה

Comment [as12]: מה לא נכון בסימן?

$$\frac{\partial \langle u'w' \rangle}{\partial z} = F_D \quad (9)$$

למעשה עכשיו נוסחה 7 היא חישוב פשוט של ממוצעים ונגזרות מהירות. הנתונים על המהירות נתונים ישירות ממדידות PTV ולכן יהיה ניתן לחשב את הגרר כך.

1.5.2.3 חישוב מתוך מדידות PTV

במחקר ננסה למדוד את הגרר מתוך המידע של ניסוי PTV. הניסוי יכול לתת באופן ישיר את כל המסלולים של החלקיקים ולכן גם ניתן לחשב את תאוצת החלקיקים. בעזרת התאוצה של כל חלקיק יהיה ניתן לחשב את ווקטור הכוח שמופעל על כל חלקיק באמצעות החוק השני של ניוטון (נוסחה 10)

$$\sum F = ma \quad (10)$$

ובגלל החוק השלישי של ניוטון הכוח הזה יהיה גם שווה ונגדי לכוח שהחלקיק מפעיל על סביבתו. בעזרת נוסחה 10 נרצה להעריך את הכוחות שפועלים על החלקיקים ולבחון את הקשר ביניהם לכוחות שפועלים על הבניינים (נוסחה 9).

2 שיטות וחומרים

2.1 טבלת חומרים

חומרים	יצרן	טווח גדלים	גודל ממוצע	צפיפות
כדורי זכוכית	Potters Industries, Sphericell	2 עד 25 מיקרומטר	6 מיקרומטר	1000 kg m^{-3}

2.2 טבלת מכשירים

מכשירים	יצרן	דגם	פרמטרים	הערות
לייזר	CNI lasers	MGL-V-532		
עדשות	Vital Vision	VS-L10028/F		צורה אלפיסית, רדיוסים 80 על 40 מילימטר
מצלמות	Optronis	CP80-4-M/C-500	f#5, עדשות 100 מ"מ	
מד רוח אלוטרה-סוני	R. M. YOUNG	81000		

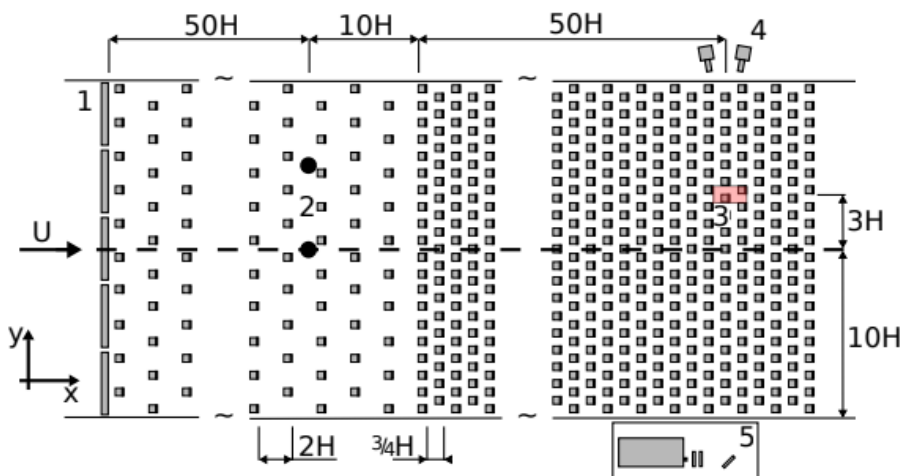
2.3 מבנה מנהרת הרוח ומודל העיר ממנה נאספו הנתונים

המחקר ניתח נתונים שנאספו בניסוי אשר בוצע ע"י רון שפ (Ron Shanpp et. al. 2018). הנתונים נאספו במנהרת רוח במכון למחקר ביולוגי בישראל. אורך אזור הניסוי של המנהרה הוא 14 מטר, חתך המנהרה ריבועי, והוא 2×2 מטר (4 מ"ר). השימוש במנהרת רוח נתן את האפשרות לבצע ניסוי על מודל תוך כדי בקרה מדויקת של מהירות הרוח וכיוון זרימת הרוח.

במנהרת הרוח היה מודל מיניאטורי של עיר. למרות שהמודל בעיר אינו זהה לעיר עצמה, הסיטואציות דומות מספיק כדי שמאחת יהיה ניתן להסיק מסקנות על השנייה, זה מכיוון שבצורתם ובמבנם המודל והעיר האמיתית דומים מספיק. כמובן שעיר אמיתית הרבה יותר

מסובכת במבנה שלה. למשל, הבניינים לא מסודרים בטורים וצורות הבניינים לא בהכרח זהות אחת לשניה. אך למרות זאת, היתרון העיקרי של מודל הוא שלא פרקטי לבצע מדידות או ניסויים על בניינים בגודל רגיל. בנוסף לכך, אם מנסים לדמות עיר באופן מלא נתקלים בהרבה מאוד משתנים, כגון מיקום הבניינים ביחס אחד לשני. מסיבה זאת, יותר נוח להסיק מסקנות על הזרימה ממודל עיר פשוט יותר, בו הבניינים זהים וסידורם הוא בטורים מקבילים.

באיור 2.1 אפשר לראות את האופן שבו המודלים של הבניינים היו מסודרים. בתחילה המנהרה המודלים מסודרים בצפיפות נמוכה עם מרחק של $2H$ בין כל אובייקט, כאשר H מייצג את גובה המודלים הגבוהים ושווה ל-100 מילימטר. בהמשך הזרם המודלים מסודרים צפוף יותר. המרחק בין טור לטור הוא $0.75H$ ובין שורה לשורה $0.5H$.



איור 2.1: מבנה הניסוי ממבט על. $H = 100$ מילימטר. האוויר זורם משמאל לימין (U). 1 - אובייקטים בכניסה לזרימה למנהרה. 2 - האזורים בהם שוחררו הסמנים (הנקודות השחורות). 3 - אזור המדידה (באדום), גובה המדידה בין $0.5H$ ל- $1.5H$. 4 - ארבע מצלמות למדידות. 5 - ספסל אופטי ועליו ליזר, שני עדשות צילניות, ומראה מכוונת (Ron Shanpp et. al. 2018).

כל המודלים באותו הטור הם באותו הגובה, ובגובה שונה מהטורים הסמוכים. הגבהים של המודלים הם H ו- $0.5H$.

המהירויות שבהם התבצעו המדידות היו 2.5 ו-4 מטר לשנייה עם מספרי ריינולדס 16,000 ו-26,000 בהתאמה. המהירויות נמדדה בעזרת מד רוח אולטרה-סוני.

2.4 מאפייני מדידות ה-PTV

Three-dimensional Particle Tracking Velocimetry (או 3D-PTV) היא אחת מהשיטות איתן חוקרים תנועה של זורמים. היתרון העיקרי של PTV הוא שהשיטה היא לאגראנג'ית ולכן נותנת מידע חשוב על הזורם באופן ישיר בכל מקום בשדה הזרימה ובנוסף, בגלל אופי השיטה, גם בכל שלושת הכיוונים. בנוסף PTV היא שיטה לא חודרנית שאינה משפיעה על הזורם. החיסרון של שיטת מדידה זאת היא שהיא מוגבלת למהירויות חלקיקים יחסית נמוכות ומספרי ריינולדס יחסית נמוכים. (Virant & Themistocles, 1997)

העיקרון של PTV הוא צילום חלקיקים בזורם (הנקראים 'סמנים') מכמה זוויות שונות, עיבוד התמונות המתקבלות כדי לגלות את המיקום של חלקיקים בכל רגע, וחיבור כל חלקיק בנקודת זמן אחת t לחלקיק המתאים לו בנקודת הזמן הבאה $t + \Delta t$. תהליך זה נותן לנו את המסלול של כל סמן בזורם. מכאן אפשר לחשב את המהירות והתאוצה דרך חישוב פשוט של נגזרת.

כדי שיהיה ניתן לראות את התנועה בתוך הזורם צריך להכניס לתוכו חלקיקים המהווים כסמנים. חלקיקים אלו צריכים להיות כמה שיותר קטנים אך שעדיין יהיה ניתן לראותם. החלקיקים צריכים להיות בצפיפות דומה לצפיפות הזורם ובנוסף הם צריכים להיות מחזירי אור טובים. וכמובן שצריך להאיר את המערכת כך שיהיה ניתן לראות את הסמנים בקלות (Virant & Themistocles, 1997).

הסמנים היו כדורי זכוכית חלולים (יצרנים - Potters Industries, Sphericell) עם קוטר בין 2 ל-25 מיקרומטר עם קוטר ממוצע של 6 מיקרומטר. צפיפות הסמנים הינה 1000 kg m^{-3} .

הסמנים הוארו עם קרן לייזר שהורחבה לאליפסה בעזרת עדשות (רדיוסים - 80 על 40 מילימטר). יצרן הלייזר הם CNI lasers והמודל הוא MGL-V-532.

ארבע מצלמות (Optronis CP80-4-M/C-500, 100 mm lenses, f#5) צילמו את הסמנים בצד המנוגד ללייזר (איור 2.1). המצלמות צילמו את אזור המדידה בתדירות של 500 הרץ ובהפרדה של 2304 על 1720 פיקסלים. האזורים בגבהים 100 מילימטר עד 150 מילימטר מהקרקע, צולמו בתדירות של 1000 הרץ, בהפרדה של 2304 על 860 פיקסלים.

בוצעו 40 חזרות על הניסוי, כל חזרה ארכה 10 עד 15 דקות.

2.5 תהליך ניתוח המידע

המידע שהתקבל מהניסוי עובד בעזרת תוכנת פייתון, גרסה 2.7. התוכנה השתמשה בספריית flowtracks כדי לקרוא מידע על החלקיקים. כעיקרון אופן הפעולה של התוכנה כלל קריאת נתונים, חישוב ערכים מסויימים מתוכם ולאחר מכן כתיבתם לקובץ json. בנוסף לflowtracks התוכנה כללה שימוש בספרייה numpy ובספרייה json.

2.6 נוסחאות ואופן חישוב הממוצעים המרחביים

2.6.1 ממוצע מרחבי על מהירויות

כדי לחשב חלק גדול מהערכים בתוכנה נדרש המידע על המהירויות הממוצעות של החלקיקים. כדי לחשב את המהירות הממוצעת של החלקיקים במיקום מסויים חולק מרחב המדידה לקוביות בגודל $1 \times 1 \times 1$ ס"מ. למעשה, כל הנקודות בתוך הקובייה $p = (p_x, p_y, p_z)$ מוגדרות כקבוצת החלקיקים B_p כך שכל חלקיק t עבורו $p_i - 0.5 < t_i \leq p_i + 0.5$ מוכל בתוך B_p . המהירות הממוצעת בנקודה p חושבה כממוצע המהירויות של החלקיקים B_p . ניתן לראות זאת בנוסחה 11, בה $\langle u_{B_p} \rangle$ היא המהירות הממוצעת על פי זמן ומרחב בקובייה B_p , T היא קבוצת מצבי החלקיקים (מיקום, מהירות ותאוצה) בכל נקודה בזמן t_u היא רכיב מהירות החלקיק בכיוון הזרימה.

$$\langle u_{B_p} \rangle = \frac{1}{|B_p|} \sum_{t \in B_p}^T t_u \quad (11)$$

בנוסף לזאת, חושבה המהירות הממוצעת בחתך גובה מסויים. זה חושב כממוצע המהירויות של כל החלקיקים באותו הגובה (שזה הערך p_z של קופסת החלקיק). זאת ניתן לראות בנוסחה 12. בנוסחה $\langle u_h \rangle$ היא המהירות הממוצעת בזמן ומרחב בגובה מסויים, B קבוצת כל הקוביות b_z - b ערך הגובה של הקובייה.

$$\langle u_h \rangle = \frac{1}{n} \sum_{b \in B, b_z=h}^B |b| \langle u_b \rangle \quad (12)$$

בנוסף, בנוסחה 12 $n = \sum_{b \in B, b_z=h}^B |b|$

2.6.1.1 ממוצע מרחבי על תאוצה

התאוצות חושבו באותו דרך כמו המהירויות, כאשר t_u מוחלף ב- t_a – רכיב התאוצה עם כיוון הזרימה. התאוצה בקופסה p היא ממוצע תאוצות החלקיקים בתוך B_p .

2.6.2 חישובי הערכים האחרים

בעזרת ערכי המהירות והתאוצה, שאר הערכים, כמו מאמצי הריינולדס, חושבו על פי הנוסחאות המפורשות שלהם. (Shavit, 2011 & Moltchanov, Bohbot-Raviv)

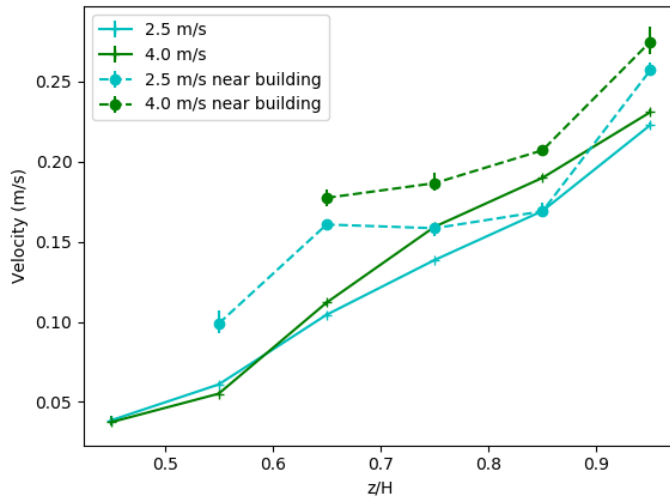
2.6.3 חישוב ערכי השגיאות בעבור הנתונים

הערכת השגיאה על ממוצעי הערכים הבסיסיים (המהירות והתאוצות) חושבה בכך שכל פריט במדגם חולק לאחד מעשרה מדגמים חדשים בהתפלגות שווה. כלומר, התקבלו עשרה "תתי-מדגמים" עם כמות איברים בערך שווה. הממוצע חושב על כל אחד מן המדגמים הללו והערכת השגיאה הינה הטווח בין הממוצע הכי קטן שחושב לממוצע הכי גדול שחושב. עבור הערכים האחרים שנבעו מהמהירויות והתאוצות, חושב הערך הקטן ביותר והגדול ביותר האפשרי בעזרת הממוצעים המינימליים והמקסימליים שחושבו קודם לכן וכך נוצר ערך מינימלי ומקסימלי למשתנה.

3 תוצאות

3.1 חישוב מהירות החלקיקים המומצעת עם כיוון הזרימה לפי גובה

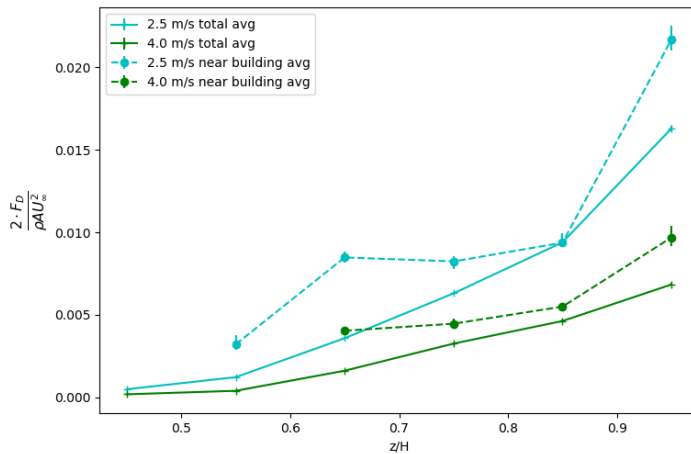
כדי לחשב את הגרר על המודלים בעיר בעזרת מקדם הגרר תחילה חשוב לחשב את המהירויות. המהירות שחושבה היא המהירות הממוצעת של החלקיקים בזמן ובמרחב עם כיוון הזרימה (ראה נוסחה 12). הממוצע המרחבי בוצע על כל קבוצה של כל הקוביות $p_{x,y,z}$ עם אותו הערך p_z . באיור 3.1 אפשר לראות את התוצאות של מדידות אלו. המהירות של החלקיקים עולה עם הגובה, כמו כן, כאשר המהירות מעל התכסית גבוהה יותר (4.0 m/s , הגרפים הירוקים) המהירות בתוך התכסית גבוהה יותר. בנוסף מוצגת באיור גם הערכת השגיאה של תוצאות אלו, אך היא בשני סדרי גודל מתחת לתוצאות עצמן ($0.005 \pm \text{m/s}$), ולכן כמעט ולא ניתן לראות אותה.



איור 3.1: מהירות החלקיקים הממוצעת ביחס בגבהים שונים בדגם התכסית העירונית. הגרף מראה את המהירות הממוצעת של החלקיקים במטרים לשנייה ביחס לגובה המדידה במטרים z חלקי גובה הבניין H (100 מילימטר). כל נקודה על הגרף מסמנת את המהירות הממוצעת בכיוון הזרימה. הקווים השלמים מייצגים את הממוצע המרחבי על פני כל המדגם והקווים המקוקעים מייצגים את הממוצע המרחבי של החלקיקים שנמצאים רק מול אחד הבניינים (בטווח $x > 0.05m$, $y > 0.075m$). הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$. בגרף מוצגת גם הערכת השגיאה של המדידות, אך בגלל שהיא בסדר הגודל של $0.005 \pm \text{m/s}$, לא ניתן לראותה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

3.2 חישוב כוח הגרר בעזרת מקדם הגרר בדגם התכסית העירונית

בעזרת המהירויות שחושבו בתת הפרק 3.1, ניתן להעריך את מקדם הגרר. החישוב נעשה בעזרת נוסחה 5, כאשר צפיפות האוויר הינה 1.2041 kg/m^3 , היא חושבה בעזרת הנוסחה $\rho = \frac{p}{RT}$ כאשר p הוא הלחץ באוויר בפסקל, T הטמפרטורה בקלווין ו- R קבוע המתאים לאוויר שהינו שווה ל- $287.0 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ (Cimbala, 2014). בנוסף, שטח החתך הוא $0.01 \cdot 0.05 = 0.0005 \text{ m}^2$ כמו שאפשר לראות באיור 3.2, מקדם הגרר עולה עם הגובה. בנוסף רואים כי כאשר $U_\infty = 4 \text{ m/s}$ (הגרף הירוק) מקדם הגרר נמוך יותר. בנוסף, מוצגים באיור גם השגיאות של תוצאות אלו, אך הן בשני סדרי גודל מתחת לתוצאות עצמן ($0.0005 \pm \text{ m/s}$), ולכן כמעט ולא ניתן לראות אותם.



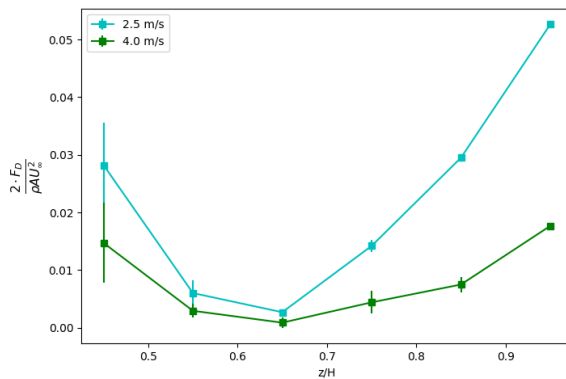
איור 3.2: מקדם הגרר בחישוב בסיסי לאורך הגובה. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר, $\frac{2 \cdot F_D}{\rho U_\infty^2}$, ביחס לגובה

המדידה במטרים z חלקי גובה הבניין (H). כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הממוצע. הקווים השלמים מייצגים את הממוצע המרחבי על פני כל המדגם והקווים המוקפים מייצגים את הממוצע המרחבי של החלקיקים שנמצאים רק מול אחד הבניינים (בטווח $0.075 \text{ m} < y < 0.05 \text{ m}$). הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$. בגרף מוצגת גם הערכת השגיאה של המדידות, אך בגלל שהיא בסדר הגודל של $0.0005 \pm \text{ m/s}$, לא ניתן לראותה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

3.3 חישוב כוח הגרר בעזרת מאמצי הריינולדס

בנוסף לשיטה הקודמת, מקדם הגרר הוערך בדרך נוספת. למטרה זו שומשו מאמצי הריינולדס (נוסחה 9) לחישוב הגרר. הגרר חושב עם שיטה זאת מיכיון שמחקרים קודמים הראו כי היא נותנת תוצאות יותר מדויקות (Brunet, Finnigan, 1994 & Raupach). על פי הנוסחה של Brunet, כוח הגרר שווה למינוס נגזרת מאמצי הריינולדס. מאמצי הריינולדס חושבו על פי הגדרתם – $\langle u'w' \rangle$, בנוסחה זו u' ו- w' הן תנודות המהירות ביחס למהירות הממוצעת על פי זמן בציר ה-x ובציר ה-z בהתאמה, כלומר $\phi(t, x) = \bar{\phi}(x) + \phi'(t, x)$ כאשר ϕ רכיב מהירות כלשהו וקו עליון מסמן ממוצע על פי זמן. בנוסף, בנוסחה קו עליון מסמן ממוצע על פי זמן וסוגריים משולשות מסמנות ממוצע על פי מרחב.

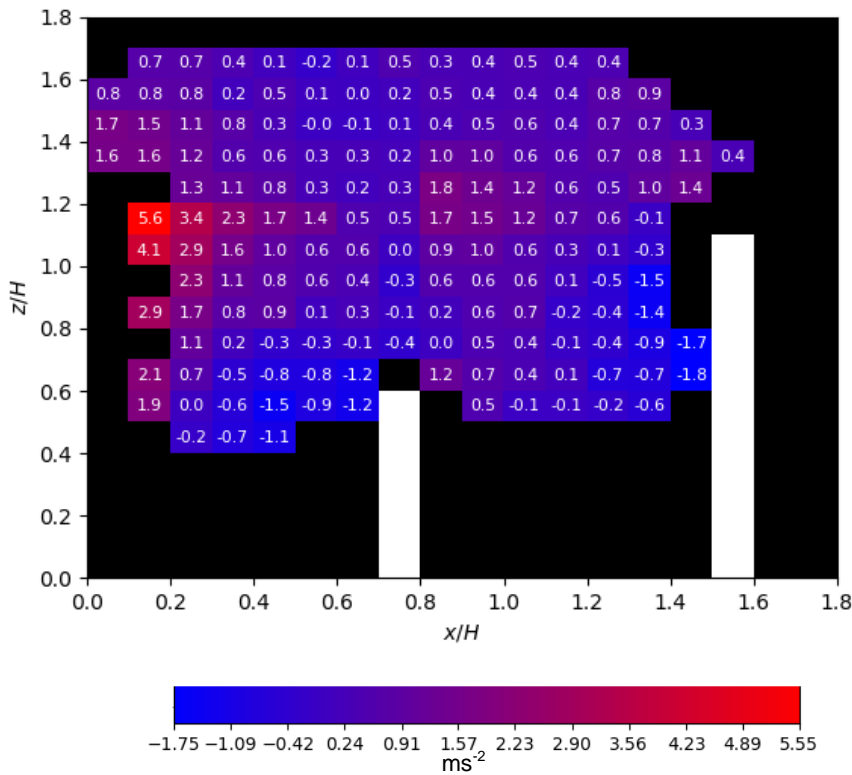
. כאשר המהירות הממוצעת לפי זמן חושבה עבור כל קובייה של $1 \times 1 \times 1$ ס"מ. באיור 3.3 ניתן לראות את התוצאות. בגובה $z/H = 0.45$ מקדם הגרר גבוה ולאחר מכאן הוא קטן באופן חד עד $z/H = 0.65$, לאחר זאת הגרר מקדם גדל. באיור מוצגת גם הערכת השגיאה, אף פרט לגובה 0.45 היא לא ניתנת להבחנה כי היננה שני סדרי גודל מתחת לערכי הגרר עצמם. בגובה 0.45 ערך השגיאה הינו ± 0.005 m/s.



איור 3.3: כוח הגרר על פי מאמצי F ריינולדס כפונקצייה של גובה בדגם התכנית העירונית. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר $2 \cdot F_D / (\rho U_\infty^2)$ ביחס לגובה המדידה במטרים חלקי גובה הבניין H . כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הממוצע הפועל על חתך הבניין בגובה $0.1H$. הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5$ m/s והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0$ m/s. כמו בגרפים קודמים, הקווים הרציפים מסמנים ממוצע מרחבי על פני כל המדגם. קווי השגיאה מייצגים את הערכת השגיאה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

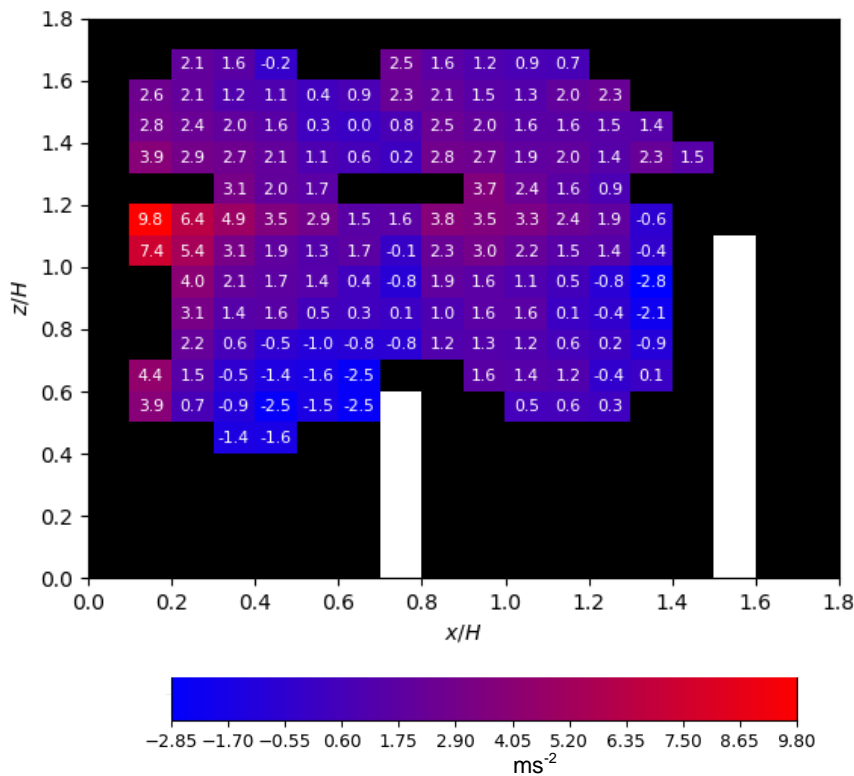
3.4 חישוב הממוצע המרחבי של התאוצה בתכסית העירונית

השיטה השלישית איתה חושב הגרר היא בעזרת תאוצת החלקיקים. באיור 3.4 אפשר לראות מפת חום של תאוצות החלקיקים עם כיוון זרימת האוויר (ציר ה-x), בחתך צדדי של דגם התכסית העירונית. הרוח נעה משמאל לימין, כאשר הריבועים הלבנים מייצגים בניינים, והריבועים השחורים מחסור במידע (אזורים בהם עברו כמות מועטת של חלקיקים). אפשר לראות שאחרי בניין תאוצת החלקיקים יחסית גבוהה, אך מול בניין לחלקיקים תאוצה שלילית. מעבר לזאת התאוצה היא גדולה מעל הבניינים הגבוהים, ובערך אפסית מעל הבניינים הנמוכים. במפת החום השגיאה הממוצעת הינה $0.127 \pm m/s^2$.



איור 3.4: מפת חום של תאוצות החלקיקים בציר ה-x עם מהירות רוח $2.5 m/s$ בדגם תכסית עירונית. כיוון הרוח משמאל לימין. הממוצע המרחבי נעשה על פני כל הקוביות עם אותו הערך p_y . משבצות שחורות מסמנות מחסור במידע. משבצות לבנות מסמנות מקום בו היה ממוקם בניין. את הסקלה של המפת חום אפשר לראות מתחת למפה, יחידות המידה של הסקלה הם ms^{-2} . בנוסף גם במשבצות עצמן רשומה התאוצה הממוצעת המעוגלת ב- ms^{-2} .

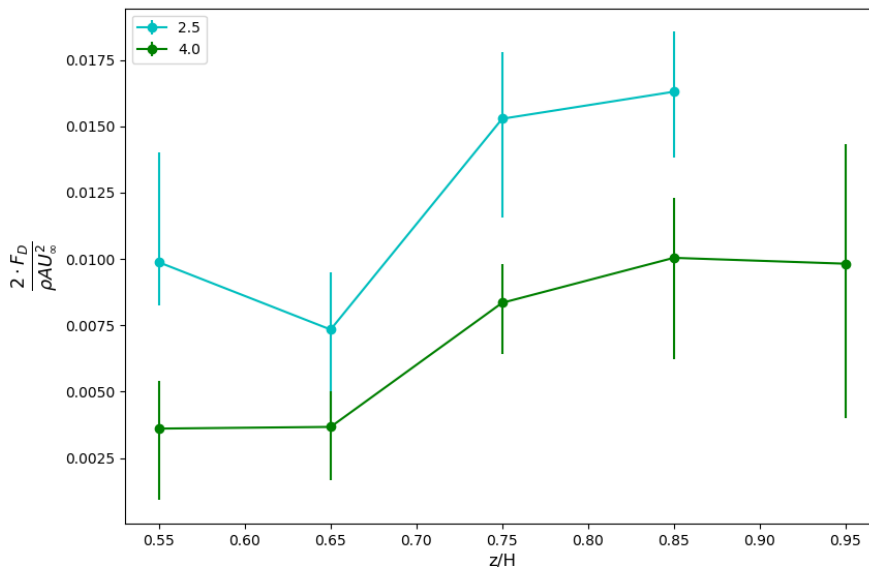
איור 3.5 מראה את אותם החישובים כאשר $U_\infty = 4.0$. התוצאות במפת חום זאת דומות לתוצאות באיור 3.4. אחרי בניין תאוצת החלקיקים גדולה מהרגיל ולפני בניין החלקיקים מאטים. כמו כן גם התאוצה של החלקיקים בעל הביניים מתנהגת באופן דומה. מעבר לזאת ההבדל העיקרי בין איור 3.5 לאיור 3.4 הוא שבאיור 3.5 הערך המוחלט של התאוצה גדול יותר מאשר באיור 3.4. במפת חום זו השגיאה הממוצעת הינה $0.277 \pm \text{m/s}^2$.



איור 3.5: מפת חום של תאוצות החלקיקים בציר ב-x עם מהירות רוח 4.0 m/s בדגם תכנית עירונית. כיוון הרוח משמאל לימין. הממוצע המרחבי נעשה על פניכל הקוביות עם אותו הערך p_y . משבצות שחורות מסמנות מחסור במידע. משבצות לבנות מסמנות מקום בו היה ממוקם ביניין. את הסקלה של המפת חום אפשר לראות מתחת למפה, יחידות המידה של הסקלה הם ms^{-2} . בנוסף גם במשבצות עצמן רשומה התאוצה הממוצעת המעוגלת ב- ms^{-2}

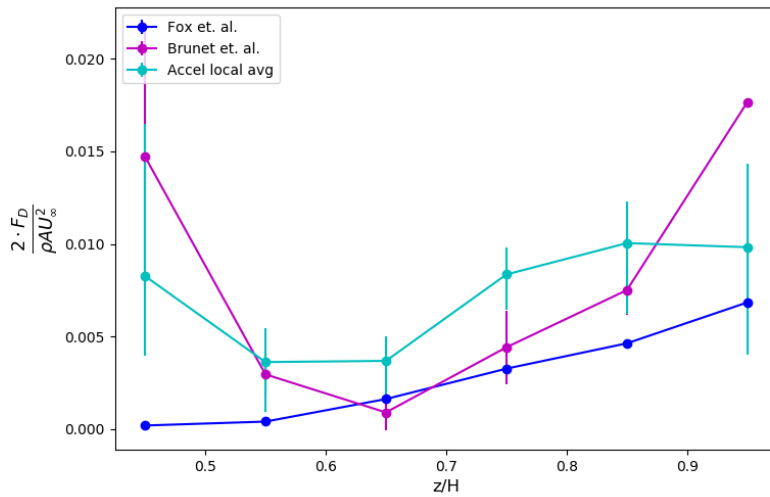
3.5 חישוב הגרר באמצעות תאוצות החלקיקים בדגם התכסית העירונית

הגרר חושב מהתאוצות שהתקבלו בתת-פרק 3.4 בכך שחושבו הממוצעים של כל התאוצות מול הבניין הגבוה ($x > 0.12m$, $y > 0.075m$) בכל שורה בנפרד. באיור 3.6 אפשר לראות את התוצאות. כאשר המהירות מעל התכסית היא 4.0 מטר לשנייה אפשר לראות בהתחלה נפילה בערך הגרר עד ל- z/H 0.65 ולאחר מכאן עלייה. למרות זאת כאשר המהירות מעל התכסית היא 2.5 מטר לשנייה הגרר עולה עם הגובה, חוץ מנפילה חדה עבור z/H 0.65. בגרף גם מוצגת השגיאה של המדידות שחושבה על פי התיאור בפרק 2.6.3. בנוסף, השגיאה הממוצעת עבור הנתונים המוצגים בגרף הינה ± 0.0027 .

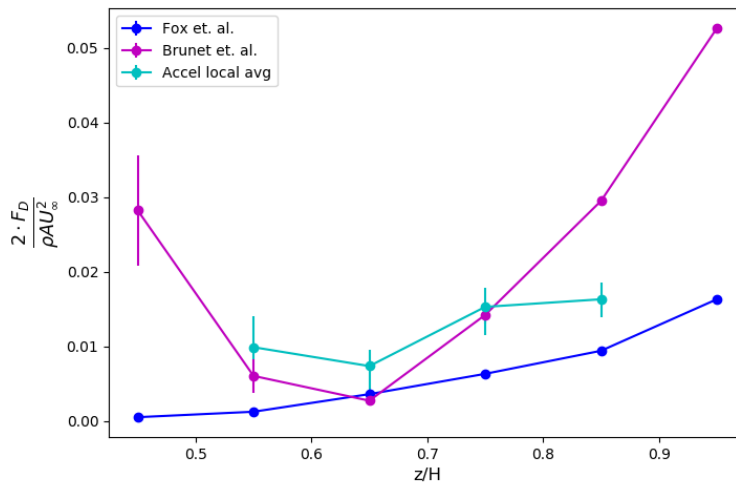


איור 3.6: השערת מקדם הגרר בעזרת תאוצות החלקיקים. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר, $\frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot A \cdot U_\infty^2}$, ביחס לגובה המדידה במטרים חלקי גובה הבניין H . כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הפועל בטווח גבהים שגודלו $0.1H$. הקוים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5$ m/s והקוים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0$ m/s. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

באיורים 3.7 א ו-3.7 ב ניתן לראות את כל התוצאות של דרכי החישוב השונות של הגרר והשגיאות המתאימות לתוצאות אלו (ראו פרקים 3.2, 3.3, 3.4) באותו הגרף:



א



ב

איור 3.7: השוואה בין שיטות חישוב שונות של הגרר בדגם תכסית עירונית. באיורים הקו הכחול מסמן את הערכה בעזרת מקדם הגרר, הקו הסגול בעזרת לחצי ריינולדס, והקו התכלת בעזרת סכום התאוצות. האיורים 3.7 א ו-3.7 ב הם עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$ ו- $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ בהתאמה. ציר הא הינו הגובה z/H וציר ה y הינו מקדם הגרר - $\frac{2 \cdot F_D}{\rho \cdot U_\infty^2}$. מקדם הגרר על פי התאוצות הושמט בגרף בגבהים 0.45 ו-0.95 בגלל חוסר מובהקות סטטיסטית.

4 דיון

בעיר נעים אלו, חלקיקים רבים, ביניהם אוויר מזוהם שלא נרצה שיגיע לאזורים הומי אדם או רוח שמשפיעה על מזג האוויר המקומי. מסיבות כשמתכננים עיר חשוב לדעת לאן וכיצד יזרום האוויר. בגלל שבניינים מפעילים כוח בצורת גרר על החלקיקים, כוח הגרר מהווה מרכיב חשוב בנוסחאות זרימה שונות (לדוגמה, ראה נוסחה 8). קיימות דרכים שונות לחישוב הגרר, אשר משתמשות בנתונים שונים של התכסית. היכולת לחשב בקלות יחסית את הגרר בתכסית עירונית כלשהי שימושית מאוד למתכנני ערים כי כך הם יכולים להתחשב בהשפעה של הגרר. בניסיון לחשב את כוח הגרר, נערך ניסוי לגראנג' במנהרת רוח, ניסוי שנהפך לאפשרי רק לאחרונה בעזרת שיטות חדשניות במדידות PTV (Ron Shanpp et. al. 2018).

בעבודה זו נותחו נתונים ההתקבלו מניסוי כזה כדי לענות על שני שאלות מחקר. שאלת המחקר הראשונה הייתה מציאת הקשר בין כוח הגרר U_∞ , והשנייה הייתה מציאת הקשר בין כוח הגרר לגובה בו הוא נמדד. עבור השאלה הראשונה שוער כי כל עוד U_∞ גבוה יותר כוח הגרר יהיה חזק יותר. בדומה לזאת לשאלה השנייה שוער כי כאשר מבצעים מדידה בגובה יותר גובה, כוח הגרר יהיה יותר חזק. למרות שתשובות לשאלות אלו נמצאות במחקר, התמקדות המחקר אינה בשאלות אלו שהתשובות אליהן נמצאו כבר במספר מחקרים בעבר. במקום זאת, השאלה העיקרית אותה המחקר בדק היא האם קיים קשר בין תאוצות החלקיקים בתכסית לכוח הגרר שהם מפעילים. ההשערה הייתה כי קשר זה יהיה קיים, וככל הנראה הוא יהיה לינארי. **זה מיכיון שעל פי החוק השני של ניוטון** (ראה נוסחה 10), התאוצה והכוח נמצאים ביחס ישר אחד לשני.

להוסיף מקור (אותו מקור: Comment [as13]: כמו בפרק ההשערות)

כחלק מהמחקר, חושבה המהירות הממוצעת של החלקיקים ביחס לגובהם. מהתוצאות נראה כי המהירות עולה עם הגובה באופן המקורב היטב על ידי פונקציית אקספוננציאלית. תוצאות אלו באות בהסכמה עם מחקרים קודמים, המצאו ממצאים דומים (Moltchanov, Bohbot-Raviv, & Shavit, 2011) (Brunet, Finnigan, & Raupach., 1994).

בנוסף למדידת המהירות, במהלך המחקר נמדדה תאוצת החלקיקים בתכסית. אפשר לראות במפות החום (ראו איורים 3.4 ו-3.5) כי מעל התכסית התאוצה קרובה לאפס. דבר הגיוני מיכיון שמעל הבניינים הכוח הממוצע צריך להיות קרוב מאוד לאפס כי אין שום עצם שיפעיל כוח באזור זה. מעבר זה ניתן לראות את תאוצת החלקיקים בקרבת הבניין. זאת ניתן להסביר בעזרת נוסחאות נאבייר סטוקס. בזרימה בה ניתן להזניח את מאמצי הגזירה נקבל את נוסחה 13.

$$\left\langle \frac{Du}{Dt} \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle \quad (13)$$

כלומר, התאוצה הממוצעת (צד ימין) נמצאת ביחס לינארי הפוך לגרדיאנט הלחץ הממוצע (צד שמאל). מתוצאות קודמות, ניתן לראות שבקרב עצם הלחץ עולה עם ציר ה-x (ציר הזרימה), ולכן נוצרת תאוצה (Eyre, 1957 & Fail, Lawford). מעבר לזאת נראת האצה של החלקיקים מיד לאחר הביניים. גם דבר זה מוסבר מהיחס בין התאוצה ללחץ. מחקרים קודמים מצאו כי מיד לאחר עצם בתוך זורם, הלחץ יורד משמעותית ביחס לציר ה-x, ולכן הגיוני שהתאוצה תהיה חיובית וגדולה מאוד (Xinliang, Muk Chen, Jianmin, & Dag, 2014).

על פי החוק השני של ניוטון, ידוע כי קיים קשר לינארי בין תאוצה לכוח. ולכן השערת המחקר הייתה כי קיים קשר לינארי בין תאוצות החלקיקים לכוח הגרר. ולמרות זאת, לא נמצאה התאמה לינארית בין חישוב הגרר בעזרת התאוצות לחישוב הגרר בשיטות אחרות. כלומר, תוצאות הניסוי שוללות את השערת המחקר. למרות שאין התאמה לינארית, עדיין נראה כי יכול להיות קשר כלשהו. יש התאמה בין סדרי הגודל של חישוב התאוצות והחישוב בעזרת מאמצי הריינולדס. מעבר לזאת החישובים של הגרר בעזרת התאוצות התאימו למודלים שנמצאו במחקרים קודמים שמצאו כי כוח הגרר בתכסית עירונית גבוה יותר ככל שהחלקיקים גבוהים יותר מעל הקרקע ובנוסף מצאו כי כוח הגרר חלש יותר בקצה העליון של התכסית. דבר הקורה בגלל שלקראת קצהו העליון של הבניין, האוויר עובר מסביב לבניין גם מעליו ולא רק מצידו, מה שמוריד את הפרש הלחצים (Belcher, 2006 & Coceal, Thomas, Castro). ההבדל שנוצר למרות ההתאמות הנראו ככל הנראה נבע מזה שחלק מהכוח הפעל על החלקיקים גרם להם להתערבל במקומם במקום לגרום להאצה או האטה.

בנוסף, אפשר לראות שהתוצאות של החישוב הנעשה בעזרת מקדם הגרר קטנות משמעותית משאר הדרכים איתם חושב הגרר. דבר זה תומך בקשר אפשרי בין תאוצות החלקיקים לכוח הגרר. זה מכיוון שידוע כי מדידות בעזרת מקדם הגרר מחזירות ערכים קטנים מין הערכים האמיתיים של הגרר בגלל אפקט המחסה (Finnigan, 2000).

מהתוצאות אפשר להסיק כי יכול להיות שקיים קשר כלשהו בין כוח הגרר לתאוצות החלקיקים בתכסית, אך הקשר הזה לא ישיר ודורש עוד מחקר. למרות זאת עדיין חשוב לזכור כי אחת המגבלות בניסוי היא שהגרר חושב באופן עקיף, ולכן אפשרי שההבדל בתוצאות נבע ברובו משגיאות מצטברות, דבר הניתן בנוסף לראות בטווחי הטעות של התוצאות. דבר נוסף שיכול להעיד על דבר זה הוא המידע המצומצם שמדידות PTV מספקות, שנובע בעיקר מהקושי לעקוב אחרי מספר גדול של חלקיקים.

כדי לקבל השוואה יותר מדויקת, ניתן לערוך ניסוי המשך שבמקביל למדידת התאוצות מודד גם את כוח הגרר באופן ישיר, בעזרת חיישן המחובר למודל הבניינים, וכך לדעת באופן יותר מדויק

אם קיים קשר או לא. מעבר לזה ניתן לבצע ניסוי נוסף עם סימולציה נומרית ולקבל מידע בעל רזולוציה יותר גבוהה. ובנוסף ניתן לערוך ניסוי המודד את כמות הכוח הדרוש להיווצרות המערבולות בתכסית, וכך לראות אם אכן המערבולות הן הגורם היוצר את ההבדלים בתוצאות.

לסיכום, במחקר נבדק האם קיים קשר כלשהו בין תאוצות החלקיקים בתכסית עירונית עם כוח הגרר הפועל על חלקיקים אלו. למטרה זו בוצע ניסוי PTV על מודל של עיר במנהרת רוח. מהתוצאות רואים כי קשר זה יכול להיות קיים אך הוא אינו לינארי, וכדאי להערוך מחקר המשך כדי לוודא מציאות אלו. מציאת קשר זה בין התאוצות לגרר יכול לעזור בעתיד לקשר בין ערך הגרר שניתן למדודו בעזרת חיישן, לערך התאוצה הדורש ניסוי יותר מורכב. בעזרת מידע זה אפשרי לתכנן ערים בצורה יותר אפקטיבית, אשר עשויה למנוע זיהום אוויר באזורים הומי אדם.

5 Bibliography

- Britter, R. E., & Hanna, S. R. (2003). Flow and dispersion in urban areas. *Annual Review of Fluid Mechanics* 35.1, 469-496.
- Brunet, Y., Finnigan, J. J., & Raupach, M. R. (1994). A wind tunnel study of air flow in waving wheat: single-point velocity statistics. *Boundary-Layer Meteorology* 70.1-2, 95-132.
- Buccolieri, R. W. (2017). Direct measurements of the drag force over aligned arrays of cubes exposed to boundary-layer flows. *Environmental Fluid Mechanics*, 373-394.
- Cimbala, J. M. (2014). The Ideal Gas Constant.
- Coccali, O., Thomas, T. G., Castro, I. P., & Belcher, S. E. (2006). Mean Flow and Turbulence Statistics Over Groups of Urban-like Cubical Obstacles. *Boundary-Layer Meteorology*, 121(3), 491-519.
- Fail, R., Lawford, J. A., & Eyre, R. C. (1957). Low-Speed-Experiments on the wake Characteristics of Flat Plates normal to an Air Stream. *Reports and Memoranda*.
- Finnigan, J. (2000). Turbulence In Plant Canopies. *Annual review of fluid mechanics*.
- Fox, R. W., McDoland, A. T., & Pritchard, P. J. (1998). *Introduction to fluid mechanics*. New York: John Wiley & Sons.
- Grimmond, C. S., & Oke, T. R. (2002). Turbulent heat fluxes in urban areas: Observations and a local-scale urban meteorological parameterization scheme (LUMPS). *Journal of Applied Meteorology*, 792-810.
- Maas, H. G., Gruen, A., & Papantoniou, D. (1993). Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. *Experiments in Fluids* 15.2, 133-146.
- Moltchanov, S., Bohbot-Raviv, Y., & Shavit, U. (2011). Dispersive stresses at the canopy upstream edge. *Boundary-layer meteorology* 139.2, 333-351.
- Shnap, R., Shapira, E., Peri, D., Bohbot-Raviv, Y., Fattal, E., Liberzon, A. (2018). Extending 3D-PTV for Lagrangian Measurements of Wind Tunnel Canopy Flows. <https://arxiv.org/abs/1806.04975>
- Toschi, F., & Bodenschatz, E. (2009). Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual review of fluid mechanics* 41, 375-404.
- Virant, M., & Themistocles, D. (1997). 3D PTV and its application on Lagrangian motion. *Measurement science and technology* 8, 1539.
- Xinliang, T., Muk Chen, O., Jianmin, Y., & Dag, M. (2014). Large-eddy simulation of the flow normal to a flat plate. *Journal of Fluids and Structures*.

להוסיף את המאמר של:
רון כולל לינק:
<https://arxiv.org/abs/1806.04975>

(כבר הוספתי, שומר את ההערה למקרה
שימחק)