UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
CARRERA DE Elige un elemento.
CICLO ACADÉMICO: MARZO – JULIO 2025

INFORME DE GUÍA PRÁCTICA

I. PORTADA

Tema:	Guia APE No.2
Unidad de Organización Curricular:	BÁSICA
Nivel y Paralelo:	2 - B
Alumnos participantes:	Garcia Amores Manolo Jose Miranda Tarupi Luis Sebastian Jumbo Cardenas Jhon Francis Velasco Huayamave Kevin Andres
Asignatura:	Calculo Integral
Docente:	Ing. Gabriel Fernando Leon Paredes

II. INFORME DE GUÍA PRÁCTICA

2.1 Objetivos

General:
Aplicar los criterios analíticos de integración para el cálculo de áreas de regiones entre curvas

Específicos:

1. **Identificar los puntos de intersección entre las curvas involucradas**
   Determinar algebraicamente y/o gráficamente los valores de x o y que delimitan la región a integrar.
2. **Seleccionar el criterio de integración adecuado para cada caso**
   Decidir, con base en la geometría de la región, si conviene integrar respecto de x (o y) y justificar la elección.

2.2 Modalidad
Modalidad presencial con apoyo de herramientas digitales

2.3 Instrucciones

Analizar el problema planteado.
Resolver las integrales manualmente y utilizando software especializado.
Interpretar los resultados obtenidos.

2.4 Listado de equipos, materiales y recursos

Listado de equipos y materiales generales empleados en la guía práctica:

- **Calculadora científica**
- **Hojas y esferos**
- **Geogebra (software matemático)**
- **Formulario de integrales**

TAC (Tecnologías para el Aprendizaje y Conocimiento) empleados en la guía práctica:
☒Plataformas educativas
☒Simuladores y laboratorios virtuales

☒Aplicaciones educativas
☐Recursos audiovisuales
☐Gamificación
☒Inteligencia Artificial
Otros (Especifique): Computadora personal

2.5 Actividades por desarrollar

Determinar el área de regiones de los siguientes ejercicios.
Resolver las integrales manualmente con su respectiva formula.
Graficar en Geogebra.
Comparar los resultados manuales con los obtenidos mediante software.

2.6 Introducción

El cálculo integral constituye uno de los pilares básicos de la formación matemática en las ingenierías, porque permite modelar y resolver problemas donde intervienen magnitudes variables de forma continua. Entre sus aplicaciones más tempranas —y a la vez más frecuentes en la práctica profesional— se encuentra la determinación de áreas acotadas por dos o más curvas. Comprender y dominar los métodos analíticos para hallar dichas áreas no solo refuerza la teoría aprendida en clase, sino que prepara al estudiante para desafíos más avanzados, como el cálculo de centros de masa, volúmenes de sólidos de revolución y distribución de esfuerzos en estructuras.

2.7 Habilidades blandas empleadas en la práctica

☒ Liderazgo
☒ Trabajo en equipo
☐ Comunicación asertiva
☐ La empatía
☒ Pensamiento crítico
☐ Flexibilidad
☒ La resolución de conflictos
☐ Adaptabilidad
☒ Responsabilidad

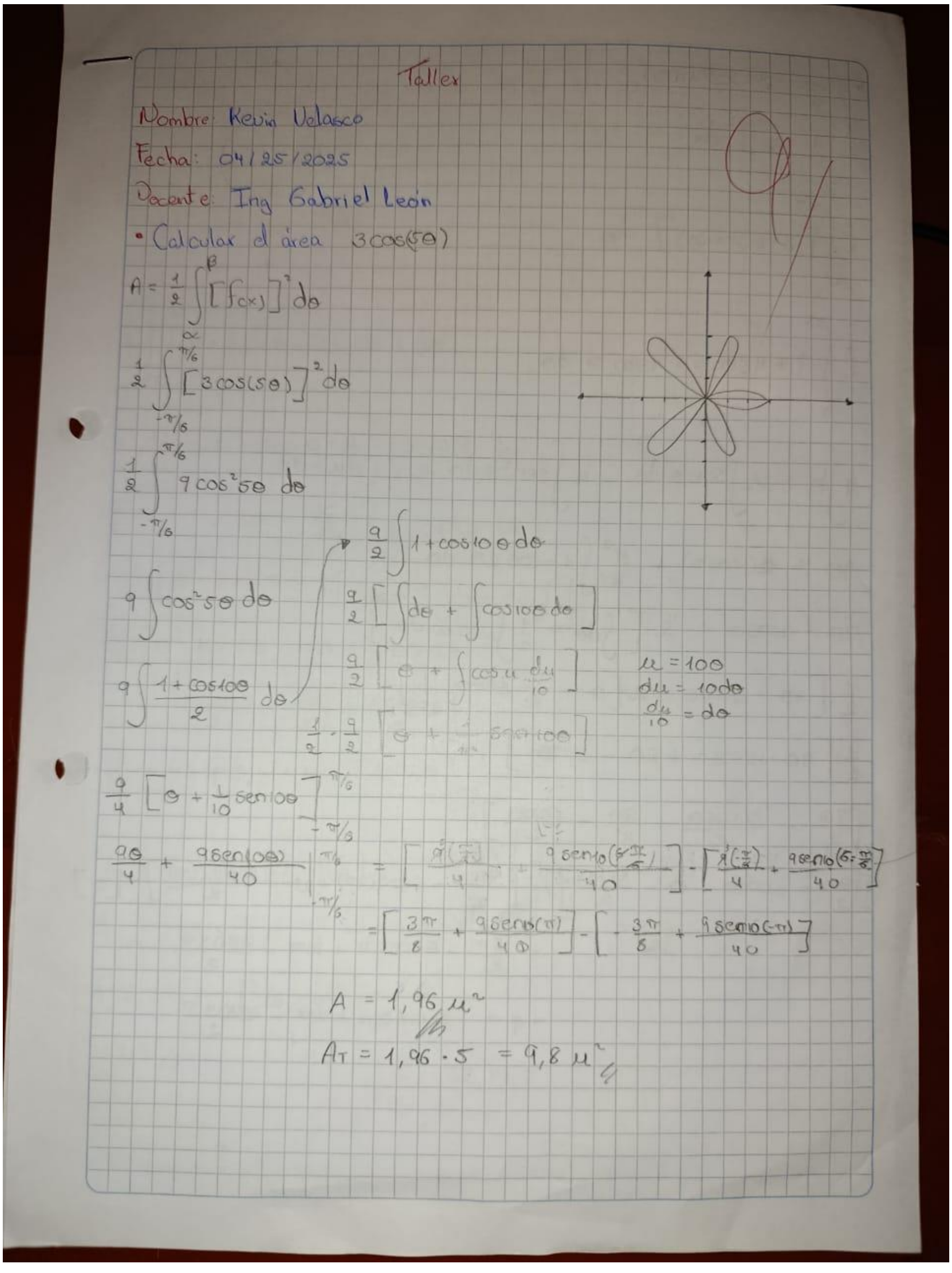
2.8 Conclusiones

Se logró aplicar los principios de integración para resolver problemas geométricos, obteniendo áreas precisas.
El uso de herramientas digitales como Geogebra facilitó la verificación de los resultados obtenidos manualmente.
Los estudiantes adquirieron destrezas en la resolución de integrales definidas y su aplicación en problemas reales.

2.9 Recomendaciones

Continuar practicando el uso de software matemático para resolver problemas complejos.
Consolidar los conocimientos de cálculo mediante ejercicios adicionales con diferentes tipos de funciones.
Fomentar la discusión en equipo para compartir estrategias de resolución.

2.10 Anexo



Taller

Nombre: Kevin Velasco

Fecha: 04/25/2025

Docente: Ing Gabriel León

• Calcular el área $3\cos(5\theta)$

$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta} [f(x)]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6} [3\cos(5\theta)]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6} 9\cos^2 5\theta \, d\theta$$

$$9\int \cos^2 5\theta \, d\theta$$

$$9\int \frac{1+\cos 10\theta}{2} d\theta$$

$$\frac{9}{2}\int 1+\cos 10\theta \, d\theta$$

$$\frac{9}{2}\left[\int d\theta + \int \cos 10\theta \, d\theta\right]$$

$$\frac{9}{2}\left[\theta + \int \cos u \frac{du}{10}\right]$$

$u = 10\theta$

$du = 10 d\theta$

$\frac{du}{10} = d\theta$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{9}{2}\left[\theta + \frac{1}{10}\operatorname{sen} 10\theta\right]$$

$$\frac{9}{4}\left[\theta + \frac{1}{10}\operatorname{sen} 10\theta\right]_{-\pi/6}^{\pi/6}$$

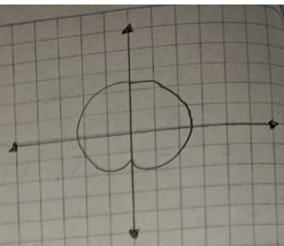
$$\frac{9\theta}{4} + \frac{9\operatorname{sen}(10\theta)}{40}\Bigg|_{-\pi/6}^{\pi/6} = \left[\frac{9(\frac{\pi}{6})}{4} + \frac{9\operatorname{sen}10(\frac{\pi}{6})}{40}\right] - \left[\frac{9(-\frac{\pi}{6})}{4} + \frac{9\operatorname{sen}10(-\frac{\pi}{6})}{40}\right]$$

$$= \left[\frac{3\pi}{8} + \frac{9\operatorname{sen}(\pi)}{40}\right] - \left[-\frac{3\pi}{8} + \frac{9\operatorname{sen}(-\pi)}{40}\right]$$

$$A = 1{,}96\, u^2$$

$$A_T = 1{,}96 \cdot 5 = 9{,}8\, u^2$$

* Área $3+2\,\text{sen}(\theta)$



$$\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}\left[f_{(x)}\right]^2 dx$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}\left[3+2\,\text{sen}(\theta)\right]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi} 9+4\,\text{sen}\,\theta+4\,\text{sen}^2\theta \; d\theta$$

$$9\int d\theta + 12\int \text{sen}\,\theta\, d\theta + 4\int \text{sen}^2\theta\, d\theta$$

$u = \theta$
$du = d\theta$

$$9\theta + 12(-\cos\theta) + \frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}_{1}}\int 1-\cos 2\theta \; d\theta$$

$$9\theta - 12\cos\theta + 2\left[\int d\theta - \frac{1}{2}\int \cos u \; du\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[9\theta - 12\cos\theta + 2\left[\theta - \frac{1}{2}\,\text{sen}\,2\theta\right]\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[9\theta - 12\cos\theta + 2\theta - \text{sen}\,2\theta\right]$$

$$\left[\frac{9\theta}{2} - \frac{\cancel{12}^{6}\cos\theta}{\cancel{2}_{1}} + \frac{2\theta}{\cancel{2}} - \frac{\text{sen}\,2\theta}{2}\right]_0^{2\pi}$$

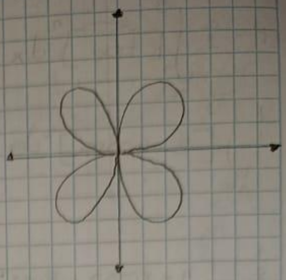
$$\left[\frac{9\theta}{2} - 6\cos\theta + \theta - \frac{\text{sen}\,2\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = \left[\frac{9(2\pi)}{2} - 6\cos(2\pi) + 2\pi - \frac{\text{sen}\,2(2\pi)}{2}\right] - [0]$$

$$= \frac{\cancel{18}^{9}\pi}{\cancel{2}_{1}} - 6\cos 2\pi + 2\pi - \frac{\text{sen}\,4\pi}{2}$$

$$= 9\pi - 6\cos 2\pi + 2\pi - \frac{\text{sen}\,4\pi}{2}$$

$$= 34{,}55$$

* $4\,sen 2\theta$



$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)]^2 dx$$

$$\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}[4 sen 2\theta]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}[16 sen^2 2\theta]\, d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2} 16 \cdot \frac{1-\cos 4\theta}{2}\, d\theta$$

$$\frac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}_{1}}\int_0^{\pi/2}\frac{1-\cos 4\theta}{2}\, d\theta$$

$$\frac{\cancel{8}^{4}}{\cancel{2}_{1}}\int_0^{\pi/2} 1-\cos 4\theta$$

$$4\left[\int d\theta - \frac{1}{4}\int \cos u\, du\right]$$

$$\frac{1}{2}[4\theta - sen 4\theta]$$

$$\left[\frac{\cancel{4}^{2}\theta}{\cancel{2}_{1}} - \frac{sen 4\theta}{2}\right]_0^{\pi/2} = \left[2\theta - \frac{sen 4\theta}{2}\right] - [0]$$

$$= \left[\cancel{2}\left(\frac{\pi}{\cancel{2}}\right) - \frac{sen\left(4\cdot\frac{\pi}{2}\right)}{2}\right]$$

$$= \left[\pi - \frac{sen 2\pi}{2}\right]$$

$$= 2\pi$$

* Area $2-4\cos\theta$ $\quad \frac{\pi}{3} \quad \frac{5\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad \frac{4\pi}{3}$

$$A=\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}\left[f(x)\right]^2 dx$$

$$\frac{1}{2}\int_{5\pi/3}^{\pi/3}\left[2-4\cos\theta\right]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{5\pi/3}^{\pi/3}\left[4-8\cos\theta-16\cos^2\theta\right] d\theta$$

$$4\int d\theta-8\int\cos\theta-16\int 1\frac{+\cos 2\theta}{2}\,d\theta$$

$$=\left[\theta-8\operatorname{sen}\theta-\frac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}_{1}}\int 1+\cos 2\theta\,d\theta\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\theta-8\operatorname{sen}\theta-8\left[\int\theta+\frac{1}{2}\int\cos u\,du\right]\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left[\theta-8\operatorname{sen}\theta-8\theta+4\operatorname{sen}2\theta\right]_{5\pi/3}^{\pi/3}$$

$$=\left[\frac{\theta}{2}-\frac{\cancel{8}^{4}\operatorname{sen}\theta}{\cancel{2}_{1}}-\frac{\cancel{8}^{4}\theta}{\cancel{2}_{1}}+\frac{\cancel{4}^{2}\operatorname{sen}2\theta}{\cancel{2}_{1}}\right]$$

$$=\left[\frac{\theta}{2}-4\operatorname{sen}\theta-4\theta+2\operatorname{sen}2\theta\right]_{5\pi/3}^{\pi/3}$$

$$=\left[\left(\frac{\frac{\pi}{3}}{\frac{2}{1}}\right)-4\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)-4\left(\frac{\pi}{3}\right)+2\operatorname{sen}2\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]-\left[\left(\frac{\frac{5\pi}{3}}{\frac{2}{1}}\right)-4\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{3}\right)-4\left(\frac{5\pi}{3}\right)+2\operatorname{sen}2\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right]$$

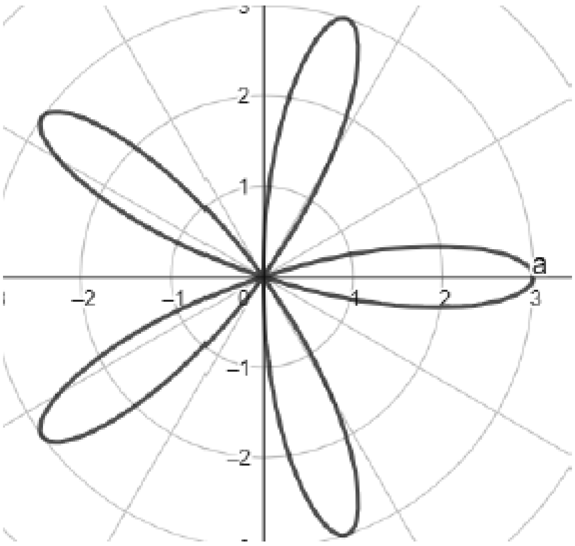
$$=\left[\frac{\pi}{6}-4\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)-\frac{4\pi}{3}+2\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right]-\left[\frac{5\pi}{6}-4\operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{3}\right)-\frac{20\pi}{3}+2\operatorname{sen}\left(\frac{10\pi}{3}\right)\right]$$

$$=\left[-5,39\right]-\left[-16,59\right]$$

$$=11,2$$

- **Utilizando el plano Polar calcular el área por medio de integrales definidas**

1. **$3\,cos(5\theta)$**



$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6}[3\cos(5\theta)]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6} 9cos^2(5\theta)d\theta$$

$$9\int_{-\pi/6}^{\pi/6}\frac{1 + cos10\theta}{2}d\theta$$

$$\frac{9}{2}\int_{-\pi/6}^{\pi/6} 1 + cos10\theta\; d\theta$$

$$\frac{9}{2}\left[\int d\theta + \int cos10\theta\, d\theta\right]$$

$$u = 10\theta\; du = 10\, d\theta \frac{du}{10} = d\theta$$

$$\frac{9}{2}\left[\theta + \frac{1}{10}\int \cos u\, du\right]$$

$$\frac{1}{2}*\frac{9}{2}\left[\theta+\frac{1}{10}\,cos10\theta\right]_{-\pi/6}^{\pi/6}$$

$$\frac{9}{4}\left[\theta+\frac{1}{10}\,cos10\theta\right]_{-\pi/6}^{\pi/6}$$

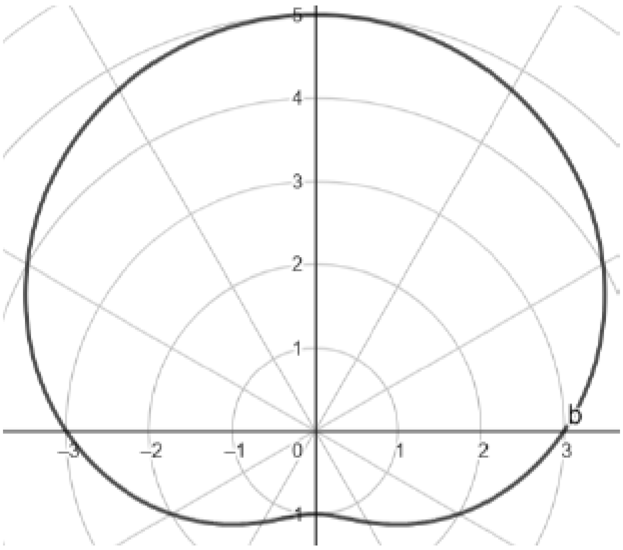
$$\left[\frac{9\theta}{4}+\frac{9sen10\theta}{40}\right]_{-\pi/6}^{\pi/6}=\left[\frac{9(\pi/6)}{4}+\frac{9sen10(\pi/6)}{40}\right]-\left[\frac{9(-\pi/6)}{4}+\frac{9sen10(-\pi/6)}{40}\right]$$

$$=\left[\frac{3(\pi)}{4}+\frac{9sen10(\pi)}{40}\right]-\left[-\frac{3(\pi)}{4}+\frac{9sen10(-\pi)}{40}\right]$$

$$A=1{,}96\,u^2$$

$$A_T=1{,}96*5=9{,}8\,u^2$$

2. $3+2sen\theta$



$$A=\frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)]^2d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}[3+2sen\theta]^2d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{2\pi}9+4sen\theta+4sen^2\theta\;d\theta$$

$$9\int d\theta+12\int sen\theta\;d\theta+4\int sen^2\theta\;d\theta$$

$$u=\theta\;\;du=d\theta$$

$$9\int d\theta + 12\int sen\,u\,du + 4\int \frac{1-cos2\theta}{2}\,d\theta$$

$$9\theta + 12\,(-cos\theta) + \frac{4}{2}\int 1 - cos2\theta\ \ d\theta$$

$$u = 2\theta\ \ du = 2d\theta\ \ \frac{du}{2} = d\theta$$

$$9\theta - 12\,(cos\theta) + 2\left[\int d\theta - \frac{1}{2}\int \cos u\,du\right]$$

$$\frac{1}{2}\left[9\theta - 12\,(cos\theta) + 2\left(\theta - \frac{1}{2}\,sen2\theta\right)\right]$$

$$\frac{1}{2}\,[9\theta - 12\,(cos\theta) + 2\theta - sen2\theta]$$

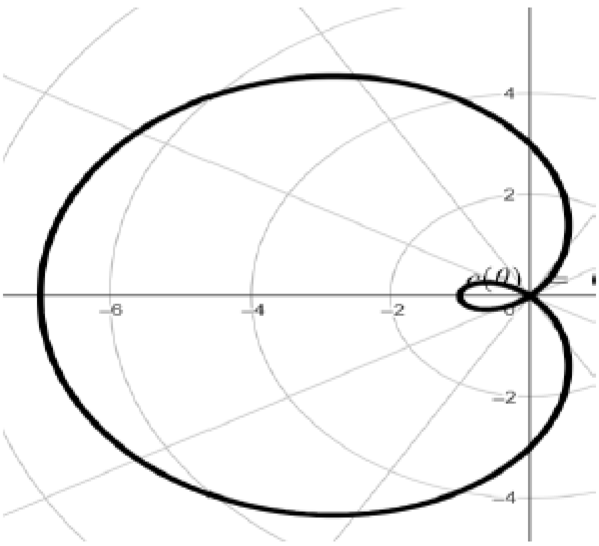
$$\left[\frac{9\theta}{2} - \frac{12cos\theta}{12} + \frac{2\theta}{2} - \frac{sen2\theta}{2}\right]_0^{2\pi}$$

$$\left[\frac{9\theta}{2} - 6cos\theta + \theta - \frac{sen2\theta}{2}\right]_0^{2\pi} = \left[\frac{9(2\pi)}{2} - 6\cos(2\pi) + (2\pi) - \frac{sen2(2\pi)}{2}\right] - [0]$$

$$= \left[9\pi - 6\cos(2\pi) + (2\pi) - \frac{sen(4\pi)}{2}\right]$$

$$A = 34{,}55\ u^2$$

3. $2 - 4cos\theta$



$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)]^2 d\theta$$

$$\left(\frac{\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}\right)\ Ex \quad \left(\frac{2\pi}{3}; -\frac{2\pi}{3}\right) Int$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/3}^{\pi/3}[2-4cos\theta]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{-\pi/3}^{\pi/3} 4 - 16cos\theta + 16cos^2\theta\ d\theta$$

$$4\int d\theta - 8\int sen\theta\ d\theta + 8\int sen^2\theta\ d\theta$$

$$2\theta - 8(sen\theta) + \frac{4}{2}\int 1 - cos2\theta\ \ d\theta$$

$$[2\theta - 8sen\theta + 4\theta + 2sen\theta]_{-\pi/3}^{\pi/3}$$

$$= \begin{bmatrix} 2(\pi/3) - 8sen(\pi/3) + 4(\pi/3) \\ +2sen(\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} 2(-\pi/3) - 8sen(-\pi/3) + 4(-\pi/3) \\ +2sen(-\pi/3) \end{bmatrix}$$

$$= [1{,}09] - [-1{,}09]$$

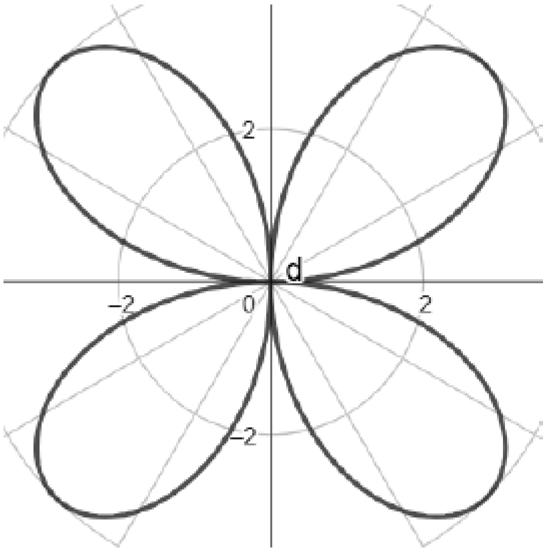
$$A_E = [1{,}09] - [-1{,}09] = 2{,}18\, u^2$$

$$= 2\left(\frac{2\pi}{3}\right) - 8sen\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 4\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 2sen\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 3{,}91$$

$$= 2\left(-\frac{2\pi}{3}\right) - 8sen\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 4\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + 2sen\left(-\frac{2\pi}{3}\right) = -3{,}91$$

$$A_I = 3{,}91 + 391 = 7{,}82\, u^2$$

4. $4sen2\theta$



$$A = \frac{1}{2}\int_{\alpha}^{\beta}[f(x)]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{\pi/2}[4cos2\theta]^2 d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{\pi/2}16cos^2 2\theta\ d\theta$$

$$\frac{1}{2}\int_{0}^{\pi/2}16 * \frac{1-cos4\theta}{2}\ d\theta$$

$$\frac{16}{2}\int_{0}^{\pi/2}\frac{1-cos4\theta}{2}\ d\theta$$

$$\frac{8}{2}\int_{0}^{\pi/2}1-cos4\theta\ d\theta$$

$$4\left[\int\ d\theta - \frac{1}{4}\int \cos u\, du\right]$$

$$\frac{1}{2}[4\theta - sen4\theta]$$

$$\left[\frac{4\theta}{2} - \frac{sen4\theta}{2}\right]_0^{\pi/2} = \left[2(\pi/2) - \frac{sen4(\pi/2)}{2}\right] - [0]$$

$$A = [2\pi\, u^2]$$

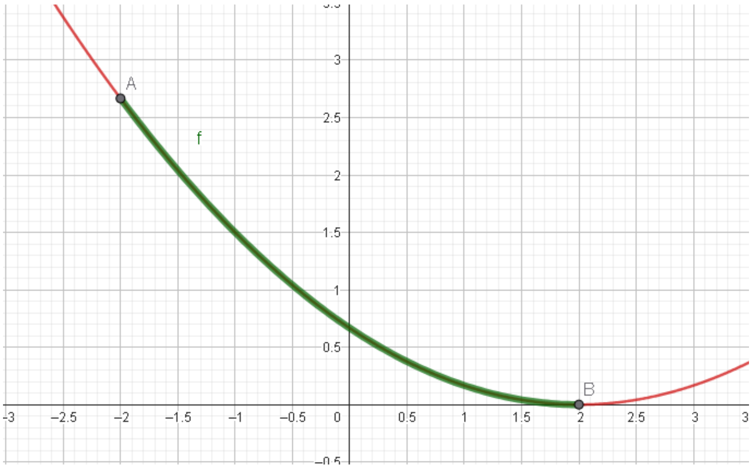
- **Encontrar la longitud del arco de la curva $y = \frac{(x-2)^2}{6}$ en un intervalo (-2, 2)**

- **Área volumen y centroide, dada la región acotada por las graficas de y=ln$x$ con limites a=1 y b= e**

- **Calcular el área de la región**
- **El volumen del solido generado al girar la región alrededor del eje de las x**
- **El volumen del solido generado al girar la región alrededor del eje de las y**
- **El centroide de la región**

- **Encontrar el volumen del solido formado al hacer girar la región acotada por las funciones $y2$=x, x=2y alrededor del eje de las y**

- **Encontrar la longitud del arco de la curva y=$\frac{(x-2)^2}{6}$ en un intervalo (-2,2)**



La fórmula para la longitud de arco de una curva y=f(x) en el intervalo [a,b] es:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx$$

Primero derivamos y:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}\left(\frac{(x-2)^2}{6}\right) = \frac{2(x-2)}{6} = \frac{x-2}{3}$$

Entonces resolveríamos el cuadrado de lo derivado tal que así:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = \left(\frac{x-2}{3}\right)^2 = \frac{(x-2)^2}{9}$$

Sustituimos en la fórmula de longitud de arco:

$$L = \int_{-2}^{2} \sqrt{1 + \frac{(x-2)^2}{9}}\, dx$$

Realizamos el cambio de variable:

$$u = \frac{x-2}{3} \Rightarrow x = 3u + 2 \Rightarrow dx = 3\,du$$

Cambiamos los límites de integración:

$$Si\ x = -2, \text{entonces}\ u = \frac{-2-2}{3} = -\frac{4}{3}$$

$$Si\ x = -2, \text{entonces}\ u = \frac{2-2}{3} = 0$$

Cambiamos todo por lo obtenido en la fórmula:

$$L = \int_{-4/3}^{0} \sqrt{1+u^2} \cdot 3\,du$$

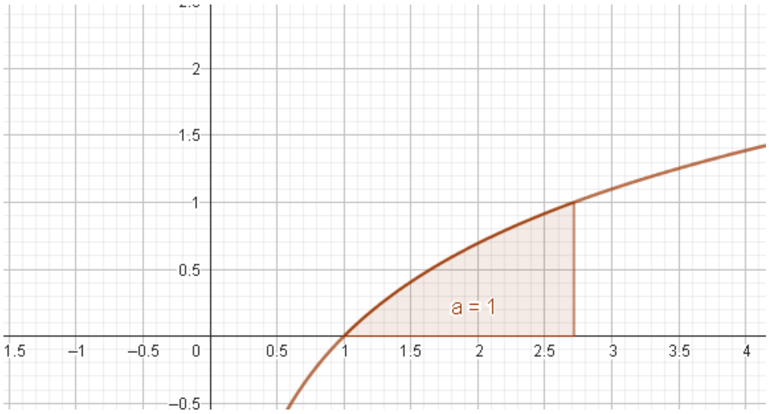
Al integrar quedaría lo siguiente:

$$L = 3\left[\frac{u}{2}\sqrt{1+u^2} + \frac{1}{2}\ln\left(u + \sqrt{1+u^2}\right)\right]_{-4/3}^{0}$$

Y la respuesta quedaría tal que así:

$$L \approx 3 \cdot 1.662 = \boxed{4.986}$$

- **Área, volumen y centroide, dada la región acotada por las gráficas de y=lnx con límites a=1 y b=e**
    - **Calcular el área de la región**



Fórmula del área:

$$A = \int_{1}^{e} \ln x\ dx$$

Realizamos la integración por partes:

$$\int \ln x\ dx = x\ln x - x$$

Ahora aplicaremos los límites y quedaría tal que así:

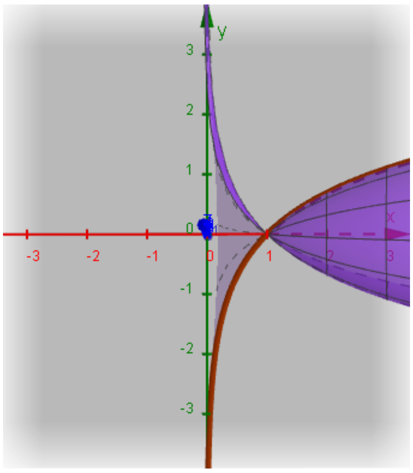
$$A = [x\ln x - x]_1^e$$

$$(e\ln e - e) - (1\ln 1 - 1)$$

Y la respuesta sería la siguiente:

$$(e-e) - (0-1) = 1$$

- **El volumen del sólido generado al girar la región alrededor del eje de las x**



$$V = \pi \int_{1}^{e} (\ln x)^2 \; dx$$

En este caso, $f(x) = \ln(x)$, y los límites de integración son $a = 1$ y $b = e$, así que la fórmula se convierte en:

$$V = \pi \int_{1}^{e} (\ln x)^2 \; dx$$

Integramos por partes:

$$\int u \; dv = uv - \int v \; du$$

Se elige:

$$u = (l\,n\,x)^2$$

$$dv \; = \; dx$$

Se aplica la formula de integración por partes:

$$\int (\ln x)^2 \; dx = x(\ln x)^2 - \int 2x \cdot \ln x \cdot \frac{1}{x} \, dx$$

La integral y su resultado es:

$$\int (\ln x)^2 \; dx = x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x)$$

Ahora se aplican los límites de integración:

$$[x(\ln x)^2 - 2(x \ln x - x)]_1^e$$

Evaluado en x=e

$$e(\ln e)^2 - 2(e \ln e - e) = e(1)^2 - 2(e \cdot 1 - e) = e - 2(0) = e$$

Evaluado en x=1

$$1(\ln 1)^2 - 2(1 \ln 1 - 1) = 1(0)^2 - 2(0 - 1) = 0 - 2(-1) = 2$$

La integral evualuado da igual:

$$\int_{1}^{e} (\ln x)^2 \; dx = e - 2$$

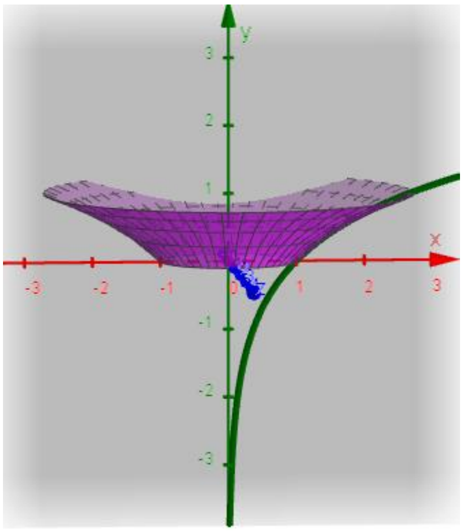
Se sustituye la fórmula original:

$$V = \pi(e - 2)$$

Y el resultado es igual a:

$$V \approx \pi \cdot (2.718 - 2) = \pi \cdot 0.718 \approx 2.257$$

- **El volumen del sólido generado al girar la región alrededor del eje de las y**



$$V = 2\pi \int_1^e x \ln x \; dx$$

Integramos por partes:

$$Sea\; u = \ln x\,, \qquad dv = x\,dx$$

$$Entonces(du = \frac{1}{x}\,dx), (v = \frac{x^2}{2})$$

$$\int x \ln x \; dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \int \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\; dx = \frac{x^2}{2}\ln x - \frac{1}{2}\int x \; dx$$

La integral sería:

$$\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4}$$

Aplicamos los límites:

$$V = 2\pi\left[\frac{x^2}{2}\ln x - \frac{x^2}{4}\right]_1^e = 2\pi\left(\frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} - \left(\frac{1}{2}\cdot 0 - \frac{1}{4}\right)\right) = 2\pi\left(\frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}\right)$$

$$V = \frac{\pi}{2}(e^2 + 1)$$

- **El centroide de la región**

$$\bar{x} = \frac{1}{A}\int_1^e x \ln x \; dx$$

El volumen del sólido generado por la rotación de la curva $(y = \ln(x))$ *alrededor del eje* $(\,x\,)$ *es*:

$$V = \pi(-2 + e)$$

El momento respecto al eje $(\,x\,)$ *es*:

$$M = -\frac{1}{4} + \frac{e^2}{4}$$

Elcentroide(x_c)*del sólido es*:

$$x_c = \frac{-\frac{1}{4} + \frac{e^2}{4}}{\pi(-2 + e)} \approx 0.708$$

Encontrar el volumen del sólido formado al hacer girar la región acotada por las funciones $y^2 = x$, $x = 2y$ alrededor del eje de las y.

Reescribir las funciones:

$$x = y^2, \quad x = 2y$$

Puntos de intersección

$$y^2 = 2y \Rightarrow y(y-2) = 0 \Rightarrow y = 0,\ y = 2$$

Volumen con método de arandelas

$$V = \pi \int_0^2 ((2y)^2 - (y^2)^2)\ dy = \pi \int_0^2 (4y^2 - y^4)\ dy$$

Resolución de la integral:

$$\int_0^2 4y^2\ dy = \left.\frac{4y^3}{3}\right|_0^2 = \frac{32}{3}$$

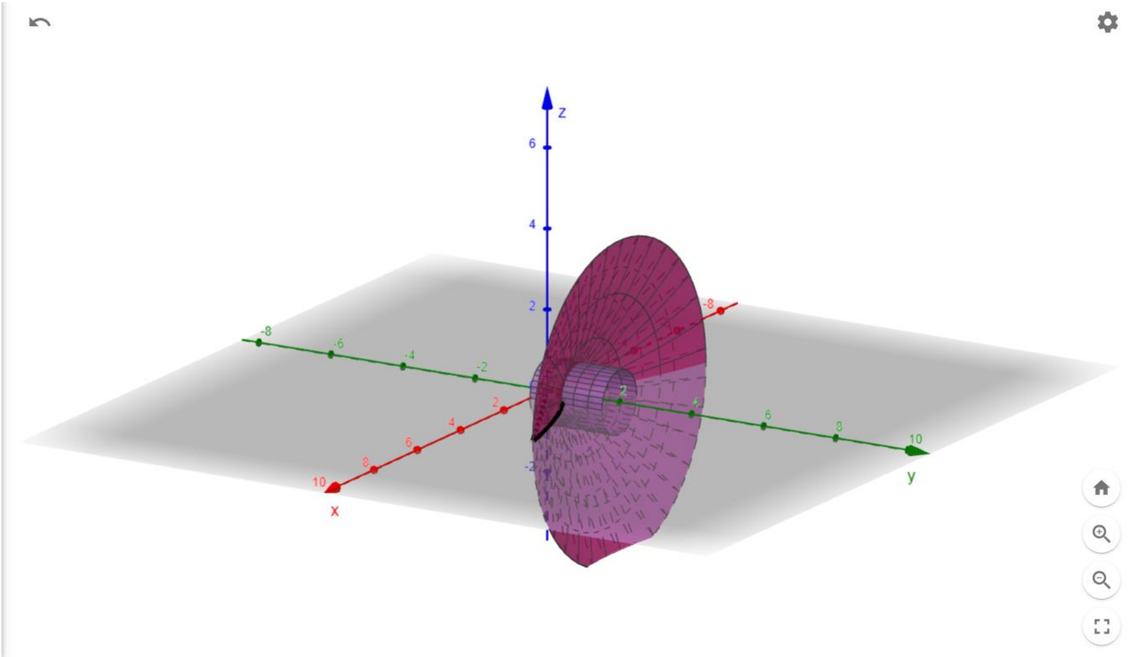
$$\int_0^2 y^4\ dy = \left.\frac{y^5}{5}\right|_0^2 = \frac{32}{5}$$

$$V = \pi\left(\frac{32}{3} - \frac{32}{5}\right) = \pi \cdot \frac{64}{15}$$

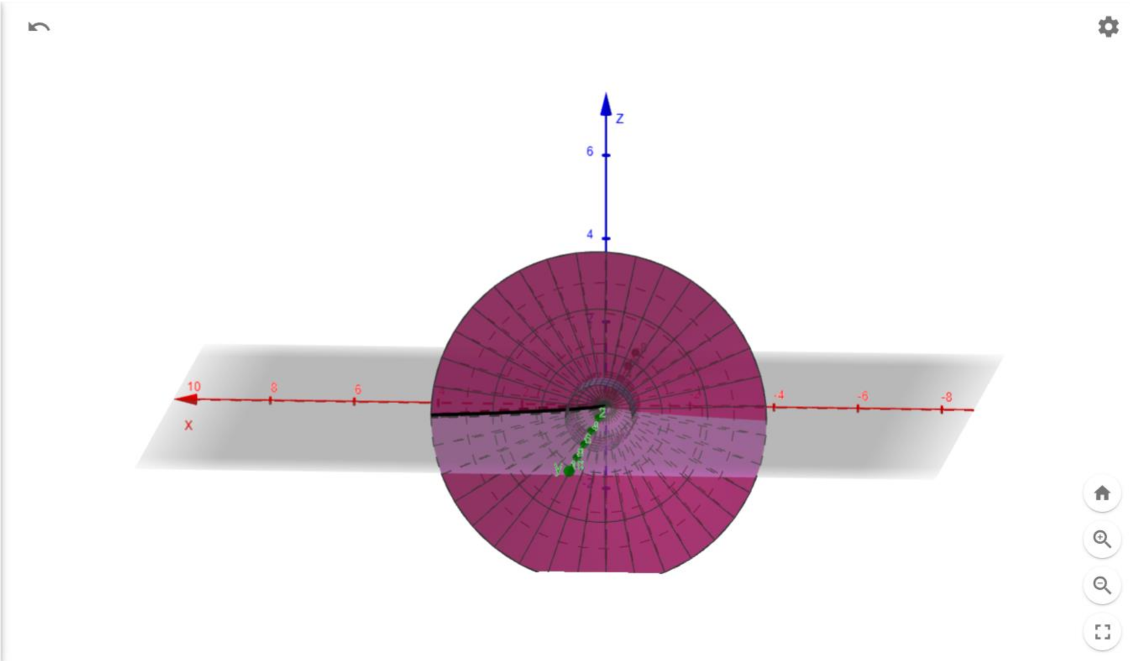
Resultado Final:

$$\boxed{V = \frac{64\pi}{15}}$$

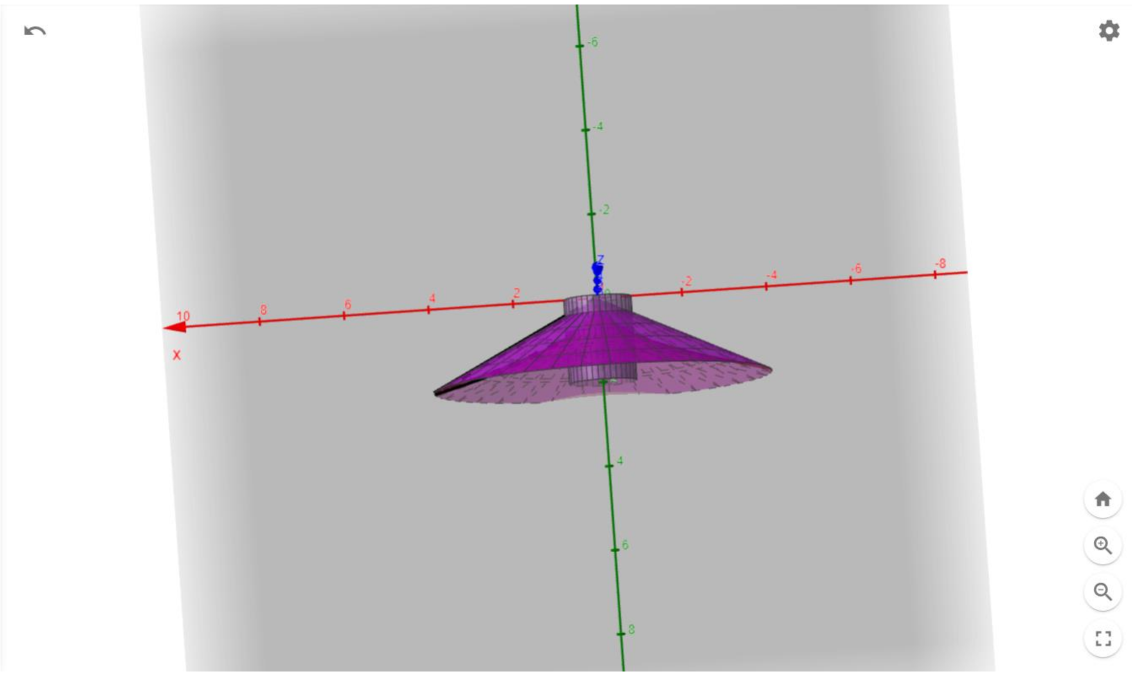
Gráfica:



z
6
4
2
-8
-6
-4
-2
2
4
6
8
10
x
y



z
6
4
10
8
6
x
-4
-6
-8


x
z
10
8
6
4
2
-2
-4
-6
-8