

עבודת גמר בפיזיקה

נושא העבודה: חקר הכוחות שרוחות מפעילות על בנינים

בוצע במסגרת תכנית "אלפא" באוניברסיטת תל-אביב

2019

מוגש על ידי אלכסיי שפובלוב, מספר זהות 328632922

כתובת: טופז 45, כפר יונה

דוא"ל: alexey.notjunk@gmail.com

טלפון: 052-678-2335

ביה"ס: הכפר הירוק

סמל ביה"ס: 580019

כיתה: יא' 9

העבודה בוצעה באוניברסיטת ת"א בהנחיית:

רון שנפ

במעבדתו של פורפ' אלכס ליברזון

הפקולטה למדעים מדויקים, המחלקה להנדסה מכנית

תודות

אֲרֻצָּה רִאשִׁית לַיהוּדוֹת לָרוֹן שֶׁנֶּפֶס, שֶׁהִנַּחָה אוֹתִי לְאוֹרֵךְ כָּל הָעֲבוּדָה, תִּמְיָד הִיא פְּנוּי לַעֲנוֹת עַל שְׁאֵלוֹת וּלְעֻזָּר בַּחֲלָקִים קָשִׁים יוֹתֵר שֶׁל הַכְּתִיבָה. בְּנוֹסֵף אוֹדָה לַפְּרוֹפֶסוֹר אֶלְכָס לִיבְרִזּוֹן, עַל כֶּךָ שֶׁקִּיבַל אוֹתִי וְאֵת שׁוֹתֵפִי בַּמַּעֲבָדָתוֹ בִּידֵי פְתוּחוֹת. מַעֲבֵר לְזֹאת אוֹדָה לְדוֹקְטוֹר דְּנִיָּאל מִדֵּר, שֶׁלְאוֹרֵךְ תִּהְיֶה הַכְּתִיבָה הַלֵּא קֶצֶר עִמָּד לְצִידִי וְיִדַּע לְהֵאִיר אֶת דְּרָכָי. לְבִסּוֹף, אוֹדָה לְכָל צוּת אֶלְפָּא וּבִפְרֵט לְדוֹקְטוֹר תוֹמֵר כֶּהן, טֵל קֶץ, תוֹם הַגִּלְעָדִי וְשְׁנֵי לִוֵּי עַל לִיוֵּי צִמּוּד וְאוֹהֵב.

אֲנִי לֹא מֵאֲמִין שֶׁהָעֲבוּדָה הַיִּיתָה מְגִיעָה לְמִקּוֹם בּוֹ הִיא כַּעַת לֵלֵא הַתְּמִיכָה הַבִּלְתִּי פּוֹסֶקֶת שֶׁל כָּל הָאֲנָשִׁים הָאֵלּוּ.

תוכן עניינים

2	תודות
3	תוכן עניינים
5	הקדמה אישית
6	אבסטרקט
7	מבוא
9	שאלות המחקר
9	השערות המחקר
10	1 סקירת ספרות
10	1.1 בסיס מכניקת הזורמים
10	1.1.1 זורם
11	1.1.2 צמיגות
11	1.1.3 שכבת הגבול
11	1.1.4 שימושים של מכניקת הזורמים
12	1.2 זרימה טורבולנטית
12	1.3 נקודת מבט לגראנג'ית
13	1.4 תכסית עירונית
14	1.5 כוח גרר
14	1.5.1 מקדם הגרר
14	1.5.2 חישוב הגרר
17	2 שיטות וחומרים
17	2.1 טבלת חומרים
17	2.2 טבלת מכשירים
17	2.3 מבנה מנהרת הרוח ומודל העיר ממנה נאספו הנתונים
19	2.4 מאפייני מדידות ה-PTV
20	2.5 תהליך ניתוח המידע
20	2.5.1 ממוצע מרחבי על מהירויות
21	2.5.2 חישובי הערכים האחרים
21	2.5.3 חישוב ערכי האו-וודאות בעבור הנתונים
22	3 תוצאות
22	3.1 חישוב מהירות החלקיקים המומצעת עם כיוון הזרימה לפי גובה
23	3.2 חישוב כוח הגרר בעזרת מקדם הגרר בדגם התכסית העירונית

- 3.3 חישוב כוח הגרר בעזרת מאמצי הריוולדס 24
- 3.4 חישוב הממוצע המרחבי של התאוצה בתכסית העירונית 25
- 3.5 חישוב הגרר באמצעות תאוצות החלקיקים בדגם התכסית העירונית 27
- 3.6 השוואת השערת מקדם הגרר בעזרת התאוצות למקדם הגרר בעזרת נגזרת לחצי הריוולדס .. 29
- 4 דיון 30
- 5 ביבליוגרפיה 33

הקדמה אישית

בתחילת העבודה לא יכלתי לשער איך השנה וחצי הקרובות יראו לי. פסקה אחת ממאמר לקחה שעה של קריאה, עשרות דפי אינטרנט פתוחים ולפחות חמישה מושגים חדשים. אך עם הזמן, מתחילים לאט לאט להבין, אפילו בלי לשים לב. שעת קריאה הופכת לחצי שעה שהופכת לעשר דקות. ולמרות כל זה, עדיין יש עולם שלם בתחום המחקר שאני אפילו לא קרוב ללהתחיל להבין.

זה באמת מרהיב כמה ידע האנושות צברה, לפעמים עד כדי כך שזה נראה כמו קסם. נהנתי לחוות חלק קטן ממפעל הידע הזה.

אבסטרקט

כוח הגרר הוא הכוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועתו של גוף בזורם כתוצאה מחיכוך והפרשי לחצים מסביב לגוף. בנוסף, כוח זה הוא מרכיב חשוב ביותר בניתוח זרימה, למשל, חישוב כוח הגרר הוא נושא רחב במחקר על תכסית עירונית. לאחרונה, פותחה שיטת מחקר המאפשרת לבצע ניסוי העוקב אחרי מסלולי החלקיקים במודל של תכסית עירונית. הניסוי בוצע במנהרת רוח, בה הוצב מודל של עיר. בעזרת ניסוי זה המחקר בדק אם קיים קשר כלשהו בין תאוצות החלקיקים בתכסית עירונית כפונקצייה של הגובה לכוח הגרר הפועל על חלקיקים אלו כפונקצייה של הגובה. מהמדידות נשלפו המהירויות של החלקיקים ובעזרתם הוערכו מאמצי הריינולדס במערכת. תחת תנאי המערכת, נגזרת מאמצי הריינולדס בציר ה-z שווה בקירוב לכוח הגרר כפול מינוס אחת. מעבר לזאת כוח הגרר הוערך בעזרת ממוצע התאוצות בכל חתך גובה. גרף הכוח על פי הערכת מאמצי הריינולדס התחיל בירידה, ולאחר מכן, לקראת קצה התכסית, הכוח המשיך בעלייה עד סופה של התכסית. הערכת הגרר על פי התאוצות התנהגה גם כן כך, למעט באזור הקרוב לקצה התכסית, שם אירע ירידה קטנה בכוח. בהשוואה בין ההערכה של מאמצי ריינולדס להערכה של תאוצות החלקיקים נראה כי אין קשר ישר כלשהו, אך סדרי הגודל של שתי ההערכות היו שווים והתנהגותם הייתה דומה. לכן נראה כי יכול להיות קיים קשר בין השניים, גם אם לא ישר. מומלץ להערוך מחקר המשך, כי מציאת קשר כלשהו יכול לעזור לתכנן ערים כך שהמבנה שלהן יסייע בצמצום זיהום באוויר באזורים הומי אדם.

מבוא

תחום מכניקת הזורמים חוקר את התנועה בזורמים שונים כמו אוויר. במכניקת הזורמים, זורם מוגדר כחומר שמתעוות באופן רציף תחת השפעה של מאמץ גזירה, לא משנה עד כמה חלש. מאמץ הגזירה הוא סוג של מאמץ (stress) - כוח פנימי שחלקיקים של גוף מפעילים אחד על השני. מאמץ גזירה נוצר כתוצאה משני כוחות מקבילים ושונים בכיוונם הפועלים על הגוף במקומות שונים. התחום מעורר עניין רב כי התקדמות בתחום תורמת לתחומים אחרים רבים כמו עיצוב של כלי תחבורה, עיצוב חלליות ועיצוב בטוח ויציב של בניינים וגשרים. בנוסף, עקרונות ממכניקת הזורמים עוזרים לעצב כל מכשיר העובד עם זורמים, כגון משאבות, מאווררים, מדחסים, ומיזוג ביתי (Fox, McDoland & Pritchard, 1998).

אחד מסוגי הזרימה הנחקרים הוא זרימה טורבולנטית. בזרימה טורבולנטית כל הזמן מתרחשים שינויים בתנועת הזורם - הזורם נע באופן כאוטי ומתפתחות בו מערבולות רבות. את הזרימה הטורבולנטית ניתן לאפיין בעזרת מספר ריינולדס שמוגדר כ- $Re = Vd/\nu$ כאשר V היא המהירות הממוצעת של חלקיקי הזורם, d היא סדר הגודל של האורך ו- ν היא יחס הצמיגות לצפיפות הזורם. כאשר מספר ריינולדס של זורם גבוהה יותר כך תנועתו יותר כאוטית ולכן הינה טורבולנטית. דוגמה לזרימה זו זה זרימה בעת ערבוב קפה בכוס, או רוח כאשר היא נתקלת במכשולים, למשל בניינים בעיר (Bodenschatz, 2009 & Toschi).

ישנן שתי שיטות מקובלות לחקירת זורמים: השיטה האוילרית והשיטה הלגראנג'ית. בשיטה האוילרית מודדים את תכונות הזורם בנקודה מסוימת קבועה במרחב לאורך כל הניסוי. היתרונות של שיטה זו הן בעיקר הפשטות שלה: יותר פשוט להציב חיישן במקום קבוע ולמדוד את תכונות הזורם במיקום זה, ובנוסף יהיה יחסית יותר קל לנתח את המידע המתקבל. השיטה השנייה, הלגראנג'ית, היא שיטה מקובלת למחקר זרימה טורבולנטית. שיטה זו עוקבת אחרי תנועתם של חלקיקי הזורם ומודדת את תכונות הזורם במיקומם המשתנה של חלקיקים אלו לאורך הניסוי. יתרון שיטה זו היא בכך שהיא עונה באופן ישיר על חלק מהשאלות כגון: "מהי מהירות כל חלקיק?" או "מהו המיקום של כל חלקיק?". השיטה הלגראנג'ית נפוצה מאוד בחקר הפיזור של זיהום באוויר (Bodenschatz, 2009 & Toschi).

סוג מסוים של זרימה טורבולנטית הוא זרימה טורבולנטית בערים. כאשר רוח נושבת על עיר (מקבץ בניינים), האוויר מתחיל לזוז בצורה כאוטית. אפשר לראות זאת ישירות מהנוסחה למספר הריינולדס, צפיפות וצמיגות הרוח לא משתנות, וגם כן המהירות לא משתנה, אך סדר

הגדול של הבעיה גדל משמעותית בגלל הגובה של הבניינים. המחקר בזרימת אוויר בערים נעשה במגוון סדרי גודל- החל מבעיר שלמה וכלה במבט על רחוב אחד (Hanna., & Britter 2003)

כוח הגרר, הפועל על גוף בכיוון המנוגד לכיוון תנועתו, הוא כוח חשוב הפועל על הבניינים בתכנית העירונית. בתכנית עירונית הגוף הוא הבניין והזורם הוא האוויר. הכוח הזה חשוב מכיוון שידיעת כוח הגרר מאפשרת להבין באופן מדויק יותר את העומס שפועל על בניינים, מה שיעזור למנוע נזק במקרים של רוחות קיצוניות. בנוסף ניתן להצליב את המידע הזה עם נתונים נוספים כדי לגלות תכונות נוספות על הזרימה בעיר, למשל, בעזרת פיתוח המשוואות לשימור תנע ממוצע (ראה נוסחה 8, פרק 1.5.2.2) אפשר להשתמש בגרר ובמהירות הרוח כדי לחשב את גרדיאנט הלחץ (Buccolieri, 2017) (Brunet, Finnigan & Raupach., 1994).

עד היום, כמעט וכל ניסוי הנעשה בתכנית עירונית היה ניסוי אולרי, ומסיבה זו תכונות לאגראגניות של זרימת האוויר בעיר לא נחקרות (Ron Shanpp et. al. 2018). אחד הנתונים המתקבלים ישירות מניסויים לגראנג'ים הם התאוצות של החלקיקים; ובגלל שקיים קשר ישיר בין כוח לתאוצה במכניקה קלאסית, כדאי לבדוק אם קשר כלשהו בין התאוצה לכוח מתקיים גם בתכנית עירונית. מסיבה זאת, מטרת המחקר הייתה לבדוק האם קיים קשר בין תאוצות של החלקיקים בתכנית לכוח הגרר שהם מפעילים על הבניינים סביבם. דבר זה נעשה בעזרת ניסוי העוקב אחרי מסלולי החלקיקים בזורם וכך מודד את תאוצתם, ניסוי ההתאפשר רק לאחרונה בעזרת התקדמות בתחום.

שאלות המחקר

1. כיצד מהירות הרוח משפיעה על הכוח שפועל על בניין?
2. כיצד כוח הגרר הפועל על בניין משתנה עם הגובה מבסיס הבניין?
3. האם קיימת קורולציה בין תאוצות חלקיקי האוויר בתכסית עירונית לכוח הגרר הפועל על בניינים בתכסית זאת?¹

השערות המחקר

1. השערת המחקר הינה כי עבור מהירות גבוהה יותר כוח הגרר יהיה חזק יותר. זה נובע מנתונים קודמים המראים כי כוח הגרר גדל עם המהירות. בנוסף מצופה כי קשר זה יהיה אקספוננציאלי, כמו שראו בניסויים בעבר (Buccolieri, 2017).
2. השערת המחקר היא כי כוח הגרר יהיה יותר חזק כל עוד המדידה נערכת באזור גבוה יותר. ניתן להגיד זאת בגלל שמחקרים בעבר מצאו כי נגזרת לחצי הריינולדס עולים עם הגובה, ובנוסף נמצא כי קיים יחס ישר בין נגזרת לחצים אלו לכוח הגרר (Moltchanov, Shavit, 2011 & Bohbot-Raviv).
3. השערת המחקר היא כי קורולציה כלשהי תהיה קיימת, כי במכניקה קלאסית, על פי הכוח השני של ניוטון, קיים קשר לינארי בין תאוצה של אובייקט לכוח הפועל עליו (Fox, Pritchard, 1998 & McDoland). כלומר, בגלל שהחלקיקים מפעילים כוח מסויים על הבניינים, על פי החוק השלישי של ניוטון הגיוני להניח כי כוח שווה ומנוגד פועל גם כן על הבניינים עצמם, ומכאן הגיוני לחשוב כי בעזרת תאוצות החלקיקים ניתן לשער את כוח הגרר על הבניינים.

¹ השערת מחקר זו הוספה במהלך המחקר, בהבנה כי זה השאלה שהמחקר מנסה למצוא לה תשובה, מתי ששני ההשערות הקודמות כבר נחקרו במקרים שונים ואינן מייחדות את המחקר.

1 סקירת ספרות

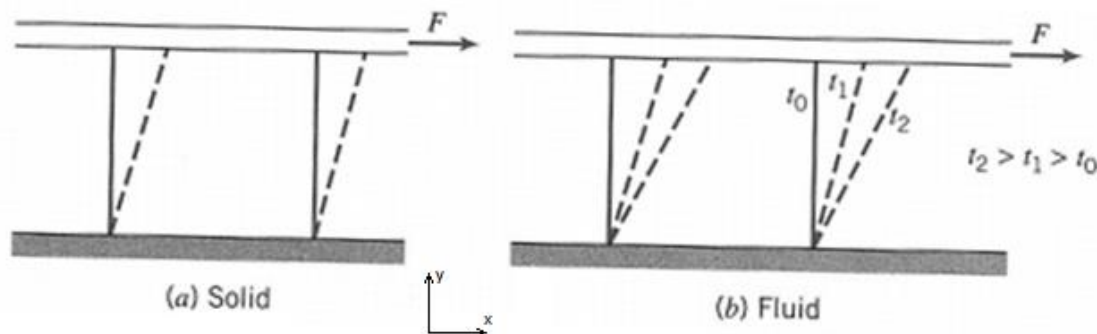
1.1 בסיס מכניקת הזורמים

מכניקת הזורמים הוא תת-תחום בפיזיקה החוקר את תנועתם של זורמים ואת השפעתם על הסביבה.

1.1.1 זורם

1.1.1.1 מאמץ

מאמץ (stress) הוא הכוחות שחלקיקים צמודים בתוך חומר מפעילים אחד על השני. מאמץ נמדד ביחידות פסקל (ניטון למטר בריבוע). דוגמה פשוטה למאמץ הוא מצב בו מקפלים סרגל פלסטיק ועוזבים אותו. בגלל המאמצים הפנימיים בסרגל, הוא יחזור למצבו הקודם. אחד מסוגי המאמץ הוא מאמץ גזירה. מאמץ גזירה הוא רכיב של המאמץ הכללי אשר פועל במקביל למישורים בגוף. הגדרה זאת מאוד פשוטה להמחשה בדו-ממד; למשל באיור 1.1 הכוח F מפעיל מאמץ. אפשר לבחור שני חלקיקים (נקודות) ולחבר קו ביניהם, לאחר מכאן לצייר אנך אמצעי לקו. האנך האמצעי הזה הוא המישור. עכשיו החלקיקים צריכים להתרחק אחד מהשני על מישור זה, כלומר כל אחד מהם זז בכיוון שונה מהשני בקו המקביל לאנך האמצעי.



איור 1.1: המחשת מאמץ גזירה על מוצק ועל זורם. צד שמאל (a) ההשפעה של מאמץ הגזירה (המסומן באות F) על מוצק – הוא שינה את צורתו ועכשיו הוא סטטי. צד ימין – השפעת מאמץ הגזירה על הזורם (b) – צורתו של הזורם משתנה כל הזמן. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

1.1.1.2 הגדרת זורם

ההגדרה המקובלת לזורם היא כדלקמן: **זורם הוא כל חומר אשר תחת השפעה של מאמץ גזירה לא משנה עד כמה קטן, יתעוות ללא הפסקה (איור 1.1) (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998).**

1.1.2 צמיגות

אחת מהתכונות של זורם היא הצמיגות שלו. הצמיגות מייצגת את היחס בין מאמץ הגזירה לקצב שינוי מהירות הזורם על פי מיקום. למשל הצמיגות באיור 1.1 תחושב בעזרת הנוסחה הבאה (Pritchard, 1998 & Fox, McDoland):

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1)$$

כאשר u זה מהירות הזורם בציר ה-x, τ זה מאמץ הגזירה, y הוא ציר האנכי לכיוון הזרימה ו μ היא הצמיגות. חשוב להבהיר כי בחלק מהזורמים יחס זה אינו לינארי והצמיגות אינה קבועה, אך ברוב הזורמים בהם מתרכזים מחקרים היחס הוא לינארי ולכן גם הצמיגות קבועה, זורמים אלו בעלי יחס קבוע נקראים זורמים ניוטוניים.

1.1.3 שכבת הגבול

שכבת הגבול מתארת את השינוי במהירות הזורם בצמוד לגופים הנעים בזורם הנובעת מה-"No Slip Condition" האומר כי מהירות חלקיקי הזורם בסמוך לגוף מסוים תהיה 0 יחסית לגוף זה. כתוצאה מכך נוצרת שכבה דקה בה מהירות הזורם עולה מ-0 למהירות המקסימלית שלו. בשכבה זו לצמיגות ולגוף הנע יש השפעה רבה על הזורם (אפילו אם בשאר הזרימה ניתן להזניח אותם).

1.1.4 שימושים של מכניקת הזורמים

מחקר במכניקת הזורמים תורם לעולם בתחומים רבים. אחת התרומות של מכניקת הזורמים היא בעיצוב של כלי תחבורה, הרי מכוניות או מטוסים נעים דרך אוויר שמשפיע עליהם. תרומה נוספת של מכניקת הזורמים היא בכל תחום המתעסק עם זורמים באופן ישיר, כגון בנייה של משאבות או אוורור של חללים. בנוסף, ובאופן הקשור ישירות לעבודה זו, פיתוחים במכניקת הזורמים עוזרים להבין ההתנהגות של אוויר מזוהם באזורים מיושבים (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

1.2 זרימה טורבולנטית

קיימים שני סוגים של זרימה. זרימה לאמינרית וזרימה טורבולנטית. זרימה לאמינרית היא זרימה בה הזורם זורם במסלולים קבועים ובדרך כלל מקבילים אחד לשני. מרכיבי המהירות של זורם בזרימה לאמינרית לא כולל מרכיבים אקראיים. דוגמה לזרימה לאמינרית היא זרם ממש חלש היוצא מברז, זרם זה נראה שקוף כמעט לחלוטין.

במקביל לזרימה לאמינרית עומדת זרימה טורבולנטית. זרימה זו מאופיינת בשינויים כאוטיים במהירות החלקיקים של הזורם, כיוון תנועתם, הלחץ בזורם ועוד. דוגמה לזרימה זאת ניתן לראות בעת ערבוב כוס קפה או כאשר רוח זורמת דרך עיר. בגלל האופן הבלתי צפוי שבו זרימה טורבולנטית מתנהגת, מאוד קשה לחקור את המתרחש בה. לא ניתן באופן פשוט לתאר את התנהגותם של החלקיקים בזרימה זאת, ולכן נידרש הרבה מחקר מעשי.

כדי לתאר עד כמה כאוטית זרימה מסוימת משתמשים במספר ריינולדס הנכתב כ- Re . הנוסחה למציאת מספר ריינולדס עבור מערכת כלשהי היא:

$$Re = \frac{Vd}{\nu} \quad (2)$$

כאשר V מייצג את סדר הגודל של המהירות האופיינית לבעיה (לדוגמה המהירות הממוצעת של הזורם). ν (האות היוונית ניו) מייצג את הצמיגות הקינמטית השווה ל μ/ρ (צמיגות חלקי צפיפות). d מייצג את סדר הגודל של אורך הבעיה (לדוגמה עבור מהירות של כדור באוויר, סדר הגודל הוא קוטר הכדור). למעשה מספר ריינולדס מייצג את היחס בין כוחות אינרציה וכוחות צמיגיים בזורם. ככל שמספר ריינולדס גבוה יותר, התנועה יותר כאוטית. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

1.3 נקודת מבט לגראנג'ית

קיימות שתי שיטות למחקר במכניקת הזורמים: השיטה האוילרית והשיטה הלגראנג'ית. בשיטה האוילרית מודדים תכונה של זורם במיקום בלתי משתנה. למעשה החישן מודד את התכונה של חלקיק הזורם שבמקרה נמצא באותו המקום, ולאחר שהחלקיק מתרחק מאזור זה לא מתייחסים אליו יותר. דוגמה לניסוי אוילרי הוא מדידת מהירות של רוח בעזרת שבשבת. המערכת במקרה

זה היא האטמוספירה בה זורם האוויר, מיקום המדידה הוא מיקום השבשבת, והתכונה אותה מודדים היא מהירות הרוח.

השיטה האוילרית עונה באופן ישיר על מגוון שאלות כגון מה הלחץ על גוף מסויים, מה היא מהירות האוויר הממוצעת באזור מסויים ועוד שאלות המתמקדות במקום קבוע במרחב. כאשר נרצה לענות על שאלות מסוג זה נעדיף את השיטה האוילרית. דוגמה לניסוי כזה הוא מדידת לחץ הפועל על גוף מסויים באזור מסויים. במקרה זה לשיטה אוילרית יתרון כי אנחנו מעוניינים לדעת את הלחץ במקום קבוע, והניסוי יתן לכך תשובה ישירה. למרות יעילות השיטה, קיימות שאלות שלא נענות באופן ישיר בגללה, למשל אם נרצה לדעת מהיא תאוצת החלקיקים לא נקבל את התשובה באופן ישיר.

בשביל לענות על שאלות מסוג זה באופן ישיר ניתן להשתמש בשיטה הלגראנג'ית. ניסויים בשיטה הלגראנג'ית עונים באופן ישיר על הרבה שאלות חשובות שהשיטה האוילרית לא עונה עליהן. עיקרון שיטה זו הוא שעוקבים אחרי חלקיק מסוים, ומודדים את תכונות הזורם במיקומו. דוגמה לניסוי לגראנג'י הוא סימון הזורם בעזרת חומר נראה כלשהו (למשל הכנסת בועות מימן לנוזל) והתבוננות בהתנהגות הסמן. במקרה זה באופן ישיר ניתן לדעת את מהירות הזורם, תאוצת הזורם ומסלול הזורם. (Toschi & Bodenschatz, 2009)

1.4 תכסית עירונית

אחד מהמקומות בהם חשוב ומעניין לחקור את ההתנהגות של אוויר הוא בתכסית עירונית. רוב האנשים בעולם כיום חיים באזורים עירוניים ובנוסף ערים מכסות חלק גדול מאוד משטח פני כדור הארץ. לכן חשוב להבין כיצד אוויר מתנהג באזורים כאלה. הבנת התנהגות האוויר באזורים אלו עוזר לתכנן מבנים יציבים, להבין לאן זיהום אוויר מגיע ובאופן יותר מדויק לחזות את מזג האוויר המקומי. המחקר בתכסית עירונית מושפע מהרבה משתנים שונים כגון גובה הבניינים, צפיפות הבניינים, מיקום הבניינים אחד יחסית לשני וכו'. בגלל זה דרוש הרבה מאוד מחקר לגבי אזורים עירוניים.

אחת ההשפעות של הבניינים על הזרימה הוא יצירת "שכבות" חדשות בהן הזרימה מתנהגת באופנים שונים ויותר טורבולנטיים (Britter & Hanna., 2003). בין היתר שכבות אלו גורמות לכוח הגרר הפועל על הבניינים להיות גבוה יותר מהמצופה, קוראים לאפקט זה "אפקט המחסה" (Finnigan, 2000).

1.5 כוח גרר

כוח הגרר הוא הכוח הפועל בכיוון המנוגד לתנועה היחסית של עצם בזורם. כוח הגרר מורכב מהחיכוך בין הזורם לגוף ומהפרש הלחצים בין החלק הקדמי של הגוף לחלקו האחורי. כוח זה משפיע על כל גוף הנע בתוך זורם ולכן חשוב לחקור אותו. לדוגמה הכוח משפיע על מטוסים באוויר, על בניינים בזמן רוחות חזקות, על תאי דם אדומים הזורמים בדם ועוד.

1.5.1 מקדם הגרר

כאשר ידועים מאפייני גוף מסוים, ניתן לייצג כוח הגרר עליו בעזרת מספר משתנים של המערכת המדוברת. כאשר גוף נע דרך זורם צמיגי ולא דחיס, ניתן לייצג את כוח הגרר כפונקציה של אורך הבעיה, מהירות הגוף, צמיגות הזורם וצפיפות הזורם (בסדר זה בנוסחה):

$$F_D = f(d, u, \mu, \rho) \quad (3)$$

אפשר לפתח נוסחה זו על ידי שימוש באנליזה מימדית ולגלות כי (Fox, McDoland & Pritchard, 1998)

$$\frac{F_D}{\rho u^2 d} = f_1(Re) \quad (4)$$

כאשר d מייצג את שטח החתך של הגוף. על פי יחס זה הוגדר מקדם הגרר C_D כאגף שמאל של נוסחה 4 כפול 2 (נוסחה 5).

$$C_D = \frac{2 \cdot F_D}{\rho u^2 d} \quad (5)$$

למרות שהגרר מורכב גם מחיכוך וגם מהפרש לחצים, עבור מספרי ריינולדס גדולים, $Re \approx 1000$, כוח הגרר ברובו המוחלט נובע מהפרש לחצים. (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998)

1.5.2 חישוב הגרר

קיימות דרכים רבות לחישוב גרר. חלקן ישירות וחלקן עקיפות. החישוב צריך להיות לא רק מדויק אלא גם מהיר. למשל אם רוצים לבנות תחזית למזג האוויר המדידות צריכות להיות מהירות כדי לשמור על רלוונטיות המידע. במקרה הנבדק נרצה לחשב את הגרר על בניינים. דבר זה שימושי כדי לחשב את הכוח שיופעל על הבניין, או לחשב את הכוח שיפעל על האוויר. הכוח שפועל על האוויר משפיע על תנועתו ולכן הוא יכול לעזור לחזות את מזג האוויר או לדעת לאן יתפשט זיהום אוויר באזורים תעשייתיים.

1.5.2.1 חישוב בעזרת C_D

אם נרצה להעריך את הגרר עבור בניין יהיה ניתן להשתמש במקדם הגרר הידוע עבור לוח שמאונך לזרם. ידוע כי קבוע הגרר משתנה עם מספר ריינולדס, אך למזלנו עבור לוח מאונך לזרם הקבוע לא משתנה עבור $Re \gtrsim 1000$ (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998). בנוסף לתלות הזאת, הקבוע גם תלוי ביחס בין הרוחב לגובה הלוח, אך אם הרוחב מאוד קטן אפשר להניח שהוא 0. כלומר היחס שואף לאין סוף. מקדם החיכוך של לוח מאונך לזרם עם יחס אין סופי במספרי ריינולדס מעל 1000 הוא 2.05 (Fox, McDoland, & Pritchard, 1998). נשתמש בנוסחה 5 ונגיע לנוסחה:

$$F_D = 0.5 \cdot C_D \rho u^2 d \quad (6)$$

בעבודה זו, הנוסחה ממושה על מישורים דקים במרחב בגובה 0.01 מטר, הנפרסו לאורך כל מדגם המדידה. u חושב כממוצע המהירויות בפרוסת הגובה הרלוונטית, ו- d חושב כשטח הפנים של חתך הגוף בגובה זה. לאחר מכאן, מקדם הגרר נורמל בעזרת המהירות U_∞ , שהייתה המהירות של הרוח מעל אזור המדידה (ראה פרק 3.2).

1.5.2.2 חישוב בעזרת נוסחה מפורשת

במקרים מסויימים הנוסחה הפשוטה לחישוב גרר איננה מתאימה בגלל סיבות כאלו ואחרות. למשל במקרה הנתון, בתכסית עירונית, ידוע כי הנוסחה של הגרר בעזרת מקדם הגרר נותנת תחזית נמוכה משמעותית מהגרר האמיתי הפועל על הבניינים. תופעה זו נקראת "אפקט המחסה", המתרחשת בגלל התנהגות שכבת הגבול בתכסית עירונית (Finnigan, 2000). מסיבה זו, במחקר הגרר חושב ביותר מדרך אחת.

הדרך הנוספת איתה חושב הגרר היא עם הנוסחה (7) המפורשת לחישוב הגרר בעזרת סכום כוחות הלחצים וכוחות החיכוך (Shavit, 2011 & Moltchanov, Bohbot-Raviv).

$$f_x = -\frac{1}{\rho V_f} \int_{S_{fs}} \bar{p} n_x dS_{fs} + \frac{\nu}{V_f} \int_{S_{fs}} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} n_x + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} n_y + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} n_z \right] dS_{fs} \quad (7)$$

כאשר: V_f היא הנפח שהזורם תופס במערכת, S_{fs} הוא שטח הפנים של הגופים עליהם פועל הגרר, n הוא וקטור יחידה מ- S_{fs} ל- V_f , ρ היא צפיפות הזורם, p הוא לחץ הזורם, ν הוא הצמיגות הקינמטית של הזורם, u זה מהירות הזורם, וקו עליון כמו ב- \bar{u} מסמן ממוצע על פי זמן. בנוסחה האינטגרל הראשון הוא הכוח הנובע מהפרש לחצים והאינטגרל השני הוא הכוח הנובע מחיכוך. (Moltchanov, Bohbot-Raviv, & Shavit, 2011).

נוסחה 7 נכונה אך מאוד מסובכת לחישוב. כדי לפשט את הנוסחה ניתן להשתמש במוצעים על פי נפח ולקבל את הנוסחה הבאה (Brunet, Finnigan, & Raupach., 1994):

$$\underbrace{\langle \bar{w} \rangle}_{1} \underbrace{\frac{\partial \langle \bar{u} \rangle}{\partial z}}_{2} + \underbrace{\frac{\partial \langle u' w' \rangle}{\partial z}}_{3} + \underbrace{\frac{\partial \langle \tilde{u} \tilde{w} \rangle}{\partial z}}_{4} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x}}_{5} - \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \langle \bar{u} \rangle}{\partial z^2}}_{6} = F_D \quad (8)$$

המספרים מתחת לנוסחה מציינים את מספר האיבר מעל בנוסחה. בנוסף בנוסחה הצירים הם x, y, z עם המהירויות u עבור x ו-w עבור z. P הצפיפות ו-p הלחץ. קו עליון (\bar{x}) מסמן ממוצע על פי זמן של משתנה. סוגריים משולשות ($\langle x \rangle$) מסמנות ממוצע על פי מרחב (למעשה ממוצע על פי פרוסה דקה שמתרחבת על פני כל הרוחב והאורך של המדגם). הסימון של פסיק עליון הוא תנודות המהירות בזמן (temporal velocity fluctuations) המוגדרות ככה: $u' = u - \bar{u}$ כאשר u זה רכיב מהירות כלשהו. הסימון של קו עליון וגל הוא תנודות המהירות במרחב (spatial velocity fluctuations) המוגדרות כך: $\tilde{u} = \bar{u} - \langle \bar{u} \rangle$ כאשר u הוא רכיב מהירות כלשהו.

תחת תנאים מסויימים בזרימה, ניתן להזניח את איברים 4 ו-1 בנוסחה 8. בנוסף לזאת, נמצא כי האיבר השלישי בנוסחה קטן משמעותית ביחס לאיבר השני ולכן ניתן להזניח גם אותו בלי פגיעה משמעותית בדיוק (Legg, 1986 & Raupach, Coppin). לבסוף, ניתן גם להראות כי האיבר החמישי זניח ביחס לאיבר השני (Raupach., 1994 & Brunet, Finnigan). לכן מקבלים את נוסחה 9:

$$\frac{\partial \langle u' w' \rangle}{\partial z} = F_D \quad (9)$$

למעשה עכשיו נוסחה 7 היא חישוב פשוט של ממוצעים ונגזרות מהירות. הנתונים על המהירות נתונים ישירות ממדידות PTV ולכן יהיה ניתן לחשב את הגרר כך.

1.5.2.3 חישוב מתוך מדידות PTV

במחקר ננסה למדוד את הגרר מתוך המידע של ניסוי PTV. הניסוי יכול לתת באופן ישיר את כל המסלולים של החלקיקים הסמנים ולכן גם ניתן לחשב את תאוצת חלקיקים אלו. בעזרת התאוצה של כל חלקיק יהיה ניתן לחשב את ווקטור הכוח שמופעל על כל חלקיק באמצעות החוק השני של ניוטון (נוסחה 10)

$$\sum F = ma \quad (10)$$

ובגלל החוק השלישי של ניוטון הכוח הזה יהיה גם שווה ונגדי לכוח שהחלקיק מפעיל על סביבתו. בעזרת נוסחה 10 נרצה להעריך את הכוחות שפועלים על החלקיקים ולבחון את הקשר ביניהם לכוחות שפועלים על הבניינים (נוסחה 9).

2 שיטות וחומרים

2.1 טבלת חומרים

חומרים	יצרן	טווח גדלים	גודל ממוצע	צפיפות
כדורי זכוכית	Potters Industries, Sphericell	2 עד 25 מיקרומטר	6 מיקרומטר	1000 kg m^{-3}

2.2 טבלת מכשירים

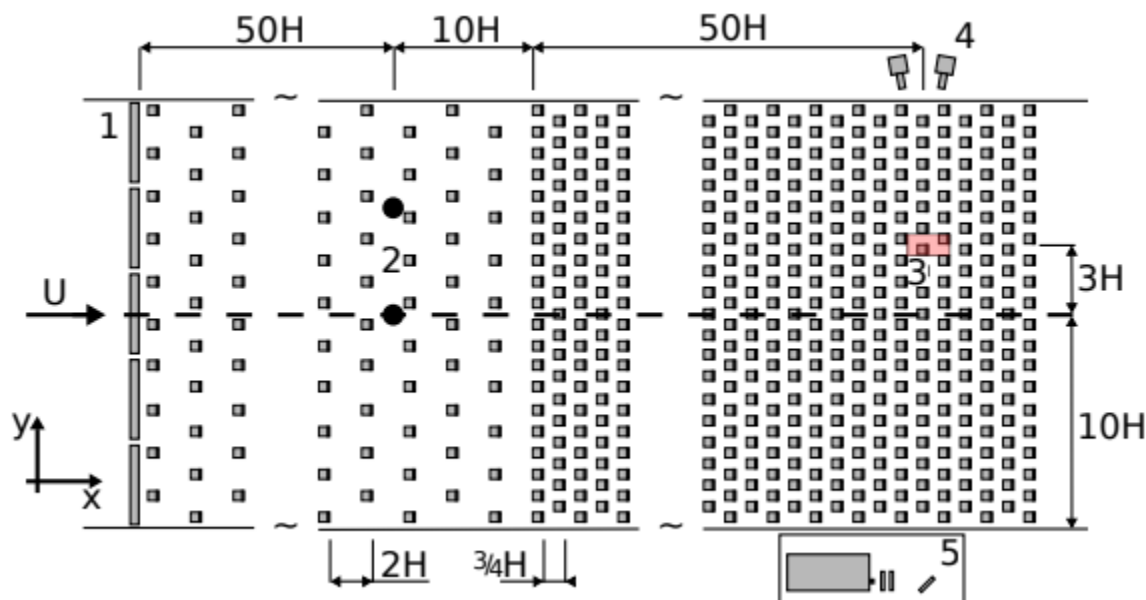
מכשירים	יצרן	דגם	פרמטרים	הערות
לייזר	CNI lasers	MGL-V-532		
עדשות	Vital Vision	VS-L10028/F		צורה אלפיסית, אורכי מוקד 80 ו-40 מילימטר
מצלמות	Optronis	CP80-4-M/C-500	f#5, עדשות 100 מ"מ	
מד רוח אלוטרה-סוני	R. M. YOUNG	81000		

2.3 מבנה מנהרת הרוח ומודל העיר ממנה נאספו הנתונים

המחקר ניתח נתונים שנאספו בניסוי אשר בוצע ע"י רון שנפ (Ron Shanpp et. al. 2018). הנתונים נאספו במנהרת רוח במכון למחקר ביולוגי בישראל. אורך אזור הניסוי של המנהרה הוא 14 מטר, חתך המנהרה ריבועי, והוא 2×2 מטר (4 מ"ר). השימוש במנהרת רוח נתן את האפשרות לבצע ניסוי על מודל תוך כדי בקרה מדויקת של מהירות הרוח וכיוון זרימת הרוח.

באיור 2.1 אפשר לראות את האופן שבו המודלים של הבניינים היו מסודרים. בתחילה המנהרה המודלים מסודרים בצפיפות נמוכה עם מרחק של $2H$ בין כל אובייקט, כאשר H מייצג את גובה

המודלים הגבוהים ושווה ל-100 מילימטר. בהמשך הזרם המודלים מסודרים צפוף יותר. המרחק בין טור לטור הוא 0.75H ובין שורה לשורה 0.5H.



איור 2.1: מבנה הניסוי ממבט על. $H = 100$ מילימטר. האוויר זורם משמאל לימין (U). 1 - אובייקטים בכניסה לזרימה למנהרה. 2 - האזורים בהם שוחררו הסמנים (הנקודות השחורות). 3 - אזור המדידה (באדום), גובה המדידה בין $0.5H$ ל- $1.5H$. 4 - ארבע מצלמות למדידות. 5 - ספסל אופטי ועליו לייזר, שני עדשות צילנדריות ומראה מכוונת (Ron Shanpp et. al. 2018).

כל המודלים באותו הטור הם באותו הגובה, ובגובה שונה מהטורים הסמוכים. הגבהים של המודלים הם H ו- $0.5H$.

למרות שבמנהרת הרוח היה אך ורק מודל של עיר, ניתן להסיק ממנו מסקנות על ערים אמיתיות. למעשה הסיטואציות דומות מספיק כדי שמאחת יהיה ניתן להסיק מסקנות על השנייה. זה מכיוון שבצורתם ובמבנם המודל והעיר האמיתית דומים מספיק. כמובן שעיר אמיתית הרבה יותר מסובכת במבנה שלה. למשל, הבניינים לא מסודרים בטורים וצורות הבניינים לא בהכרח זהות אחת לשניה. אך למרות זאת, היתרון העיקרי של מודל הוא שלא פרקטי לבצע מדידות או ניסויים על בניינים בגודל רגיל. בנוסף לכך, אם מנסים לדמות עיר באופן מלא נתקלים בהרבה מאוד משתנים, כגון מיקום הבניינים ביחס אחד לשני. מסיבה זאת, יותר נוח להסיק מסקנות על הזרימה ממודל עיר פשוט יותר, בו הבניינים זהים וסידורם הוא בטורים מקבילים.

המהירויות שבהם התבצעו המדידות היו 2.5 ו-4 מטר לשנייה עם מספרי ריינולדס 16,000 ו-26,000 בהתאמה. מספרי הריינולדס חושבו כ- $Re = \frac{H \cdot U_{\infty}}{\nu}$ כאשר H גובה הבניין הגבוה, U_{∞} המהירות בה התבצעה המדידה ו- ν מייצג את הצמיגות הקינמטית של האוויר. המהירות נמדדה בעזרת מד רוח אולטרה-סוני.

2.4 מאפייני מדידות ה-PTV

Three-dimensional Particle Tracking Velocimetry (או 3D-PTV) היא שיטה למדידת זרימה בגישה הלאגראנג'ית. היתרון העיקרי של PTV הוא שהשיטה היא לאגראנג'ית ולכן נותנת מידע חשוב על הזורם באופן ישיר בכל מקום בשדה הזרימה ובנוסף, בגלל אופי השיטה, גם בכל שלושת הכיוונים. בנוסף PTV היא שיטה לא חודרנית שאינה משפיעה על הזורם. החיסרון של שיטת מדידה זאת היא שהיא מוגבלת למהירויות חלקיקים יחסית נמוכות ומספרי ריינולדס יחסית נמוכים. (Virant & Themistocles, 1997)

העיקרון של PTV הוא צילום חלקיקים בזורם (הנקראים 'סמנים') מכמה זוויות שונות, עיבוד התמונות המתקבלות כדי לגלות את המיקום של חלקיקים בכל רגע, וחיבור כל חלקיק בנקודת זמן אחת t לחלקיק המתאים לו בנקודת הזמן הבאה $t + \Delta t$. תהליך זה נותן לנו את המסלול של כל סמן בזורם. מכאן אפשר לחשב את המהירות והתאוצה דרך חישוב פשוט של נגזרת.

כדי שיהיה ניתן לראות את התנועה בתוך הזורם צריך להכניס לתוכו חלקיקים המהווים כסמנים. חלקיקים אלו צריכים להיות כמה שיותר קטנים אך שעדיין יהיה ניתן לראותם. החלקיקים צריכים להיות בצפיפות דומה לצפיפות הזורם ובנוסף הם צריכים להיות מחזירי אור טובים. וכמובן שצריך להאיר את המערכת כך שיהיה ניתן לראות את הסמנים בקלות (Virant & Themistocles, 1997).

הסמנים היו כדורי זכוכית חלולים (יצרנים - Potters Industries, Sphericell) עם קוטר בין 2 ל-25 מיקרומטר עם קוטר ממוצע של 6 מיקרומטר. צפיפות הסמנים הינה 1000 kg m^{-3} .

הסמנים הוארו עם קרן לייזר שהורחבה לאליפסה בעזרת עדשות (אורכי מוקד - 80 על 40 מילימטר). יצרן הלייזר הם CNI lasers והמודל הוא MGL-V-532.

ארבע מצלמות (Optronis CP80-4-M/C-500, 100 mm lenses, f#5) צילמו את הסמנים בצד המנוגד לליזר (איור 2.1). המצלמות צילמו את אזור המדידה בתדירות של 500 הרץ ובהפרדה של 2304 על 1720 פיקסלים. האזורים בגבהים 100 מילימטר עד 150 מילימטר מהקרקע, צולמו בתדירות של 1000 הרץ, בהפרדה של 2304 על 860 פיקסלים.

בוצעו 40 חזרות על הניסוי, כל חזרה ארכה 10 עד 15 דקות.

2.5 תהליך ניתוח המידע

המידע שהתקבל מהניסוי עובד בעזרת תוכנת פייתון, גרסה 2.7, הנכתבה במהלך העבודה. ולצורך העבודה. התוכנה השתמשה בספריית flowtracks כדי לקרוא מידע על החלקיקים מהדיסק הקשיח. כעיקרון אופן הפעולה של התוכנה כלל קריאת נתונים, חישוב ערכים מסויימים מתוכם ולאחר מכאן כתיבתם לקובץ json. בנוסף לflowtracks התוכנה כללה שימוש בספרייה numpy ובספרייה json. בנוסף נכתבה תוכנה הקוראת את הנתונים המעובדים ומייצרת גרפים לגביהם בעזרת הספרייה matplotlib. שאלות המחקר בעבודה נענו בעזרת הנתונים והגרפים שהתקבלו מהתוכנה.

2.5.1 ממוצע מרחבי על מהירויות

כדי לחשב חלק גדול מהערכים בתוכנה נדרש המידע על המהירויות הממוצעות של החלקיקים. כדי לחשב את המהירות הממוצעת של החלקיקים במיקום מסויים חולק מרחב המדידה לקוביות בגודל $1 \times 1 \times 1$ ס"מ. למעשה, כל החלקיקים בעלי המיקום המעוגל $p = (p_x, p_y, p_z)$ מוגדרים כקבוצת החלקיקים B_p כך שלכל חלקיק t מתקיים $p_i - 0.5 < t_i \leq p_i + 0.5$. המהירות הממוצעת בנקודה p חושבה כממוצע המהירויות של החלקיקים ב- B_p . ניתן לראות זאת בנוסחה 11, בה $\langle u_{B_p} \rangle$ היא המהירות הממוצעת על פי זמן ומרחב בקבוצה B_p, T_t היא הנקודות בזמן עבור קיים מידע עבור החלקיק t ו- $u(t, \tau)$ היא רכיב מהירות החלקיק t בזמן τ עם כיוון הזרימה.

$$\langle u_{B_p} \rangle = \frac{1}{|B_p|} \sum_{t \in B_p} \sum_{\tau \in T_t} u(t, \tau) \cdot \frac{1}{|T_t|} \quad (11)$$

בנוסף לזאת, חושבה המהירות הממוצעת בחתך גובה מסויים. זה חושב כממוצע המהירויות של כל החלקיקים באותו הגובה (שזה הערך p_z של קופסת החלקיק).

2.5.1.1 ממוצע מרחבי על תאוצה

התאוצות חושבו באותה דרך כמו המהירויות, כאשר $u(t, \tau)$ מוחלף ב- $a(t, \tau)$ – רכיב התאוצה עם כיוון הזרימה. התאוצה במיקום p היא ממוצע תאוצות החלקיקים בתוך B_p .

2.5.2 חישובי הערכים האחרים

התוצאות ההתקבלו מנוסחה 11 שומשו לחישוב שאר הערכים הרלוונטיים, למשל את נוסחה 9.
 (Shavit, 2011 & ,Moltchanov, Bohbot-Raviv)

2.5.3 חישוב ערכי האו-וודאות בעבור הנתונים

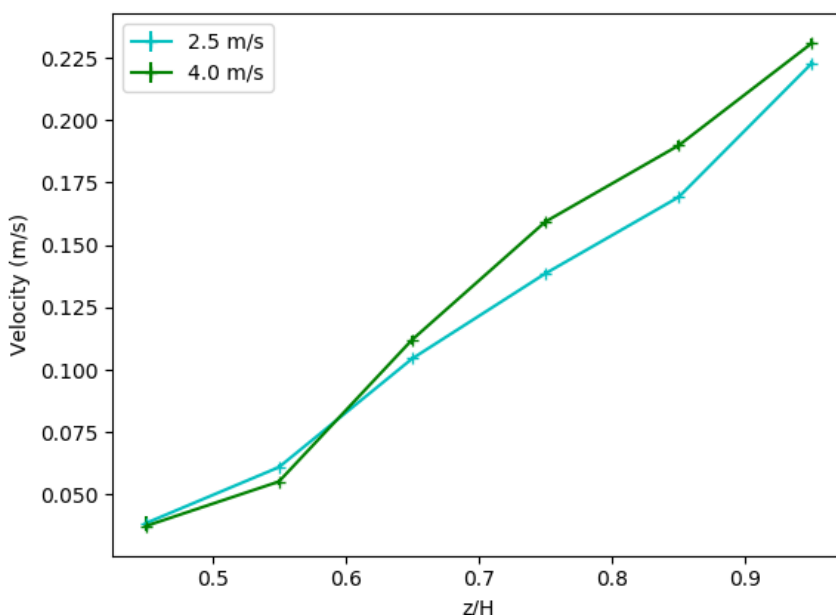
הערכת השגיאה על ממוצעי הערכים הבסיסיים (המהירות והתאוצות) חושבה בכך שכל פריט במדגם חולק לאחד מעשרה מדגמים חדשים בהתפלגות שווה. כלומר, התקבלו עשרה "תתי-מדגמים" עם כמות איברים בערך שווה. הממוצע חושב על כל אחד מן המדגמים הללו והערכת השגיאה הינה הטווח בין הממוצע הכי קטן שחושב לממוצע הכי גדול שחושב. עבור הערכים האחרים שנבעו מהמהירויות והתאוצות, חושב הערך הקטן ביותר והגדול ביותר האפשרי בעזרת הממוצעים המינימליים והמקסימליים שחושבו קודם לכן וכך נוצר ערך מינימלי ומקסימלי למשתנה.

בנוסף להערכת השגיאה המתוארת מעל, הנוסחאות בהן נעשה שימוש לחישוב הנתונים מסתמכות על הזנחת חלק מהאיברים (לדוגמה, ראה נוסחה 9). לכן, נוצרת אי-וודאות בתוצאות. לשם זה נעשה שימוש בכמה שיטות לחישוב הגרר.

3 תוצאות

3.1 חישוב מהירות החלקיקים הממוצעת עם כיוון הזרימה לפי גובה

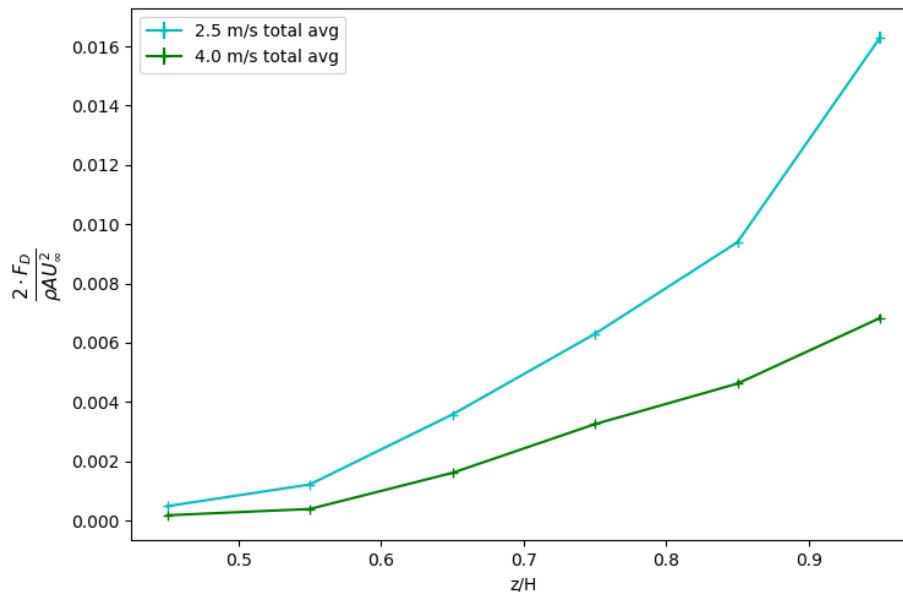
כדי לחשב את הגרר על המודלים בעיר בעזרת מקדם הגרר תחילה חשוב לחשב את המהירויות. המהירות שחושבה היא המהירות הממוצעת של החלקיקים בזמן ובמרחב עם כיוון הזרימה (ראה נוסחה 12). הממוצע המרחבי בוצע על כל קבוצה של כל הקוביות $\rho_{x,y,z}$ עם אותו הערך ρ_z . באיור 3.1 אפשר לראות את התוצאות של מדידות אלו. המהירות הממוצעת של החלקיקים עולה עם הגובה, כמו כן, כאשר המהירות מעל התכסית גבוהה יותר (4.0 m/s, הגרפים הירוקים) המהירות בתוך התכסית גבוהה יותר. למרות זאת, ההבדל הזה בין המהירויות בתוך התכסית לא משמעותי יחסית להבדל מהירויות מעל התכסית. בנוסף מוצגת באיור גם הערכת השגיאה של תוצאות אלו, אך היא בשני סדרי גודל מתחת לתוצאות עצמן ($0.005 \pm$ m/s), ולכן כמעט ולא ניתן לראות אותה.



איור 3.1: מהירות החלקיקים הממוצעת ביחס בגבהים שונים בדגם התכסית העירונית. הגרף מראה את המהירות הממוצעת של החלקיקים במטרים לשנייה ביחס לגובה המדידה במטרים z חלקי גובה הבניין H (0.1m). כל נקודה על הגרף מסמנת את המהירות הממוצעת בכיוון אורך המנהרה. הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5$ m/s והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0$ m/s. בגרף מוצגת גם הערכת השגיאה של המדידות, אך בגלל שהיא בסדר הגודל של $0.005 \pm$ m/s, לא ניתן לראותה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

3.2 חישוב כוח הגרר בעזרת מקדם הגרר בדגם התכסית העירונית

בעזרת המהירויות שחושבו בתת הפרק 3.1, ניתן להעריך את מקדם הגרר. החישוב נעשה בעזרת נוסחה 5, כאשר צפיפות האוויר הינה 1.2041 kg/m^3 , היא חושבה בעזרת הנוסחה $\rho = \frac{p}{RT}$ כאשר ρ הוא הלחץ באוויר בפסקל, T הטמפרטורה בקלווין ו- R קבוע המתאים לאוויר שהינו שווה ל- $287.0 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ (Cimbala, 2014). בנוסף, שטח החתך הוא $0.01 \cdot 0.05 = 0.0005 \text{ m}^2$. בחישוב זה הערך 0.05 מסמל את רוחב הבניינים במטרים והערך 0.01 את גובה החתך עליו נעשה הממוצע במטרים. כמו שאפשר לראות באיור 3.2, מקדם הגרר עולה עם הגובה. בנוסף רואים כי כאשר $U_\infty = 4 \text{ m/s}$ (הגרף הירוק) מקדם הגרר נמוך יותר. בנוסף, מוצגים באיור גם השגיאות של תוצאות אלו, אך הן בשני סדרי גודל מתחת לתוצאות עצמן $(0.0005 \pm \text{ m/s})$, ולכן כמעט ולא ניתן לראות אותם.



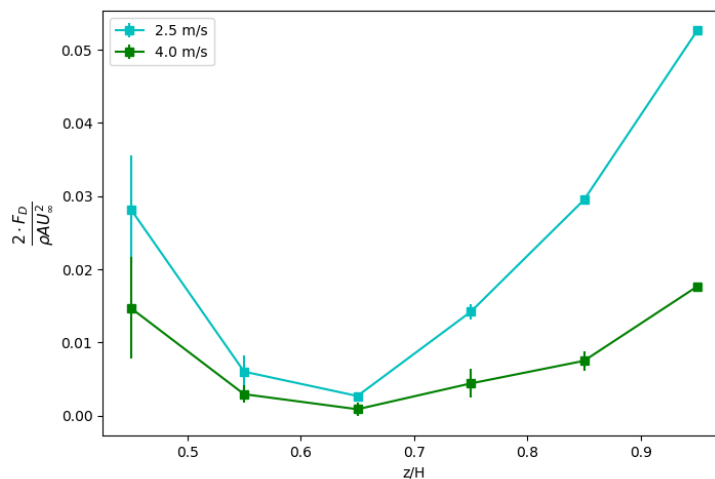
איור 3.2: מקדם הגרר בחישוב בעזרת נוסחה 6 לאורך הגובה. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר, $\frac{2 \cdot F_D}{\rho U_\infty^2}$, ביחס

לגובה המדידה במטרים z חלקי גובה הבניין (H). כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הממוצע. הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$. בגרף מוצגת גם הערכת השגיאה של המדידות, אך בגלל שהיא בסדר הגודל של $0.0005 \pm \text{ m/s}$, לא ניתן לראותה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

3.3 חישוב כוח הגרר בעזרת מאמצי הריינולדס

בנוסף לשיטה הקודמת, מקדם הגרר הוערך בדרך נוספת. למטרה זו שומשו מאמצי הריינולדס (נוסחה 9) לחישוב הגרר. הגרר חושב עם שיטה זאת מיכיון שמחקרים קודמים הראו כי היא נותנת תוצאות יותר מדויקות (Brunet, Finnigan & Raupach., 1994). על פי נוסחה 9, כוח הגרר שווה למינוס נגזרת מאמצי הריינולדס. מאמצי הריינולדס חושבו על פי הגדרתם – $\langle u'w' \rangle$, בנוסחה זו הסימונים זהים לסימונים בנוסחה 8.

כאשר המהירות הממוצעת לפי זמן חושבה עבור כל קובייה של $1 \times 1 \times 1$ ס"מ. באיור 3.3 ניתן לראות את התוצאות. בגובה z/H 0.45 מקדם הגרר גבוה ולאחר מכאן הוא קטן באופן חד עד z/H 0.65, לאחר זאת הגרר מקדם גדל. באיור מוצגת גם הערכת השגיאה, אף פרט לגובה 0.45 היא לא ניתנת להבחנה כי היננה שני סדרי גודל מתחת לערכי הגרף עצמם. בגובה 0.45 ערך השגיאה הינו $0.005 \pm$ m/s.

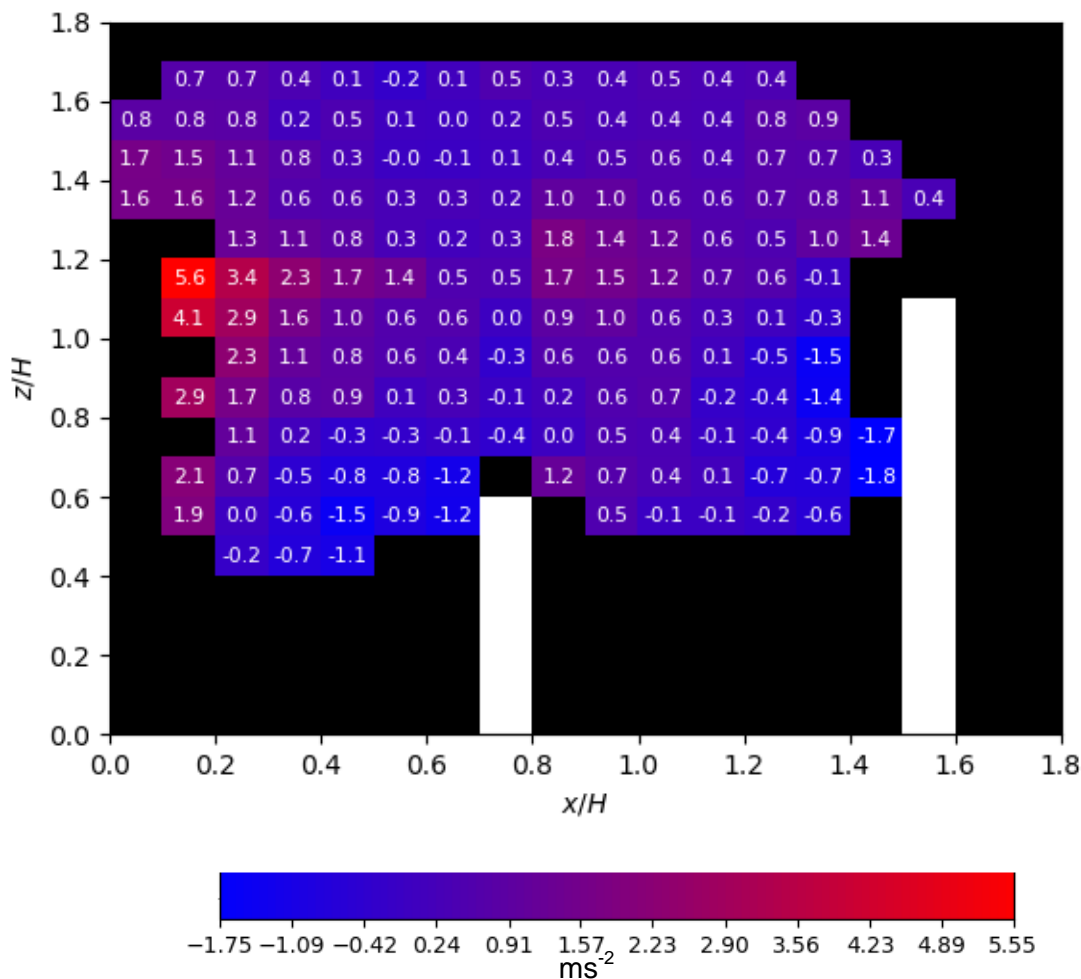


איור 3.3: כוח הגרר על פי מאמצי F ריינולדס כפונקצייה של גובה בדגם התכסית העירונית. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר $2 \cdot F_D / (\rho U_\infty^2)$ ביחס לגובה המדידה במטרים חלקי גובה הבניין H . כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הממוצע הפועל על חתך הבניין בגובה $0.1H$. הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5$ m/s והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0$ m/s. כמו בגרפים קודמים, הקווים הרציפים מסמנים ממוצע מרחבי על פני כל המדגם. קווי השגיאה מייצגים את הערכת השגיאה. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3.

ניתן לראות כי התוצאות באיור 3.3 שונות משעותית מהתוצאות ההתקבלו באיור 3.2. דבר זה ככל הנראה נובע מאפקט המחסה, המשפיע על הדיוק של נוסחה 6 איתה חושבו הנתונים באיור 3.2 (Finnigan, 2000).

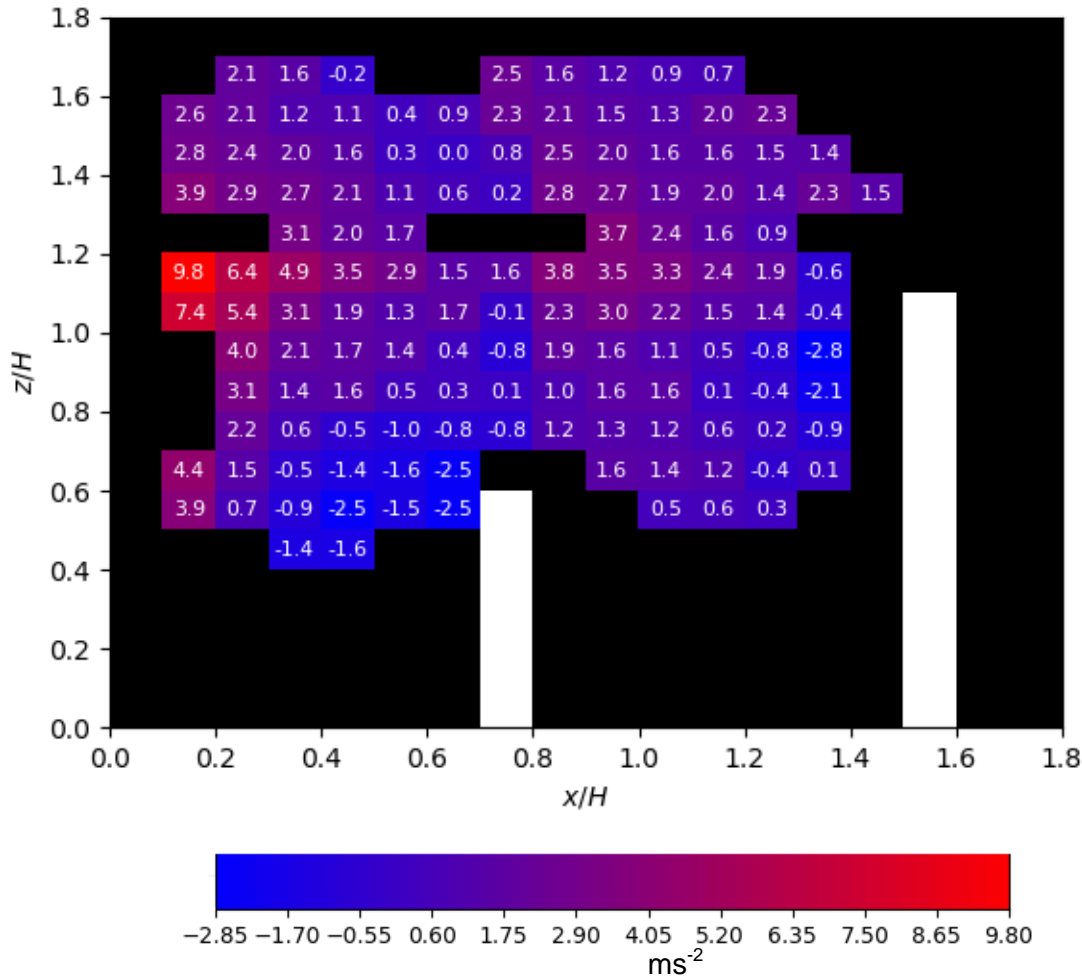
3.4 חישוב הממוצע המרחבי של התאוצה בתכסית העירונית

השיטה השלישית איתה חושב הגרר היא בעזרת תאוצת החלקיקים. באיור 3.4 אפשר לראות מפת חום של תאוצות החלקיקים עם כיוון זרימת האוויר (ציר ה-x), בחתך צדדי של דגם התכסית העירונית. הרוח נעה משמאל לימין, כאשר הריבועים הלבנים מייצגים בניינים, והריבועים השחורים מחסור במידע (אזורים בהם עברו כמויות מזעריות של חלקיקים). אפשר לראות שאחרי בניין תאוצת החלקיקים יחסית גבוהה, אך מול בניין לחלקיקים תאוצה שלילית. מעבר לזאת התאוצה היא גדולה מעל הבניינים הגבוהים, ובערך אפסית מעל הבניינים הנמוכים. במפת החום השגיאה הממוצעת הינה $0.127 \pm m/s^2$.



איור 3.4: מפת חום של תאוצות החלקיקים בציר ה-x עם מהירות רוח $2.5 m/s$ בדגם תכסית עירונית. כיוון הרוח משמאל לימין. הממוצע המרחבי נעשה על פני כל הקוביות עם אותו הערך p_y . משבצות שחורות מסמנות מחסור במידע. משבצות לבנות מסמנות מקום בו היה ממוקם בניין. את הסקלה של המפת חום אפשר לראות מתחת למפה, יחידות המידה של הסקלה הם ms^{-2} . בנוסף גם במשבצות עצמן רשומה התאוצה הממוצעת המעוגלת ב- ms^{-2} .

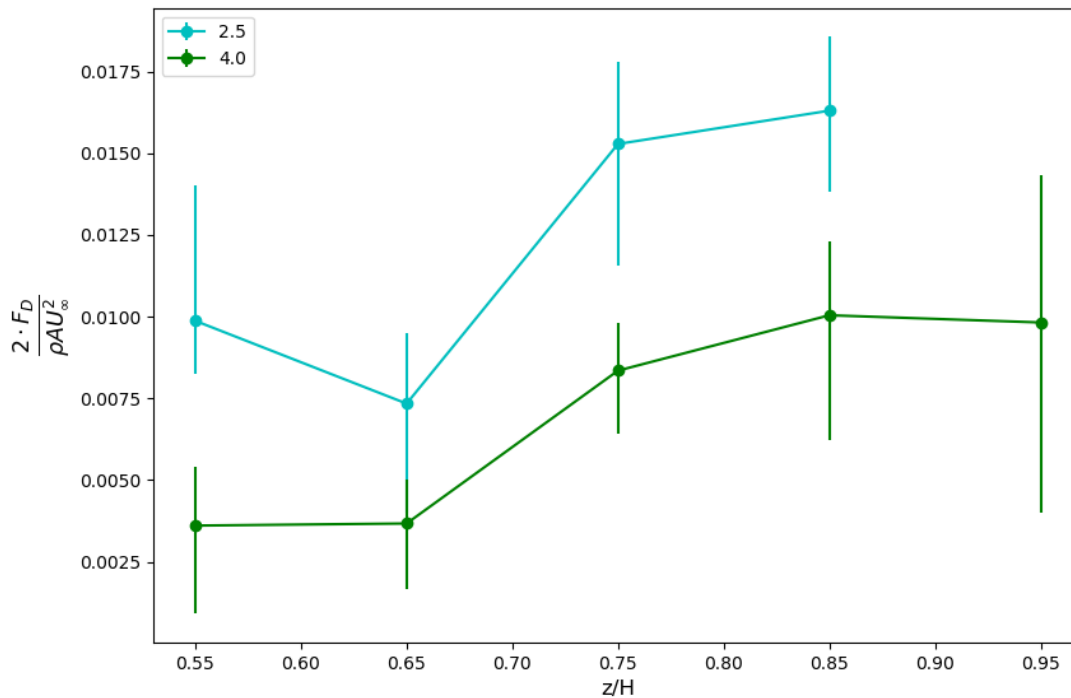
איור 3.5 מראה את אותם החישובים כאשר $U_\infty = 4.0$. התוצאות במפת חום זאת דומות לתוצאות באיור 3.4. אחרי בניין תאוצת החלקיקים גדולה מהרגיל ולפני בניין החלקיקים מאטים. כמו כן גם התאוצה של החלקיקים בעל הביניים מתנהגת באופן דומה. מעבר לזאת ההבדל העיקרי בין איור 3.5 לאיור 3.4 הוא שבאיור 3.5 הערך המוחלט של התאוצה גדול יותר מאפשר באיור 3.4. במפת חום זו השגיאה הממוצעת הינה $0.277 \pm m/s^2$.



איור 3.5: מפת חום של תאוצות החלקיקים בציר ב-x עם מהירות רוח $4.0 m/s$ בדגם תכנית עירונית. כיוון הרוח משמאל לימין. הממוצע המרחבי נעשה על פניכל הקוביות עם אותו הערך p_y . משבצות שחורות מסמנות מחסור במידע. משבצות לבנות מסמנות מקום בו היה ממוקם ביניין. את הסקלה של המפת חום אפשר לראות מתחת למפה, יחידות המידה של הסקלה הם ms^{-2} . בנוסף גם במשבצות עצמן רשומה התאוצה הממוצעת המעוגלת ב- ms^{-2}

3.5 חישוב הגרר באמצעות תאוצות החלקיקים בדגם התכסית העירונית

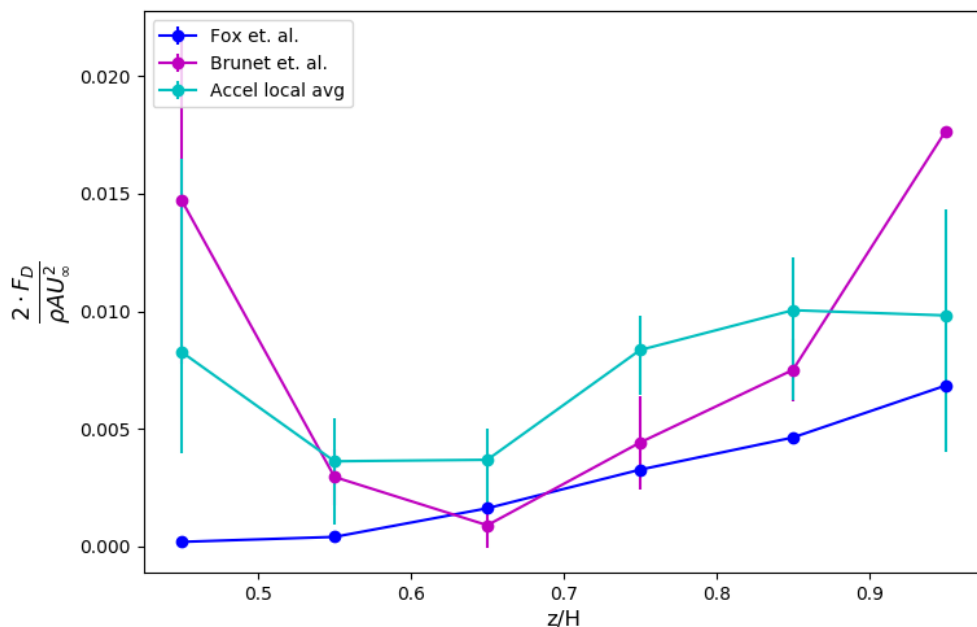
הגרר חושב מהתאוצות שהתקבלו בתת-פרק 3.4 בכך שחושבו הממוצעים של כל התאוצות מול הבניין הגבוה ($x > 0.12m, y > 0.075m$) בכל שורה בנפרד. נפח בקרה זה נבחר כדי להתחשב אך ורק בתאוצות של החלקיקים של החלקיקים הנמצאים באופן מיידי ממול לבניין ומשפיעים עליו ישירות, מתוך הנחה שחלקיקים הנמצאים באזורים אחרים אינם מפעילים כוח על הבניין. ממוצע התאוצות הוצב בנוסחה 10, כאשר m מייצג את המסה של האוויר בטווח המדידה. המסה חושבה בעזרת צפיפות האוויר המוצגת בפרק 3.2. באיור 3.6 אפשר לראות את התוצאות. כאשר המהירות מעל התכסית היא 4.0 מטר לשנייה אפשר לראות בהתחלה נפילה בערך הגרר עד ל-0.65 z/H ולאחר מכאן עלייה. למכרות זאת כאשר המהירות מעל התכסית היא 2.5 מטר לשנייה הגרר עולה עם הגובה, חוץ מנפילה חדה עבור 0.65 z/H . בגרף גם מוצגת השגיאה של המדידות שחושבה על פי התיאור בפרק 2.6.3. בנוסף, השגיאה הממוצעת עבור הנתונים המוצגים בגרף הינה ± 0.0027 .



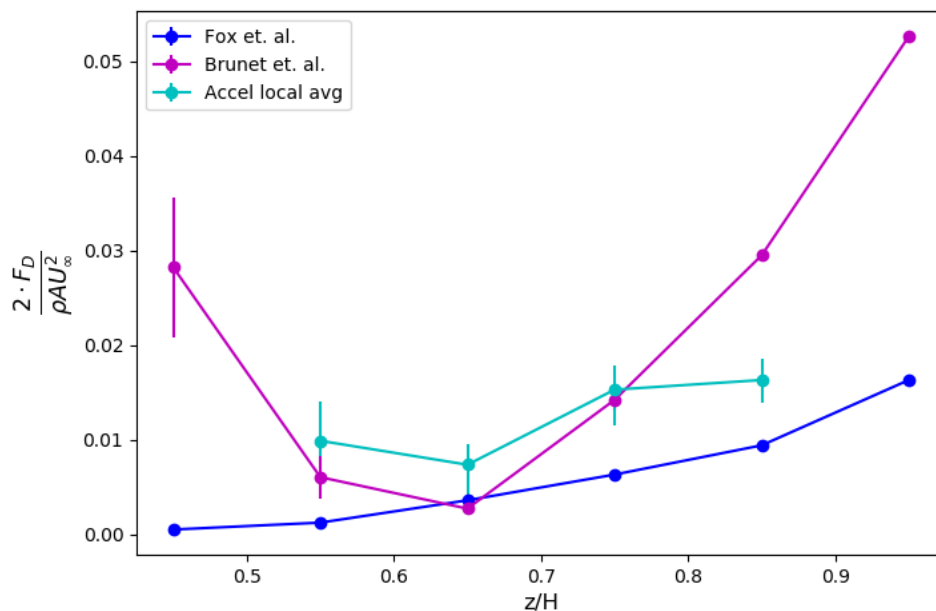
איור 3.6: השערת מקדם הגרר בעזרת תאוצות החלקיקים. הגרף מראה את ערך מקדם הגרר, $\frac{2 \cdot F_D}{\rho U_\infty^2}$, ביחס לגובה

המדידה במטרים חלקי גובה הבניין H . כל נקודה על הגרף מסמנת את מקדם הגרר הפועל בטווח גבהים שגודלו $0.1H$. הקווים בצבע תכלת הם עבור $U_\infty = 2.5$ m/s והקווים הירוקים עבור $U_\infty = 4.0$ m/s. השגיאה המתוארת בגרף היא כמו האחת המוסברת בפרק 2.6.3. חלק מהתוצאות הושמטו בגרף זה מכיוון שהשגיאה שלהן בכמה סדרי גודל יותר מעל מהתוצאות עצמן.

באיורים 3.7 א ו-3.7 ב ניתן לראות את כל התוצאות של דרכי החישוב השונות של הגרר והשגיאות המתאימות לתוצאות אלו (ראו פרקים 3.2, 3.3, 3.4) באותו הגרף:



א

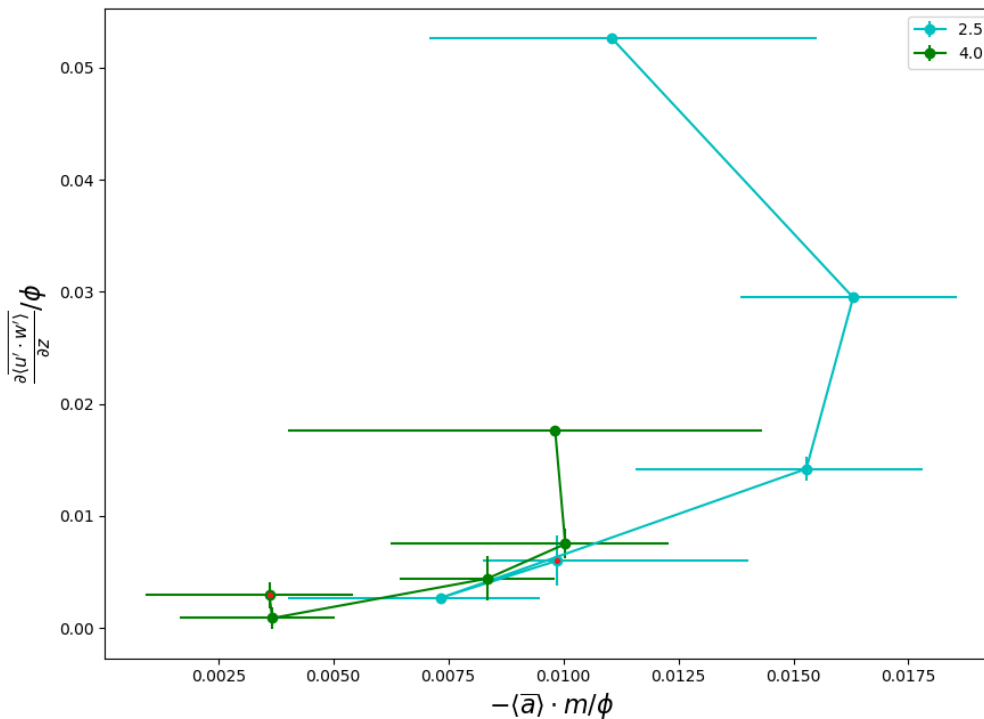


ב

איור 3.7: השוואה בין שיטות חישוב שונות של הגרר בדגם תכנית עירונית. באיורים הקו הכחול מסמן את הערכה בעזרת מקדם הגרר, הקו הסגול בעזרת לחצי ריינולדס, והקו התכלת בעזרת סכום התאוצות. האיורים 3.7 א ו-3.7 ב הם עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ ו- $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$ בהתאמה. ציר הא' הינו הגובה z/H וציר ה' הינו מקדם הגרר - $\frac{2 \cdot F_D}{\rho U_\infty^2}$. מקדם הגרר על פי התאוצות הושמט בגרף בגבהים 0.45 ו-0.95 בגלל חוסר מובהקות סטטיסטית.

3.6 השוואת השערת מקדם הגרר בעזרת התאוצות למקדם הגרר בעזרת נגזרת לחצי הריינולדס

באיור 3.8 ניתן לראות את מקדם הגרר כפי שחושב בנוסחה 10, לעומת מקדם הגרר כפי שחושב בנוסחה 9. לכל נקודה, ציר ה-x מייצג את ערך הגרר על פי נוסחה 10 וערך ה-y את מקדם הגרר על פי נוסחה 9. מעבר לכך, השגיאות לאורך ציר x מייצגות את אותן שגיאות כמו באיור 3.6 והשגיאות לאורך ציר ה-y מייצגות את אותן שגיאות כמו באיור 3.3. הקו בצבע תכלת מייצג את התוצאות עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ והקו הירוק מייצג את התוצאות עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$. בנוסף, הנקודות מחוברות אחת לשנייה על פי הגובה שהן מייצגות, כאשר הנקודה האדומה בכל אחד מן הקווים מייצגת את הנתונים בגובה $0.55 z/H$ ובין כל נקודה ונקודה הבדל של $0.1 z/H$. ניתן להבחין באיור כי לא קיים קשר לינארי בין שני הנתונים, אך לא ניתן להסיק מעבר לזאת בגלל גודל השגיאה.



איור 3.8: השוואת השערת מקדם הגרר בעזרת התאוצות למקדם הגרר בעזרת נגזרת לחצי הריינולדס.

בסימוני הצירים: $\phi = \frac{1}{2} \rho A U_\infty^2$. כלומר, ציר ה-x מייצג את מקדם הגרר המוצג באיור 3.6 וציר ה-y מייצג את מקדם הגרר המוצג באיור 3.3. השגיאות בכל אחד מן הצירים מייצגות את השגיאות של הנתון הרלוונטי וזהות לשגיאות שהוצגו בגרף של נתון זה. מעבר לזאת הקו בצבע תכלת מייצג את התוצאות עבור $U_\infty = 2.5 \text{ m/s}$ והקו הירוק מייצג את התוצאות עבור $U_\infty = 4.0 \text{ m/s}$. בנוסף, הנקודות מחוברות אחת לשנייה על פי הגובה שהן מייצגות, כאשר הנקודה האדומה בכל אחד מן הקווים מייצגת את הנתונים בגובה $0.55 z/H$ ובין כל נקודה ונקודה הבדל של $0.1 z/H$.

4 דיון

בעיר נעים חלקיקים רבים, ביניהם אוויר מזוהם שלא נרצה שיגיע לאזורים הומי אדם או רוח שמשפיעה על מזג האוויר המקומי. מסיבות כשמתכננים עיר חשוב לדעת לאן וכיצד יזרום האוויר. בגלל שבניינים מפעילים כוח בצורת גרר על החלקיקים, כוח הגרר מהווה מרכיב חשוב בנוסחאות זרימה שונות (לדוגמה, ראה נוסחה 8). קיימות דרכים שונות לחישוב הגרר, אשר משתמשות בנתונים שונים של התכסית. היכולת לחשב בקלות יחסית את הגרר בתכסית עירונית כלשהי שימושית מאוד למתכנני ערים כי כך הם יכולים להתחשב בהשפעה של הגרר. בניסיון לחשב את כוח הגרר, נערך ניסוי לגראנג'י במנהרת רוח, ניסוי שנהפך לאפשרי רק לאחרונה בעזרת שיטות חדשניות במדידות PTV (Ron Shanpp et. al. 2018).

בעבודה זו נותחו נתונים ההתקבלו מניסוי כזה כדי לענות על שתי שאלות מחקר. שאלת המחקר הראשונה הייתה מציאת הקשר בין כוח הגרר U_∞ , והשנייה הייתה מציאת הקשר בין כוח הגרר לגובה בו הוא נמדד. עבור השאלה הראשונה שוער כי כל עוד U_∞ גבוה יותר כוח הגרר יהיה חזק יותר. בדומה לזאת לשאלה השנייה שוער כי כאשר מבצעים מדידה בגובה יותר גובה, כוח הגרר יהיה יותר חזק. במקביל להתמקדות בשאלות אלו, נוספה למחקר עוד שאלה. השאלה הנוספת אותה המחקר בדק היא האם קיים קשר בין תאוצות החלקיקים בתכסית לכוח הגרר שהם מפעילים. ההשערה הייתה כי קשר זה יהיה קיים, וככל הנראה הוא יהיה לינארי. זה מיכיון שעל פי החוק השני של ניוטון (ראה נוסחה 10) (Fox, McDoland & Pritchard, 1998), התאוצה והכוח נמצאים ביחס ישר אחד לשני.

כחלק מהמחקר, חושבה המהירות הממוצעת של החלקיקים ביחס לגובהם על מנת לענות על שאלת המחקר הראשונה והשנייה. מהתוצאות נראה כי המהירות עולה עם הגובה (ראה איור 3.1). תוצאות אלו באות בהסכמה עם מחקרים קודמים, המצאו ממצאים דומים (Moltchanov, 2011 & Bohbot-Raviv, 2011) (Shavit, 2011 & Raupach., 1994) (Brunet, Finnigan, & Raupach., 1994). בנוסף, תוצאות אלו מאששות את השערת המחקר השנייה. לעומת זאת, המהירות הממוצעת בתכסית כמעט ולא הושפעה מהשינוי במהירות מעל התכסית (U_∞), דבר המפריח את השערת המחקר הראשונה.

העובדה שנמצא קשר בין הגובה למהירות אינה מפתיע מאוד, וכבר נמצא קשר זה במחקרים בעבר. בנוסף אפשר להסביר תופעה זו בכך שעם הגובה, השפעת שכבת הגבול שהתכסית יוצרת קטן. לעומת זאת, המחסור בקשר בין המהירות בתכסית למהירות מעל התכסית באה בהפתעה. דבר זה מעיד כל כך שלבניינים בתכסית השפעה גדולה מאוד על המהירות בתכסית

זו, ולכן גם כאשר המהירות מעל התכסית גדולה מאוד המהירות בתוך התכסית לא גדלה משמעותית.

בנוסף למדידת המהירות, במהלך המחקר נמדדה תאוצת החלקיקים בתכסית. אפשר לראות במפות החום (ראו איורים 3.4 ו-3.5) כי מעל התכסית התאוצה אינה קרובה לאפס. דבר זה הגיוני, כי למרות שלא פועל שום כוח ישיר על חלקיקים באזור זה, ההשפעה של שכבת הגבול ממשיכה גם מעל התכסית העירונית. מעבר זה ניתן לראות את תאוצת החלקיקים בקרבת הבניין. זאת ניתן להסביר בעזרת נוסחאות נאבייר סטוקס. בזרימה בה ניתן להזניח את מאמצי הגזירה נקבל את נוסחה 13.

$$\left\langle \frac{Du}{Dt} \right\rangle = -\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle \quad (13)$$

כלומר, התאוצה הממוצעת (צד ימין) נמצאת ביחס לינארי הפוך לגרדיאנט הלחץ הממוצע (צד שמאל). מתוצאות קודמות, ניתן לראות שבקרבת עצם הלחץ עולה עם ציר ה-x (ציר הזרימה), ולכן נוצרת תאוצה (Eyre, 1957 & Fail, Lawford). מעבר לזאת נראת האצה של החלקיקים מיד לאחר הביניים. גם דבר זה מוסבר מהיחס בין התאוצה ללחץ. מחקרים קודמים מצאו כי מיד לאחר עצם בתוך זורם, הלחץ יורד משמעותית ביחס לציר ה-x, ולכן נוסחה 13 מראה שהתאוצה תהיה חיובית וגדולה מאוד (Xinliang, Muk Chen, Jianmin, & Dag, 2014).

על פי החוק השני של ניוטון, ידוע כי קיים קשר לינארי בין תאוצה לכוח. ולכן השערת המחקר הייתה כי קיים קשר לינארי בין תאוצות החלקיקים לכוח הגרר. ולמרות זאת, לא נמצאה התאמה לינארית בין חישוב הגרר בעזרת התאוצות לחישוב הגרר בשיטות אחרות (ראה איור 3.8). כלומר, תוצאות הניסוי שוללות את השערת המחקר. למרות שאין התאמה לינארית, עדיין נראה כי יכול להיות קשר כלשהו. יש התאמה בין סדרי הגודל של חישוב התאוצות והחישוב בעזרת מאמצי הריינוולדס. מעבר לזאת החישובים של הגרר בעזרת התאוצות התאימו למודלים שנמצאו במחקרים קודמים שמצאו כי כוח הגרר בתכסית עירונית גבוה יותר ככל שהחלקיקים גבוהים יותר מעל הקרקע ובנוסף מצאו כי כוח הגרר חלש יותר בקצה העליון של התכסית. דבר הקורה בגלל שלקראת קצהו העליון של הבניין, האוויר עובר מסביב לבניין גם מעליו ולא רק מצידו, מה שמוריד את הפרש הלחצים (Belcher, 2006 & Coceal, Thomas, Castro). אפשרי שההבדל הקיים במתוצאות נובע מהשגיאה הגדולה של המדידות ומהקירובים הרבים בהם נעשה שימוש בנוסחאות (למשל, נוסחה 9).

בנוסף, אפשר לראות שהתוצאות של החישוב הנעשה בעזרת מקדם הגרר קטנות משמעותית משאר הדרכים איתם חושב הגרר. דבר זה תומך בקשר אפשרי בין תאוצות החלקיקים לכוח

הגרר. זה מכיוון שידוע כי מדידות בעזרת מקדם הגרר מחזירות ערכים קטנים מין הערכים האמיתיים של הגרר בגלל אפקט המחסה (Finnigan, 2000).

מהתוצאות אפשר להסיק כי יכול להיות שקיים קשר כלשהו בין כוח הגרר לתאוצות החלקיקים בתכסית, אך הקשר הזה לא ישיר ודורש עוד מחקר. למרות זאת עדיין חשוב לזכור כי אחת המגבלות בניסוי היא שהגרר חושב באופן עקיף, ולכן אפשרי שההבדל בתוצאות נבע ברובו משגיאות מצטברות, דבר הניתן בנוסף לראות בטווחי הטעות של התוצאות. דבר נוסף שיכול להעיד על דבר זה הוא המידע המצומצם שמדידות PTV מספקות, שנובע בעיקר מהקושי לעקוב אחרי מספר גדול של חלקיקים.

כדי לקבל השוואה יותר מדויקת, ניתן לערוך ניסוי המשך שבמקביל למדידת התאוצות מודד גם את כוח הגרר באופן ישיר, בעזרת חיישן המחובר למודל הבניינים, וכך לדעת באופן יותר מדויק אם קיים קשר או לא. מעבר לזה ניתן לבצע ניסוי נוסף עם סימולציה נומרית ולקבל מידע בעל רזולוציה יותר גבוהה. ובנוסף ניתן לערוך ניסוי המודד את כמות הכוח הדרוש להיווצרות המערבולות בתכסית, וכך לראות אם אכן המערבולות הן הגורם היוצר את ההבדלים בתוצאות.

לסיכום, במחקר נבדק האם קיים קשר כלשהו בין תאוצות החלקיקים בתכסית עירונית עם כוח הגרר הפועל על חלקיקים אלו. למטרה זו בוצע ניסוי PTV על מודל של עיר במנהרת רוח. מהתוצאות רואים כי קשר זה יכול להיות קיים אך הוא אינו לינארי, וכדאי להערוך מחקר המשך כדי לוודא מציאות אלו. מציאת קשר זה בין התאוצות לגרר יכול לעזור בעתיד לקשר בין ערך הגרר שניתן למדודו בעזרת חיישן, לערך התאוצה הדורש ניסוי יותר מורכב. בעזרת מידע זה אפשרי לתכנן ערים בצורה יותר אפקטיבית, אשר עשויה למנוע זיהום אוויר באזורים הומי אדם.

5 ביבליוגרפיה

- Britter, R. E., & Hanna, S. R. (2003). Flow and dispersion in urban areas. *Annual Review of Fluid Mechanics* 35.1, 469-496.
- Brunet, Y., Finnigan, J. J., & Raupach, M. R. (1994). A wind tunnel study of air flow in waving wheat: single-point velocity statistics. *Boundary-Layer Meteorology* 70.1-2, 95-132.
- Buccolieri, R. W. (2017). Direct measurements of the drag force over aligned arrays of cubes exposed to boundary-layer flows. *Environmental Fluid Mechanics*, 373-394.
- Cimbala, J. M. (2014). The Ideal Gas Constant.
- Coceal, O., Thomas, T. G., Castro, I. P., & Belcher, S. E. (2006). Mean Flow and Turbulence Statistics Over Groups of Urban-like Cubical Obstacles. *Boundary-Layer Meteorology*, 121(3), 491-519.
- Fail, R., Lawford, J. A., & Eyre, R. C. (1957). Low-Speed-Experiments on the wake Characteristics of Flat Plates normal to an Air Stream. *Reports and Memoranda*.
- Finnigan, J. (2000). Turbulence In Plant Canopies. *Annual review of fluid mechanics*.
- Fox, R. W., McDoland, A. T., & Pritchard, P. J. (1998). *Introduction to fluid mechanics*. New York: John Wiley & Sons.
- Grimmond, C. S., & Oke, T. R. (2002). Turbulent heat fluxes in urban areas: Observations and a local-scale urban meteorological parameterization scheme (LUMPS). *Journal of Applied Meteorology*, 792-810.
- Maas, H. G., Gruen, A., & Papantoniou, D. (1993). Particle tracking velocimetry in three-dimensional flows. *Experiments in Fluids* 15.2, 133-146.
- Moltchanov, S., Bohbot-Raviv, Y., & Shavit, U. (2011). Dispersive stresses at the canopy upstream edge. *Boundary-layer meteorology* 139.2, 333-351.
- Raupach, M. R., Coppin, P. A., & Legg, B. J. (1986). Experiments on scalar dispersion within a model plant canopy part I: The turbulence structure. *Boundary-Layer Meteorology*, 21-52.
- Shnap, R., Shapira, E., Peri, D., Bohbot-Raviv, Y., Fattal, E., Liberzon, A. (2018). Extending 3D-PTV for Lagrangian Measurements of Wind Tunnel Canopy Flows. <https://arxiv.org/abs/1806.04975>
- Toschi, F., & Bodenschatz, E. (2009). Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual review of fluid mechanics* 41, 375-404.
- Virant, M., & Themistocles, D. (1997). 3D PTV and its application on Lagrangian motion. *Measurement science and technology* 8, 1539.
- Xinliang, T., Muk Chen, O., Jianmin, Y., & Dag, M. (2014). Large-eddy simulation of the flow normal to a flat plate. *Journal of Fluids and Structures*.