

# Accélération du calcul du niveau de pression acoustique

|  |    |
|--|----|
| Introduction .....   | 2  |
| Conception des filtres fréquentiels .....                                    | 2  |
| Conception et sélection des filtres de tiers d'octave (norme ANSI) .....     | 2  |
| Quantification, stabilité numérique et dimensionnement en virgule fixe ..... | 5  |
| Accélération par approche multi-taux .....                                   | 7  |
| Simulateur numérique de la quantisation proposée .....                       | 9  |
| Vers une implémentation matérielle .....                                     | 12 |
| Ordonnancement RPA pour l'analyse en tiers d'octave .....                    | 12 |
| Implantation sur Digital.....  | 14 |
| Conclusion .....   | 17 |

## Introduction

La mesure du niveau de pression acoustique sur une échelle perceptive (par exemple SPL-A) repose sur des algorithmes spécifiques d'analyse temps-fréquence à bande étroite. Lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes de surveillance éco-acoustique, ces algorithmes doivent fonctionner sur des dispositifs à ressources limitées, tels que des capteurs solaires autonomes. Dans les travaux de recherche de l'équipe Emeraude, nous développons des systèmes embarqués efficaces et peu coûteux, capables d'exécuter des traitements acoustiques avancés sur des plateformes à faible consommation énergétique. Ce projet s'inscrit dans cette dynamique, avec pour objectif d'étudier et d'implémenter des méthodes de calcul optimisées pour le niveau de pression acoustique.

## Conception des filtres fréquentiels

### Conception et sélection des filtres de tiers d'octave (norme ANSI)

La mesure du niveau de pression acoustique pondéré nécessite une analyse fréquentielle à bande étroite, capable de refléter la sensibilité de l'oreille humaine. Dans ce projet, cette analyse repose sur un banc de filtres passe-bande répartis selon une décomposition en tiers d'octave, conformément aux recommandations de la norme ANSI pour l'analyse fréquentielle acoustique. Cette norme définit les fréquences centrales ainsi que les limites inférieure et supérieure de chaque bande, garantissant une mesure du SPL (Sound Pressure Level) cohérente et comparable aux méthodes normalisées. Le recours aux tiers d'octave constitue ainsi un compromis pertinent entre résolution fréquentielle et complexité algorithmique, tout en restant compatible avec les contraintes des systèmes embarqués.

Dans ce cadre normatif, chaque bande de tiers d'octave est caractérisée par une fréquence centrale définie selon une progression géométrique de la forme

$$f_{c,k} = f_0 \cdot 2^{\frac{k}{3}}$$

où  $f_0$  est la fréquence de référence et  $k$  l'indice de bande.

Pour chaque bande ainsi définie, un filtre passe-bande numérique est synthétisé afin d'isoler l'énergie du signal acoustique dans l'intervalle fréquentiel correspondant. Les filtres retenus sont

des filtres récursifs de type IIR, principalement choisis pour leur efficacité computationnelle. Plusieurs familles classiques ont été évaluées, notamment Butterworth, elliptic, Chebyshev de type I et Chebyshev de type II, afin d'identifier le meilleur compromis entre sélectivité fréquentielle et stabilité numérique. À performances fréquentielles équivalentes, les filtres FIR nécessitent des ordres nettement plus élevés, ce qui se traduit par une augmentation significative du nombre d'opérations arithmétiques. Ils sont donc moins adaptés à une implémentation sur des systèmes embarqués à ressources limitées. La conception initiale des filtres est réalisée en arithmétique flottante afin de garantir le respect précis des spécifications fréquentielles imposées par la norme, notamment en termes de fréquences de coupure, de largeur de bande et d'atténuation hors bande.

Afin de comparer de manière objective les différentes architectures de filtres envisagées, plusieurs critères complémentaires ont été retenus. Sur le plan fréquentiel, les filtres doivent satisfaire strictement les spécifications imposées par la norme ANSI, notamment en termes de fréquences de coupure et d'atténuation hors bande. Du point de vue de l'implémentation embarquée, la complexité algorithmique constitue un critère déterminant ; elle est évaluée principalement à travers l'ordre du filtre et le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires. Enfin, dans la perspective d'une implémentation en virgule fixe, la sensibilité à la quantification ainsi que la stabilité numérique des filtres sont également prises en compte.

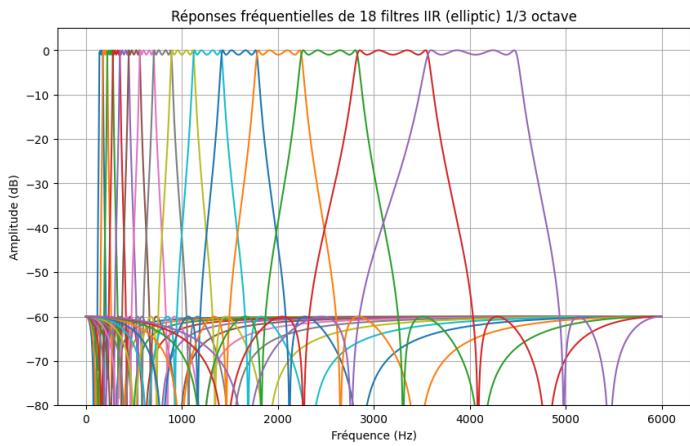


FIGURE 1 - Réponses fréquentielles de 18 filtres IIR de type elliptique en tiers d'octave

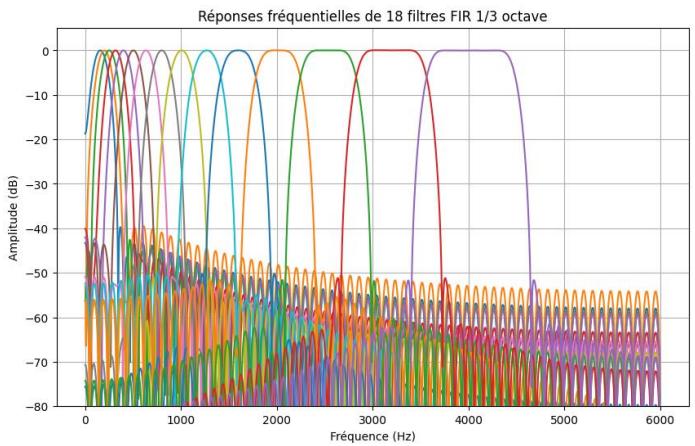


FIGURE 2 - Réponses fréquentielles de 18 filtres FIR en tiers d'octave

| Bandes ANSI | Ordre FIR estimé | Ordre Butterworth estimé | Ordre Chebyshev1 estimé | Ordre Chebyshev2 estimé | Ordre Elliptic estimé |
|-------------|------------------|--------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| 22          | 13988            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 23          | 29239            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 24          | 37322            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 25          | 26927            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 26          | 19229            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 27          | 18662            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 28          | 19277            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 29          | 32017            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 30          | 675803           | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 31          | 23275            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 32          | 16009            | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 33          | 338126           | 8                        | 5                       | 5                       | 4                     |
| 34          | 11638            | 8                        | 6                       | 6                       | 4                     |
| 35          | 51170            | 8                        | 6                       | 6                       | 4                     |
| 36          | 169287           | 8                        | 6                       | 6                       | 4                     |

FIGURE 3 - Ordre de filtres estimés pour la norme ANSI, calculés pour différents types de filtre FIR et IIR

Les figures 1 et 2 présentent les réponses fréquentielles obtenues pour des filtres FIR et IIR conçus conformément aux spécifications de la norme ANSI, tandis que la figure 3 met en évidence l'ordre requis pour chaque type de filtre afin de satisfaire ces contraintes. Il apparaît clairement que, pour une sélectivité fréquentielle équivalente, les filtres FIR nécessitent des ordres nettement plus élevés que les filtres IIR, ce qui se traduit par une augmentation significative de la complexité de calcul. À l'inverse, les filtres IIR permettent d'atteindre des performances fréquentielles comparables avec un ordre réduit, ce qui justifie leur intérêt dans un contexte embarqué à ressources limitées.

Deux démarches complémentaires ont été mises en œuvre lors de la phase de conception. Une première approche consiste en une conception manuelle des filtres, permettant de valider les choix de paramètres et d'analyser finement le comportement fréquentiel de chaque bande. En parallèle, une approche automatisée est utilisée afin de générer de manière cohérente l'ensemble du banc de filtres couvrant le spectre étudié.

À l'issue de cette phase de comparaison, les filtres elliptiques ont été retenus pour la suite de l'étude. À ordre équivalent, ils offrent la meilleure sélectivité fréquentielle, avec des transitions particulièrement abruptes entre bande passante et bandes atténuerées, ce qui constitue un avantage déterminant dans le cadre des bandes de tiers d'octave définies par la norme ANSI. Cette sélectivité accrue permet d'atteindre les niveaux d'atténuation requis avec des ordres plus faibles, et donc de limiter le nombre d'opérations arithmétiques nécessaires. En contrepartie, les filtres elliptiques présentent une sensibilité plus marquée aux erreurs de quantification, en raison de la proximité de certains pôles et zéros avec le cercle unité. Cette contrainte est toutefois jugée

acceptable dans le cadre du projet, à condition de maîtriser rigoureusement la précision numérique lors de l'implémentation.

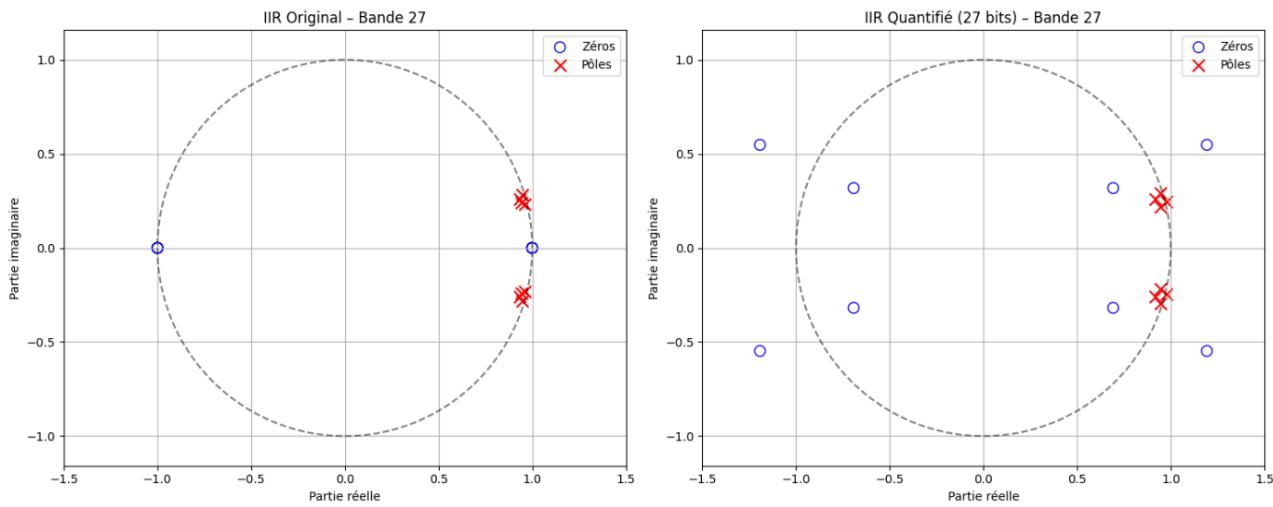


FIGURE 4 – Diagramme des pôles et des zéros d'un filtre IIR elliptique conçu en arithmétique flottante, puis quantifié en virgule fixe sur 27 bits, pour la bande 27 définie par la norme ANSI

### Quantification, stabilité numérique et dimensionnement en virgule fixe

L'implémentation de ces filtres étant destinée à un système embarqué autonome, les ressources matérielles disponibles sont fortement limitées. En particulier, l'utilisation d'une arithmétique en virgule fixe est nécessaire afin de réduire la consommation énergétique et la surface logique. Ce choix implique la quantification des coefficients, initialement définis en arithmétique flottante lors de la phase de conception sous Python. Cette quantification peut introduire des erreurs numériques significatives et, dans le cas des filtres récursifs, entraîner des phénomènes d'amplification de ces erreurs au sein des boucles de rétroaction.

L'impact de la quantification dépend fortement de la précision retenue. Pour certaines configurations, une quantification insuffisante des coefficients peut déplacer les pôles du filtre en dehors du cercle unité (FIGURE 4), rendant le filtre instable et donc inutilisable pour le calcul du niveau de pression acoustique. À l'inverse, lorsque la précision est correctement dimensionnée, les filtres conservent un comportement fréquentiel proche de la référence flottante et restent stables. Il est donc indispensable de maîtriser rigoureusement ces effets afin de garantir à la fois la stabilité des filtres et la précision du calcul du SPL, tout en évitant un surdimensionnement inutile de la précision interne.

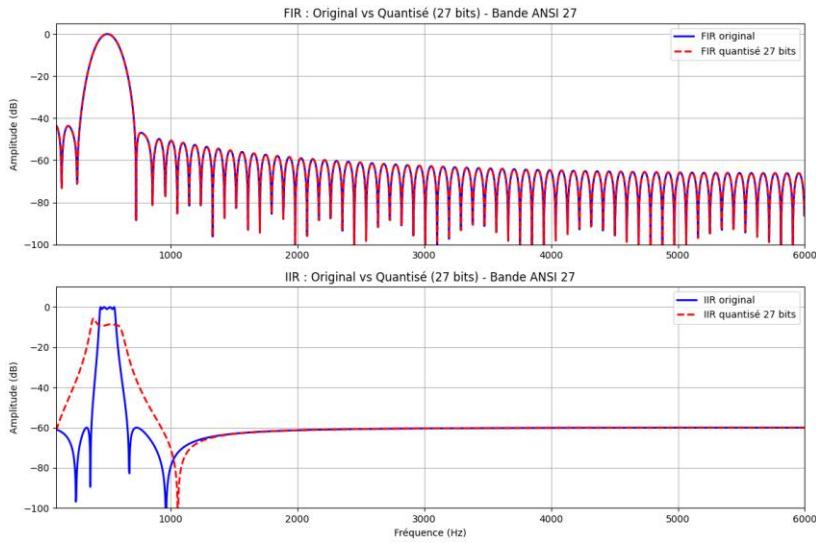


FIGURE 5 – Comparaison des réponses fréquentielles entre des filtres FIR et IIR originaux ou quantisés sur 27 bits

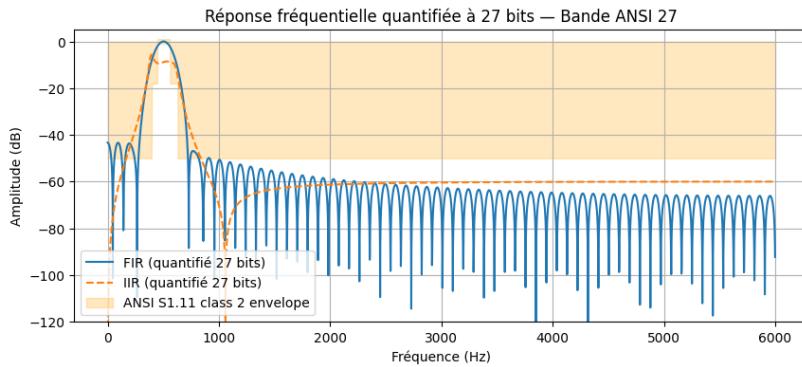


FIGURE 6 – Comparaison des réponse fréquentielles entre des filtres quantifiés sur 27 bits, FIR ou IIR

Les figures 4 à 6 illustrent l’impact de la quantification des coefficients sur le comportement fréquentiel et la stabilité des filtres. Les figures 5 et 6 comparent les réponses fréquentielles obtenues avant et après quantification sur 27 bits. On observe que, malgré une dégradation, les filtres IIR quantifiés conservent une réponse fréquentielle presque compatible avec les exigences de la mesure du SPL, à condition que la précision interne soit correctement dimensionnée.

Pour garantir le bon fonctionnement des filtres IIR quantifiés tout en respectant les contraintes matérielles du système embarqué, le dimensionnement de la précision interne s’appuie sur une analyse numérique fondée sur le Worst-Case Peak Gain (WCPG) de FloPoCo, qui permet d’évaluer de manière fiable le gain maximal du filtre ainsi que le gain d’amplification des erreurs de quantification au sein des boucles de rétroaction. Le WCPG fournit une borne stricte sur

l'amplitude des signaux internes et sur la propagation des erreurs numériques, indépendamment du signal d'entrée.

À partir de ces métriques, la précision interne nécessaire à l'implémentation en virgule fixe est déterminée, en particulier le nombre de bits de garde requis pour garantir une précision de sortie dite « last-bit accurate » qui permet d'assurer la stabilité numérique des filtres IIR quantifiés tout en évitant un surdimensionnement inutile des calculs internes.

| Ordre N | delta_rel % | wl | integer_bits | frac_bits | lsbExt | H       | Heps    | guard_bits |
|---------|-------------|----|--------------|-----------|--------|---------|---------|------------|
| 4       | 5           | 18 | 5            | 13        | -23    | 2.24312 | 533.598 | 10         |
| 4       | 10          | 17 | 5            | 12        | -23    | 2.26435 | 556.72  | 10         |
| 4       | 15          | 16 | 5            | 11        | -23    | 2.0506  | 543.941 | 10         |
| 4       | 20          | 16 | 5            | 11        | -23    | 2.0506  | 543.941 | 10         |
| 5       | 5           | 22 | 7            | 15        | -25    | 2.51954 | 3948.34 | 12         |
| 5       | 10          | 22 | 7            | 15        | -25    | 2.51954 | 3948.34 | 12         |
| 5       | 15          | 22 | 7            | 15        | -25    | 2.51954 | 3948.34 | 12         |
| 5       | 20          | 22 | 7            | 15        | -25    | 2.51954 | 3948.34 | 12         |
| 6       | 5           | 26 | 8            | 18        | -28    | 3.09274 | 30902.8 | 15         |
| 6       | 10          | 26 | 8            | 18        | -28    | 3.09274 | 30902.8 | 15         |
| 6       | 15          | 26 | 8            | 18        | -28    | 3.09274 | 30902.8 | 15         |
| 6       | 20          | 26 | 8            | 18        | -28    | 3.09274 | 30902.8 | 15         |

FIGURE 7 - Synthèse des paramètres de quantification et métriques numériques pour filtre IIR elliptic (bande 39, entre 7127 et 8980 Hz)

Pour un ordre donné, on observe que plus la contrainte sur l'erreur relative est stricte, plus la largeur de mot nécessaire à l'implémentation en virgule fixe augmente. Ce comportement est particulièrement visible pour les filtres d'ordre 4, pour lesquels une diminution du seuil d'erreur relative impose une augmentation progressive du nombre de bits utilisés afin de maintenir la précision « last-bit accurate » tout en garantissant la stabilité numérique.

On note également que, pour cette bande, aucune configuration ne permet d'atteindre une erreur relative nulle. Une valeur de  $\delta_{rel} = 0\%$  impliquerait une précision interne supérieure à la limite maximale autorisée dans l'implémentation logicielle utilisée, fixée ici à une largeur de mot de 53 bits. Cette contrainte reflète, ici, un choix volontaire visant à limiter la complexité des calculs et à rester dans un cadre réaliste pour une implémentation embarquée. L'objectif n'est pas de supprimer totalement l'erreur numérique, mais d'identifier un compromis satisfaisant entre précision du calcul du niveau de pression acoustique et coût de calcul, en cohérence avec les contraintes matérielles du système.

## Accélération par approche multi-taux

Afin de réduire davantage le coût de calcul global du banc de filtres, une approche multi-taux (multirate) est introduite pour le traitement des bandes de fréquences les plus élevées. Pour les bandes de tiers d'octave situées aux hautes fréquences, en particulier les bandes 37, 38 et 39 de l'octave 0, centrées respectivement autour de 6300 Hz, 8000 Hz et 10000 Hz, la fréquence d'échantillonnage initiale de 48 kHz apparaît largement surdimensionnée au regard de la bande fréquentielle effectivement analysée. Cette redondance rend possible une réduction contrôlée du taux d'échantillonnage, sans perte significative d'information utile pour le calcul du niveau de pression acoustique.

Dans ce contexte, une décimation par un facteur deux est appliquée entre les différents niveaux de traitement multi-taux, permettant de réduire significativement le nombre d'échantillons à traiter et, par conséquent, le nombre d'opérations arithmétiques requises. Afin de prévenir tout phénomène de repliement spectral lié au sous-échantillonnage, un filtre anti-repliement, noté  $D$ , est systématiquement introduit en amont de chaque opération de décimation. Ce filtre est implémenté sous la forme d'un filtre passe-bas elliptique d'ordre 8, offrant un compromis efficace entre complexité de calcul et raideur de la transition fréquentielle.

La fréquence de coupure du filtre anti-repliement  $D$  est définie de manière adaptative pour chaque octave, en fonction des bandes de tiers d'octave considérées. Elle est choisie égale à la fréquence de coupure basse  $f_l$  de la bande ANSI la plus basse de l'octave traitée. À titre d'exemple, pour l'octave 0 regroupant les bandes 37 à 39, la fréquence de coupure du filtre  $D$  est fixée à  $f_l=5297$  Hz, correspondant à la limite basse de la bande 37. Ce choix garantit que le filtre  $D$  n'atténue pas les composantes fréquentielles utiles des bandes à analyser, tout en supprimant efficacement les composantes susceptibles de se replier dans la bande utile après décimation.

L'architecture multi-taux ainsi obtenue repose sur une cascade de blocs composée successivement des filtres de bande définis par la norme ANSI, du filtre anti-repliement  $D$ , puis d'une opération de décimation par un facteur deux. Cette organisation permet de traiter les octaves successives à des cadences d'échantillonnage progressivement réduites, typiquement  $f_s$ ,  $\frac{f_s}{2}$ ,  $\frac{f_s}{4}$ , etc.

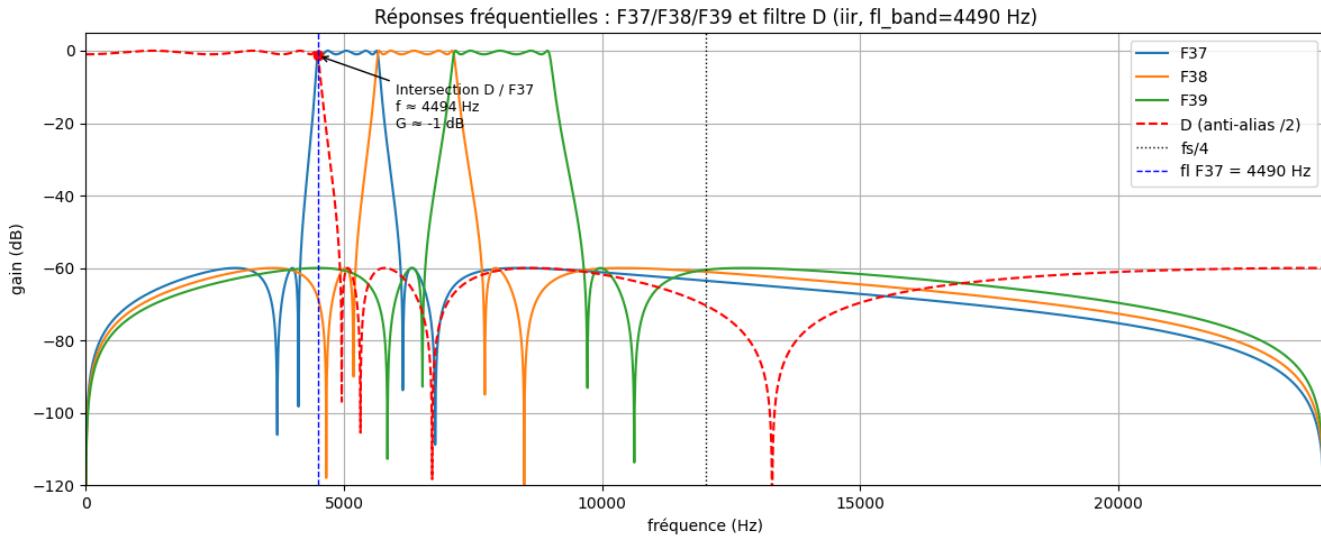


FIGURE 8 - Réponses fréquentielles des filtres de bandes F37, F38 et F39 et du filtre anti-repliement D utilisé avant décimation

## Simulateur numérique de la quantisation proposée

Afin de valider l'ensemble des choix de conception effectués au cours de l'étude, un simulateur logiciel dédié a été développé en Python. Son objectif est de reproduire fidèlement l'intégralité de la chaîne de traitement du niveau de pression acoustique telle qu'elle serait exécutée sur le système embarqué cible, tout en permettant une comparaison directe avec une référence en arithmétique flottante double précision. Ce simulateur permet d'évaluer conjointement l'impact du filtrage IIR elliptique, de la quantification en virgule fixe et de l'approche multi-taux sur la précision du calcul du SPL, et constitue une étape indispensable avant toute implémentation matérielle.

Le simulateur repose sur une modélisation modulaire reproduisant les différentes étapes du traitement acoustique. Le signal d'entrée, issu de signaux synthétiques ou d'enregistrements audio réels, est traité selon deux chaînes parallèles strictement équivalentes sur le plan fonctionnel. La première correspond à une implémentation de référence en arithmétique flottante double précision, basée sur un banc de filtres IIR elliptiques conformes à la norme ANSI S1.11. La seconde chaîne correspond à une implémentation numérique quantifiée de cette même chaîne de traitement, simulant explicitement une exécution en virgule fixe intégrant les filtres IIR quantifiés selon les formats issus de l'analyse Worst-Case Peak Gain, ainsi que les mécanismes de décimation et de filtrage anti-repliement associés à l'approche multi-taux.

Dans la chaîne simulée en virgule fixe, l'ensemble des opérations est explicitement quantifié, depuis le signal d'entrée jusqu'à la sortie du filtre. Les produits intermédiaires et les sommes internes sont réalisés dans des formats dédiés intégrant des bits de garde conformément au

dimensionnement WCPG, et le traitement est effectué échantillon par échantillon afin de reproduire fidèlement le comportement temps réel attendu sur la cible embarquée.

La validation de l'implémentation numérique repose sur une comparaison systématique entre les sorties issues de la simulation en virgule fixe et celles de la référence flottante. Plusieurs métriques complémentaires sont analysées afin de caractériser précisément l'erreur introduite par la quantification. L'erreur RMS par octave permet de mesurer l'écart moyen entre les deux implémentations, tandis que le rapport signal sur bruit par octave évalue la fidélité globale de la représentation en virgule fixe. En complément, l'erreur relative sur l'énergie RMS de chaque bande de tiers d'octave est analysée, cette métrique étant directement représentative de l'impact de la quantification sur le calcul du niveau de pression acoustique. Une analyse temps-fréquence de la différence entre les deux implémentations est également réalisée à l'aide de spectrogrammes.

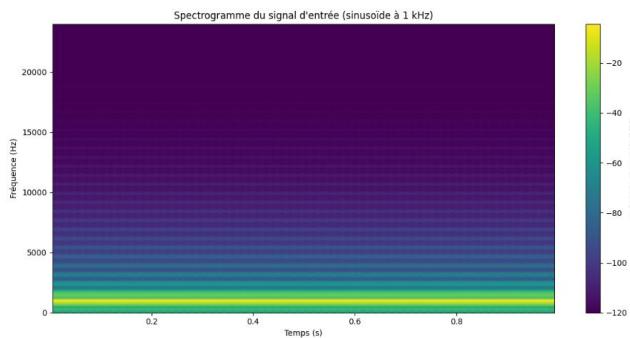


FIGURE 9 - Spectrogramme du signal d'entrée (sinusoïde 1 kHz)

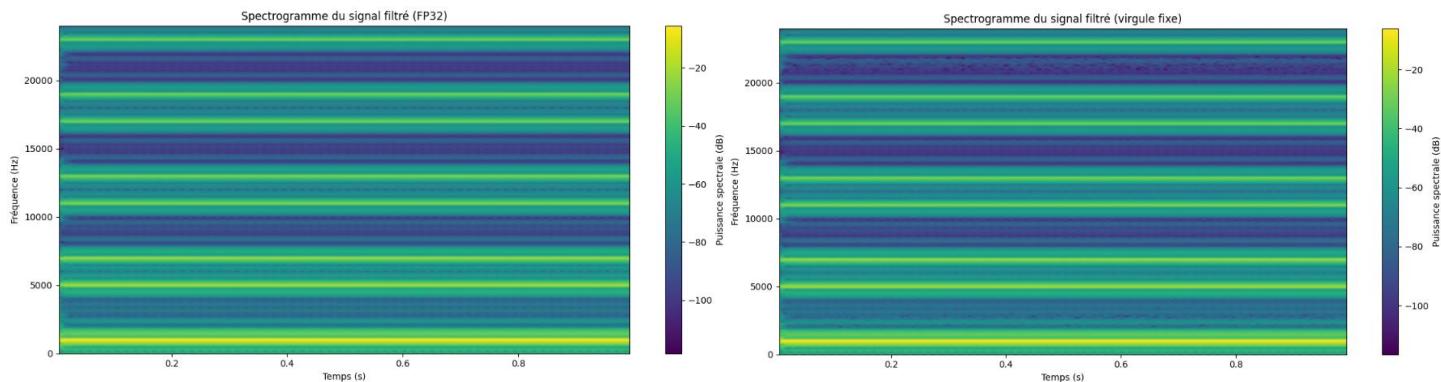


FIGURE 10 : Comparaison spectrogrammes FP32 vs Virgule Fixe (côte à côte ou superposés)

Les formats de virgule fixe sont déterminés de manière systématique à partir de l'analyse Worst-Case Peak Gain réalisée sur les bandes ANSI 37, 38 et 39, pour une configuration de filtre elliptique d'ordre N = 4 et une tolérance relative de  $\delta = 5$ . L'entrée et la sortie des filtres IIR sont codées sur un format Q11.16, qui permet d'avoir une résolution compatibles avec les exigences du calcul du SPL. Les opérations intermédiaires et l'accumulateur utilisent des formats étendus intégrant les

bits de garde nécessaires, garantissant l'absence de débordement et limitant l'accumulation d'erreurs de quantification.

Afin d'illustrer concrètement le comportement de l'implémentation numérique quantifiée, un test simple a été réalisé à l'aide d'un signal de type rampe discrète, consistant en une séquence comptant de 1 à 4. Ce signal, volontairement non stationnaire et riche en discontinuités, constitue un cas défavorable pour les filtres récursifs quantifiés et permet d'évaluer la robustesse numérique de l'implémentation en virgule fixe.

| Octave | RMS FP                | RMS FX                | RMS erreur            | SNR (dB) |
|--------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------|
| 0      | $2.83 \times 10^{-3}$ | $4.19 \times 10^{-3}$ | $3.06 \times 10^{-3}$ | -0.68    |
| 1      | $6.30 \times 10^{-3}$ | $7.02 \times 10^{-3}$ | $3.09 \times 10^{-3}$ | 6.2      |
| 2      | $2.64 \times 10^{-2}$ | $2.66 \times 10^{-2}$ | $3.06 \times 10^{-3}$ | 18.73    |
| 3      | $1.79 \times 10^{-1}$ | $1.80 \times 10^{-1}$ | $3.19 \times 10^{-3}$ | 35.01    |

FIGURE 11 - Comparaison des niveaux RMS et du rapport signal sur bruit (SNR) entre l'implémentation en arithmétique flottante et en virgule fixe, pour un signal de test discret

| Octave | Bandé | $\Delta E$ (dB) |
|--------|-------|-----------------|
| 0      | 0     | 4.67            |
| 0      | 1     | 0.26            |
| 0      | 2     | 0.06            |
| 1      | 0     | 2.32            |
| 1      | 1     | 0.05            |
| 1      | 2     | 0               |
| 2      | 0     | 0.05            |
| 2      | 1     | -0.01           |
| 2      | 2     | 0               |
| 3      | 0     | 0.06            |
| 3      | 1     | 0               |
| 3      | 2     | 0               |

FIGURE 12 - Erreur relative d'énergie par bande de tiers d'octave entre l'implémentation en virgule fixe et la référence flottante

Les résultats issus du simulateur montrent une bonne concordance entre l'implémentation en virgule fixe et la référence flottante. Pour la majorité des bandes, les erreurs restent compatibles avec une mesure du SPL en contexte embarqué, bien que certaines bandes hautes fréquences se révèlent plus sensibles à la dynamique du signal, ce qui nécessite un dimensionnement numérique particulièrement soigné.

## Vers une implémentation matérielle

Dans cette section, nous nous intéressons à la conception de l'automate chargé du pilotage des filtres en tiers d'octave. L'objectif est de décrire de manière progressive et compréhensible le fonctionnement de ce mécanisme de contrôle, depuis sa représentation structurelle jusqu'à sa formalisation logique. Pour ce faire, le travail est scindé en deux étapes complémentaires. La première consiste à élaborer le schéma de l'automate à l'aide du logiciel *Digital*, ce qui permet de visualiser clairement l'enchaînement des états et des transitions associés au traitement des filtres. La seconde étape vise à établir la table de vérité correspondant à cet automate. Cette table est directement déduite de la table de RPA Scheduling fournie dans l'article de référence, et constitue une description formelle du comportement de l'automate à chaque instant de calcul.

| Time slot | Samples being calculated                  | # octave |
|-----------|---|----------|
| T=0       | $y_{37}[0], y_{38}[0], y_{39}[0], x_2[0]$ | 1        |
| T=1       | $y_{34}[0], y_{35}[0], y_{36}[0], x_3[0]$ | 2        |
| T=2       | $y_{37}[1], y_{38}[1], y_{39}[1]$         | 1        |
| T=3       | $y_{31}[0], y_{32}[0], y_{33}[0], x_4[0]$ | 3        |
| T=4       | $y_{37}[2], y_{38}[2], y_{39}[2], x_2[1]$ | 1        |
| T=5       | $y_{34}[1], y_{35}[1], y_{36}[1]$         | 2        |
| T=6       | $y_{37}[3], y_{38}[3], y_{39}[3]$         | 1        |
| T=7       | $y_{28}[0], y_{29}[0], y_{30}[0], x_5[0]$ | 4        |
| T=8       | $y_{37}[4], y_{38}[4], y_{39}[4], x_2[2]$ | 1        |
| T=9       | $y_{34}[2], y_{35}[2], y_{36}[2], x_3[1]$ | 2        |
| T=10      | $y_{37}[5], y_{38}[5], y_{39}[5]$         | 1        |
| T=11      | $y_{31}[1], y_{32}[1], y_{33}[1]$         | 3        |
| T=12      | $y_{37}[6], y_{38}[6], y_{39}[6], x_2[3]$ | 1        |
| T=13      | $y_{34}[3], y_{35}[3], y_{36}[3]$         | 2        |
| ...       | ...                                       | ...      |

FIGURE 13 – Table d'ordonnancement RPA Scheduling

## Ordonnancement RPA pour l'analyse en tiers d'octave

L'architecture RPA (Recursive Processing Architecture) repose sur un mécanisme d'ordonnancement temporel permettant de répartir le calcul des différentes bandes fréquentielles d'un signal audio de manière hiérarchisée. Le principe fondamental du RPA Scheduling consiste à ne pas calculer toutes les octaves à chaque instant, mais à adapter leur fréquence de mise à jour en fonction de leur importance fréquentielle. Les hautes octaves (octave 1, 2, 3), qui concentrent généralement une part significative de l'énergie du signal et jouent un rôle déterminant dans sa perception, sont ainsi recalculées plus fréquemment que les basses octaves (6, 7, 8).

L'octave 1 est calculée un cycle sur deux, l'octave 2 un cycle sur quatre, l'octave 3 un cycle sur huit, et ainsi de suite, jusqu'à l'octave 8 qui n'est recalculée qu'un cycle sur deux cent cinquante-six. Cette organisation implique que chaque octave est deux fois moins souvent calculée que la précédente, ce qui permet de réduire considérablement la charge de calcul globale tout en préservant une résolution temporelle fine pour les basses fréquences. Ce système permet aussi de partager l'architecture de calcul de toutes les octaves.

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de cet ordonnancement, la séquence de calcul a d'abord été construite manuellement pour un nombre réduit d'octaves. Lorsque seules deux octaves sont considérées, la séquence générée présente une alternance entre l'octave 1 et l'octave 2, et se termine par une valeur intermédiaire non mémorisée. Cette séquence peut être notée sous la forme :

121X, où X correspond à un calcul effectué mais non stocké dans un registre.

En étendant ce raisonnement à trois octaves, la séquence devient :

1213121X, pour 3 octaves.

Puis :

121312141213121X pour quatre octaves.

On observe alors l'apparition d'un motif récursif, dans lequel chaque nouvelle octave est insérée à intervalles réguliers au sein de la séquence existante. Ce procédé se généralise naturellement jusqu'à la génération de huit octaves, conformément au schéma de scheduling présenté dans l'article de référence.

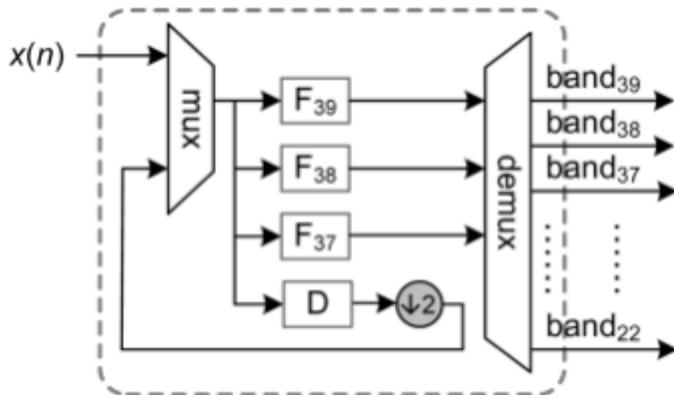


FIGURE 14 - Banque de filtres optimisée en termes de surface, basée sur une structure récursive tiré de l'article “KUO et al.: DESIGN AND IMPLEMENTATION OF LOW-POWER ANSI S1.11 FILTER BANK FOR DIGITAL HEARING AIDS”

Dans le cas complet à huit octaves, un cycle entier du RPA Scheduling comprend deux cent cinquante-six instants de calcul. L'ensemble de ces instants stocke le résultat en mémoire dans l'attente qu'il soit ensuite traité. On va prendre en entré un coup  $X(n)$ , un coup la sortie générée par le filtre D. L'entré  $X(n)$  génère l'octave 1 et les différentes sorties du filtre D génère les autres octaves. A la dernière itération, dans cette logique on devrait prendre la sortie générée par le filtre D comme entrée, mais... Que nenni ! Faire cela ne permettrait pas de respecter le pattern du RPA SCHEDULING. Donc on ne calcule pas l'octave de cette dernière itération.

Ainsi chaque numéro d'octave est calculé et stocké dans la mémoire.

Autrement dit, entre deux tics d'horloge successifs dédiés à une octave  $n$ , la valeur précédemment calculée est réutilisée. Ce mécanisme garantit une continuité temporelle dans l'analyse du signal tout en évitant des recalculs inutiles, ce qui contribue à l'efficacité globale de l'architecture.

L'intérêt principal du RPA Scheduling réside dans son application à l'analyse fréquentielle du signal audio. Le signal d'entrée est filtré à l'aide de filtres en tiers d'octave, puis traité selon l'ordonnancement défini. En sortie, le système permet de quantifier la contribution énergétique de chacune des octaves, de l'octave 1 à l'octave 8.

## Implantation sur Digital

Afin d'avoir une approche matérielle, nous avons cherché à implémenter différents éléments sur le logiciel Digital, logiciel de conception logique et de simulation de circuits. Tout d'abord, la

question était de designer un seul filtre. Pour cela, nous devions commencer par créer des registres 32 bits afin de représenter la mémoire du filtre. Le choix a été de faire un filtre d'ordre 2 afin de faciliter la compréhension du système, sachant qu'une implémentation d'ordre 4 (comme il est nécessaire au vu des ordres de filtre elliptiques calculés) ne fait qu'ajouter deux colonnes de registres sur la partie forward et 2 colonnes sur la partie rétroactive de celui-ci.

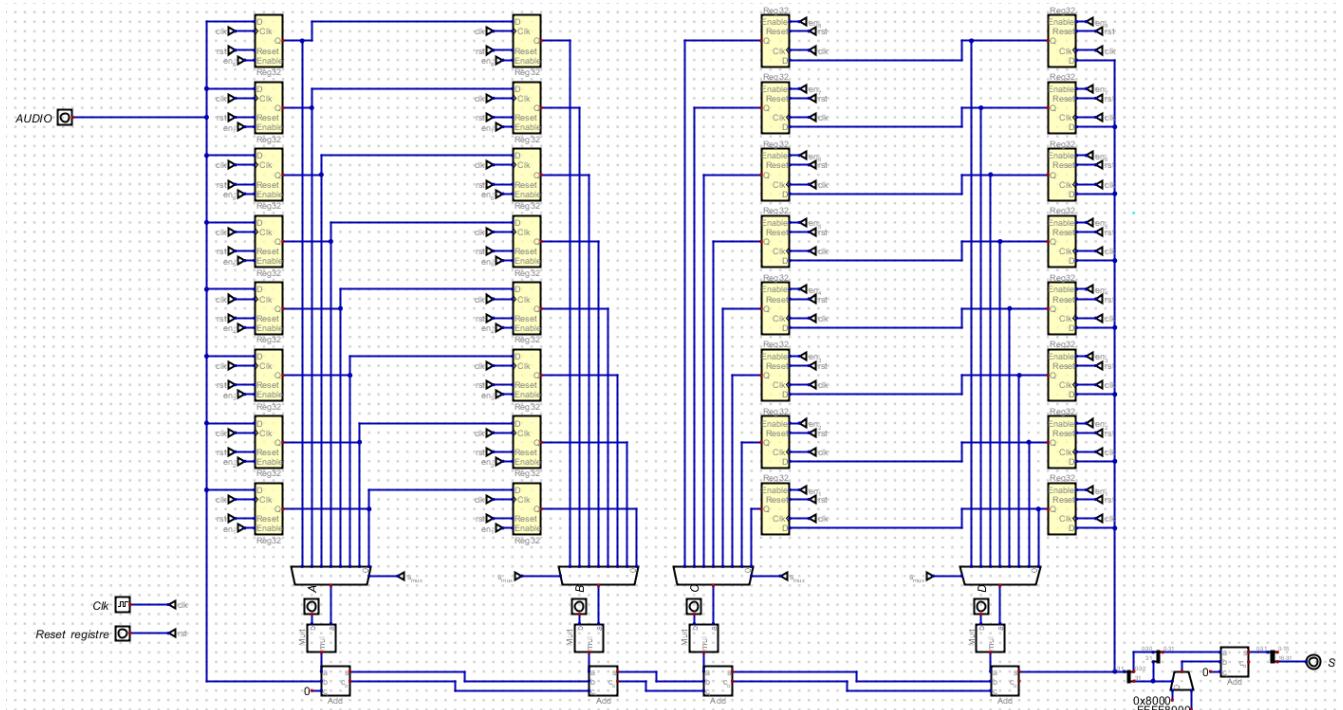


Figure 15 - Filtre rétroactif d'ordre 2 sur logiciel Digital

Par souci d'optimisation matérielle, la taille des registres de la partie rétroactive est variable et dépendra des bits nécessaires après calcul du filtre en design space, ce qui suppose un arrondi à ce nombre de bits sur les valeurs avant injection dans le circuit rétroactif.

De façon horizontale, chaque ligne de registres correspond à une octave avec ici le choix d'avoir les registres pour l'octave 1 en bas et l'octave 8 en haut, de manière générale, ils sont dans l'ordre croissant en montant. Ces registres devant être enables, la gestion du séquencement de ceux-ci sera gérée dépendamment du RPA scheduling, tout comme les bits de sélection des mux dans lesquels les registres d'une même colonne (même décalage temporel) sont envoyés. Tout ceci est ordonné par un automate dont nous détaillerons le fonctionnement par la suite.

A la sortie des mux on retrouve un multiplicateur par une valeur calculée par le design space. Cette valeur est donc une entrée du circuit et sera caractéristique du filtre que l'on cherche à

designer. Les résultats de ces multiplications seront sommés en direction de la partie rétroactive, puis seront arrondis sur 16 bits avant stockage pour respecter les contraintes matérielles.

Deux autres composants sont la clock qui est commune à tout le système et un bouton de reset commun à tous les registres qui, sur la version matérielle, est un reset en dur (bouton physique à l'arrière du dispositif) permettant à l'utilisateur de réinitialiser les registres entre utilisations du filtre.

Faisons maintenant un zoom sur l'automate qui permet de gérer les enables des registres et les entrées sélectionnées sur les mux :

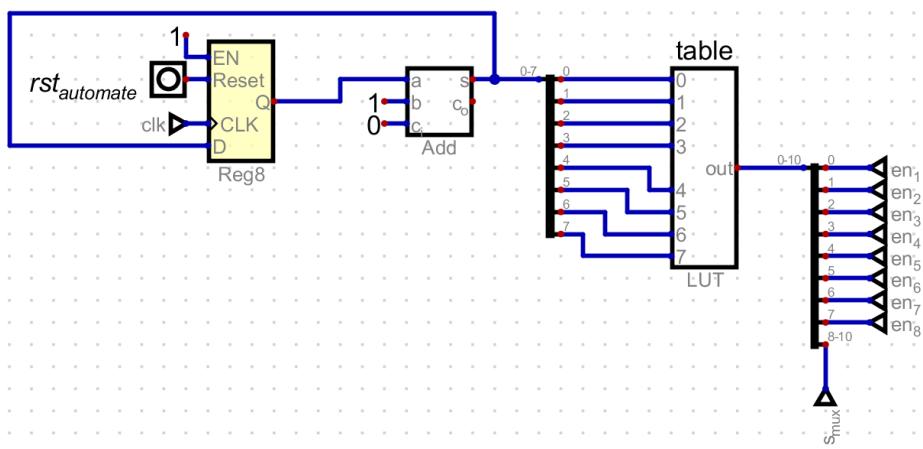


Figure 16 – Automate de gestion d'enable et bits de sélection

Cet automate est composé d'un compteur sur 8 bits qui fait office de fonction de transition (les transitions étant simplement une incrémentation par 1 de ce compteur), composé d'un registre 8 bits et d'un bloc d'addition. La fonction de sortie est une table de vérité, qui, à chacun des 256 états du compteur associe une suite de 11 bits, 8 bits pour les enables des registres des 8 octaves (1 bit pour 1 octave) et 3 bits pour les bits de sélection des mux car on a 8 entrées à gérer. Les mux sont coordonnés entre eux ainsi que les registres d'une même octave. Sur les 8 bits consacrés aux enables, dans tous les cas de la table de vérité, il y a 1 bit à la valeur 1 et tous les autres à 0 afin de ne traiter qu'une seule octave à la fois.

Pour respecter le RPA scheduling, la table fonctionne comme suit : lors de l'incrémentation du nombre du compteur par 1, on remarque qu'il y a, à chaque changement d'état, un et un seul bit qui passe de 0 à 1. C'est la position de ce bit qui donnera l'octave à activer. Ainsi, une transition de 00001011 à 00001100 donnera 00000100 pour les 8 bits d'enable et activera l'octave 3. En ce

qui concerne les 3 bits de sélection des mux, on associe simplement la valeur de ces 3 bits au numéro de l'octave actif moins 1. Ainsi, la transition précédemment présentée renverra 010 pour les bits de sélection. Pour un exemple complet, une transition de 10100111 à 10101000 donnera 00001000011 soit 00001000 pour les bits d'enable et 011 pour les bits de sélection.

## Conclusion

Ce projet avait pour objectif d'étudier et de mettre en œuvre des méthodes d'accélération du calcul du niveau de pression acoustique pondéré, compatibles avec les fortes contraintes de calcul, de consommation énergétique et de surface imposées par les systèmes embarqués autonomes. En s'appuyant sur une analyse fréquentielle normalisée en tiers d'octave, conforme à la norme ANSI S1.11, le travail a exploré de manière approfondie l'espace de conception des filtres numériques nécessaires au calcul du SPL, depuis le choix des architectures fréquentielles jusqu'à leur implémentation numérique et matérielle.

L'étude comparative des différentes familles de filtres a montré que les filtres IIR elliptiques offrent un compromis particulièrement adapté au contexte embarqué. Leur forte sélectivité fréquentielle permet de satisfaire les exigences normatives avec des ordres réduits, limitant ainsi le coût de calcul. Cette efficacité s'accompagne toutefois d'une sensibilité accrue à la quantification, ce qui a nécessité une analyse rigoureuse de la stabilité numérique et du dimensionnement en virgule fixe à l'aide du Worst-Case Peak Gain de FloPoCo.

Afin de réduire davantage la charge de calcul, une approche multi-taux a été introduite pour les bandes de hautes fréquences. En exploitant le suréchantillonnage des tiers d'octave supérieurs, la fréquence d'échantillonnage est progressivement réduite par décimation inter-octave, tout en respectant les contraintes de repliement spectral grâce à des filtres anti-repliement dédiés. Cette stratégie permet de diminuer significativement le nombre d'opérations sans dégrader la précision du calcul du SPL.

Le développement d'un simulateur numérique dédié a permis de valider l'ensemble des choix de conception en comparant une implémentation en virgule fixe à une référence flottante. Les résultats montrent une bonne concordance globale entre les deux, avec des erreurs compatibles avec les exigences de la mesure du SPL pour la majorité des bandes, tout en mettant en évidence la nécessité d'un dimensionnement numérique soigné pour certaines bandes hautes fréquences.

Enfin, le projet s'est prolongé vers une réflexion sur l'implémentation matérielle, à travers l'étude du RPA Scheduling et la conception d'un automate de contrôle permettant de mutualiser les

ressources de calcul entre les octaves. Cette approche illustre comment les optimisations algorithmiques et numériques peuvent se traduire en gains matériels significatifs en termes de surface et de consommation.

## Bibliographie

1. **Y.-T. Kuo, T.-J. Lin, Y.-T. Li, and C.-W. Liu,**  
*Design and Implementation of Low-Power ANSI S1.11 Filter Bank for Digital Hearing Aids*,  
IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, vol. 57, no. 7, pp. 1681–1692, 2010.
2. **T. Hilaire and P. Chevrel,**  
*Sensitivity-Based Pole and Input-Output Errors of Linear Filters as Indicators of the Implementation Deterioration in Fixed-Point Context*,  
EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2011, Article ID 968768, 2011.
3. **ANSI S1.11-2004 (R2018),**  
*Specification for Octave-Band and Fractional-Octave-Band Analog and Digital Filters*,  
American National Standards Institute, New York, USA.
4. **A. Volkova, M. Istoaan, F. de Dinechin, and T. Hilaire,**  
*Towards Hardware IIR Filters Computing Just Right: Direct Form I Case Study*,  
Proceedings of the IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors (ASAP), 2016.
5. **A. Volkova and F. de Dinechin,**  
*Course slides on fixed-point IIR filter implementation and Worst-Case Peak Gain analysis*,  
INRIA / Université de Lyon, lecture material.